N° d'enregistrement
au C.N.R.S.
A.O.10763

THESE DE DOCTORAT D'ETAT ES SCIENCES PHYSIQUES

présentée

à la Faculté des Sciences de l'Université de Provence

pour obtenir

le grade de DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Gérard MANGIANTE

"APPLICATION DU PRINCIPE DE HUYGENS AUX ABSORBEURS ACOUSTIQUES ACTIFS"

Soutenue le 19 Décembre 1974

devant la Commission d'Examen :

MM.	P. CASAL	Président
	R. BOUDET	Examinateurs
	P. BOUSQUET	
	M. JESSEL	
	B. NAYROLES	
	Th. VOGEL	

N° d'enregistrement
au C.N.R.S.
A.O.10763

THESE DE DOCTORAT D'ETAT ES SCIENCES PHYSIQUES

présentée

à la Faculté des Sciences de l'Université de Provence

pour obtenir

le grade de DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Gérard MANGIANTE

"APPLICATION DU PRINCIPE DE HUYGENS AUX ABSORBEURS ACOUSTIQUES ACTIFS"

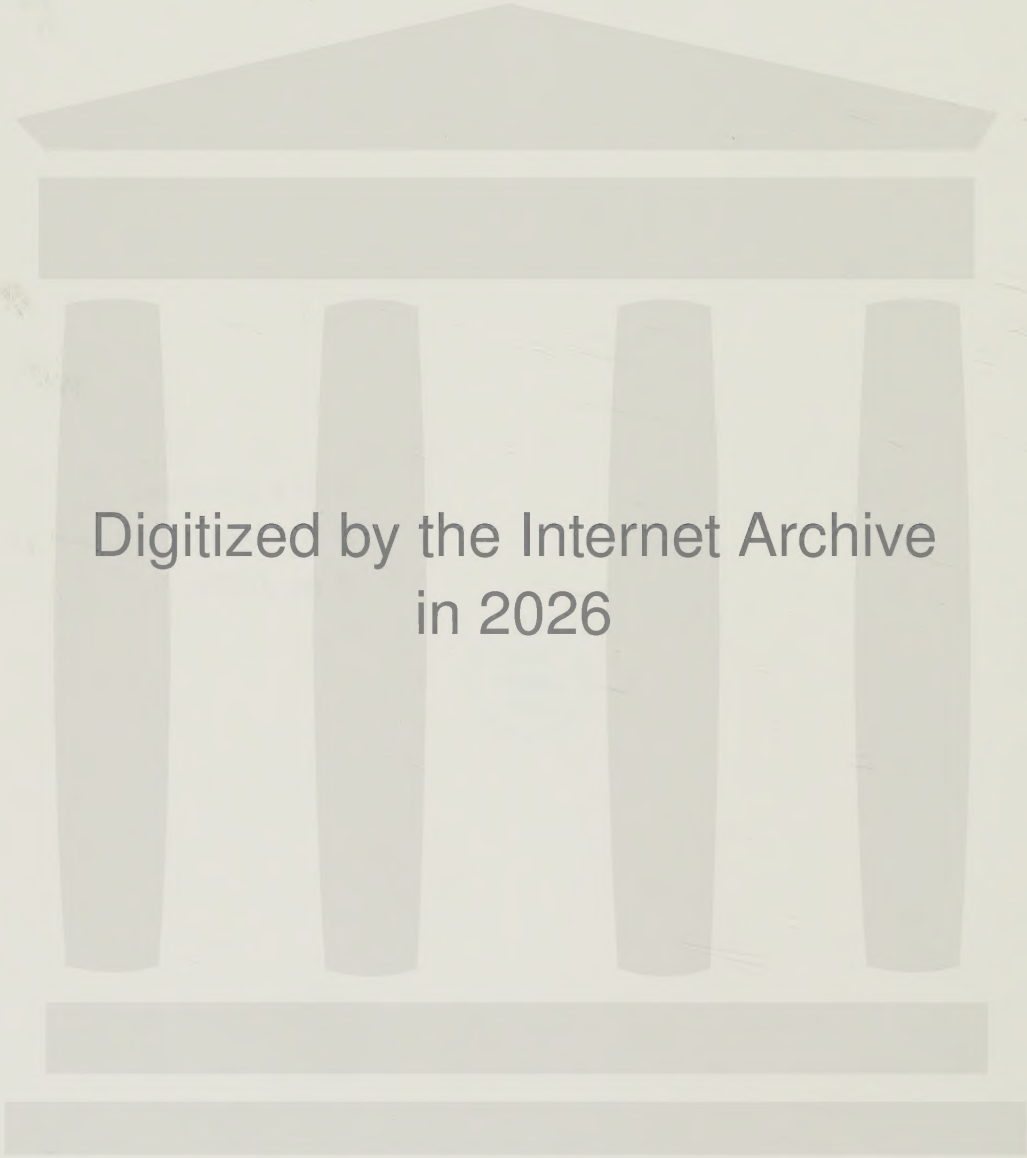
Soutenue le 19 Décembre 1974

devant la Commission d'Examen :

MM.	P. CASAL	Président
	R. BOUDET	Examinateurs
	P. BOUSQUET	
	M. JESSEL	
	B. NAYROLES	
	Th. VOGEL	

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

A mes parents,
à ma femme,
à ma fille.


Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547005_0006

Qu'il me soit permis d'exprimer ici toute ma reconnaissance à Monsieur Jessel qui a bien voulu diriger mon travail, à Monsieur Vogel qui m'a accueilli au Centre de Recherches Physiques et à Monsieur Nayroles, Directeur du Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique.

Je remercie aussi tous ceux qui m'ont aidé par leurs suggestions, leurs critiques et leur travail, en particulier Messieurs A.Daumas, G.Canévet, T.Angelini, G.Delaruotte, J.Mège et G.Rimeymeille.

Je ne voudrais pas omettre de mentionner les facilités matérielles qui m'ont été offertes par la Marine Nationale, en particulier le Centre d'Instruction Naval de Saint-Mandrier, que je remercie en la personne de son Commandant.

Enfin je n'oublierai pas que c'est grâce à Madame Cattiaux que cette thèse a pu être dactylographiée et tirée en temps utile, sous une forme aussi satisfaisante.

UNIVERSITE DE PROVENCE
(Aix-Marseille I)
Place Victor Hugo
13331 MARSEILLE CEDEX3

- Service du Personnel -
5. ML.M/MG.

PERSONNEL ENSEIGNANT - Situation au 1.10.1974

(U.E.R. Scientifiques)

- Professeurs titulaires -

M. BODIOU Georges	Mathématiques appliquées
M. BODOT Hubert	Chimie
M. CARPENI Georges	Chimie
M. CASAL Pierre	Mécanique rationnelle et appliquée
M. DESNUELLE Pierre	Chimie biologique
M. FEHRENBACH Charles	Astronomie
M. FOURES Léonce	Mathématiques
M. GIRARDIE Adrien	Zoologie
M. GOUVERNET Claude	Géologie appliquée
M. HERVE Jacques	Electronique
M. HUGON Maurice	Psycho-physiologie
M. JULG André	Chimie théorique
M. LAFFITTE Marc	Chimie
M. MALE Damien	Physique
M. MERIGOUX Roger	Physique industrielle

- Professeurs titulaires à titre personnel -

M. BIZOUARD Michel	Physique
M. BLANCHARD André	Mathématiques générales
Mme BLANCHARD Christiane	Mathématiques
M. BONNEAU Marcel	Mathématiques
M. CADILHAC Michel	Physique
M. DOUCET Yves	Physique
M. FRAISSE Roland	Mathématiques
Mme FURNESTIN M.Louise	Biologie animale
M. GUENOCHE Henri	Mathématiques
M. MANDELBROJT Jacques	Physique
M. SIMON Claude	Physiologie animale
M. SOURIAU Jean-Marie	Méthodes mathématiques de la physique
M. VISCONTI Antoine	Physique théorique

- Professeurs sans chaire -

M. BOREL Fernand	Techniques mathématiques de la physique
M. BOUDET Roger	Mathématiques
Mle CATZIGRAS France	Géologie historique
Mle CHANDEBOIS Rosine	Biologie animale
M. COMBET Serge	Chimie
Mme DELACHE Solange	Mathématiques
M. FARDOUX Gérard	Mathématiques
M. FEUGEAS Claude	Chimie
M. FOUGEREAU Michel	Biochimie
M. GILLET André	Mathématiques
M. GUERMEUR Robert	Physique
M. HALBWACHS Francis	Physique
M. HENNEQUIN Jacques	Electronique
M. MANUCEAU Jérôme	Mathématiques
M. MERDY Henri	Physique
Mle PICHENOT Mathilde	Biologie végétale
M. PUJOL Louis	Chimie
M. SARDA Louis	Biochimie
Mme SIRUGUE Madeleine	Physique
M. TACHOIRE Henri	Chimie

Maîtres de conférences -

M. BELAICH Jean-Pierre	Microbiologie
M. BENARROCHE Marcel	Physique
M. BENLIAN David	Chimie de coordination
M. BREUNEVAL Jacques	Mathématiques
M. CASALOT André	Chimie
M. CRESP Jean	Biologie animale
M. DELAAGE Michel	Biochimie
M. DELEUIL Roger	Physique
Mle DETRAZ Jacqueline	Mathématiques
M. LAVAGNE André	Biologie végétale
M. MARTINET Bernard	Mathématiques
M. MOULINS Maurice	Biologie végétale
M. PANTALONI Jacques	Thermodynamique
M. PHILIP Jean	Géologie historique
M. PUJOL Rémy	Psycho-physiologie
M. ROSAY Jean-Pierre	Mathématiques
M. SOUBLIN Jean-Pierre	Mathématiques
M. STREIFF Roland	Chimie

S O M M A I R E

	Pages
1.- HISTORIQUE DES ABSORBEURS ACOUSTIQUES ACTIFS -	3
1.1.- Généralités	3
1.2.- Le précurseur : P.Lueg	4
1.3.- Les premières tentatives importantes	5
1.4.- Les réalisations récentes	9
1.5.- Les travaux de Jessel	12
1.6.- Les amortisseurs actifs de vibrations	13
1.7.- Conclusions	13
2.- FONDEMENTS THEORIQUES DES ABSORBEURS ACOUSTIQUES ACTIFS -	14
2.1.- Généralités	14
2.2.- Le Principe de Huygens	15
2.3.- Coefficient d'affaiblissement	18
2.4.- Réduction d'un son pur	20
2.5.- Réduction d'un son complexe	25
2.6.- Conclusions	30
3.- APPLICATION DU PRINCIPE DE HUYGENS AUX ABSORBEURS ACOUSTIQUES ACTIFS -	31
3.1.- Généralités	31
3.2.- Le Principe de Huygens et la méthode des découpages	31
3.3.- Densité de sources secondaires	33
3.4.- Equations de propagation du champ sonore	38

Pages

3.5.- Rayonnement des sources secondaires 40
3.6.- Application aux absorbeurs acoustiques actifs 44
3.7.- Tuyau sonore avec écoulement uniforme 46
3.8.- Les absorbeurs acoustiques actifs dans les pavillons 53
3.9.- Conclusions 56

4.- APPROXIMATION DU PRINCIPE DE HUYGENS - 57

4.1.- Généralités 57
4.2.- Approximation du Principe de Huygens pour une surface sphérique 58
4.3.- Sources absorbantes sur un icosaëdre 65
4.4.- Conclusions 95

5.- LES ZONES DE FRESNEL - 96

5.1.- Généralités 96
5.2.- Rappels sur les zones de Fresnel 96
5.3.- Sources sur la première zone de Fresnel 99
5.4.- Conclusions 117

6.- APPLICATION DU SEMI-PRINCIPE DE HUYGENS AUX ABSORBEURS ACOUSTIQUES ACTIFS - 118

6.1.- Généralités 118
6.2.- Le semi-Principe de Huygens 118
6.3.- Approximation du semi-Principe de Huygens 124
6.4.- Sources simples sur un icosaëdre 125
6.5.- Conclusions 160

Pages

7.- ABSORBEURS ACOUSTIQUES ACTIFS DANS UN MILIEU UNIDIMENSIONNEL - 161

7.1.- Généralités 161
7.2.- Etude expérimentale des sources secondaires 163
7.3.- Résultats expérimentaux 172
7.4.- Le problème de l'automatisation d'un absorbeur actif 175
7.5.- Influence des réglages d'amplitude et de phase 177
7.6.- Conclusions 181

8.- ETUDE EXPERIMENTALE D'UN ABSORBEUR ACOUSTIQUE ACTIF TRIDIMENSIONNEL EN CHAMBRE ANECHOIQUE - 182

8.1.- Généralités 182
8.2.- Etude expérimentale des sources utilisées 183
8.3.- Montage expérimental 189
8.4.- Sources secondaires sur un icosaèdre 191
8.5.- Sources secondaires sur un dodécaèdre 201
8.6.- Réponse en fréquence d'un absorbeur acoustique actif 207
8.7.- Conclusions 224

9.- QUELQUES ESSAIS D'ABSORPTION ACOUSTIQUE ACTIVE EN PLEIN AIR - 225

9.1.- Généralités 225
9.2.- Dispositif expérimental 226
9.3.- Résultats 226
9.4.- Conclusions 242

CONCLUSION GENERALE 243

BIBLIOGRAPHIE 246

N O T A T I O N S

$\phi(M,t)$	champ sonore en un point M à l'instant t
$p(M,t)$	pression acoustique au point M, au même instant
$v(M,t)$	vitesse vibratoire au même point et au même instant
c	vitesse de propagation, ou célérité, du son
M	nombre de Mach
ρ	masse spécifique du fluide au repos
$I(M)$	intensité sonore au point M ($I = <p\ \underline{v}>$)
$L(M)$	niveau sonore en M ($L = 10 \log \frac{I}{I_{réf}}$, $I_{réf} = 10^{-12}$ W/m^2)
δL	écart en dB, entre le niveau sonore incident et le niveau sonore des sources secondaires ($\delta L = L_s - L$)
$\delta\varphi$	déphasage entre bruit et contre-bruit (son pur)
ΔL	coefficient d'affaiblissement ($\Delta L = L - L_o$)
δN	écart, en dB, entre le niveau sonore du bruit de fond et le niveau sonore du bruit à réduire ($\delta N = L_F - L_o$)
$\widetilde{\psi}$	valeur de la grandeur continue ψ après discrétisation
$\overline{\psi}$	complexe conjugué de ψ
$(\bar{\bar{T}})^t$	transposé du tenseur $\bar{\bar{T}}$ ($(T_{ij})^t = T_{ji}$)
h	fonction de Heaviside
δ	mesure de Dirac
s	opérateur de découpage
$\mathcal{V}$	espace source
Ω	domaine où l'on veut réduire un bruit incident
S	surface entourant complètement $\mathcal{V}$
Σ	surface séparant complètement $\mathcal{V}$ et Ω
$G(M,t/M_o,t_o)$	fonction de Green de l'équation de d'Alembert tridimensionnelle
$G_o(x,t/x_o,t_o)$	" " " " " " " unidimensionnelle
$G_v(x,t/x_o,t_o)$	" " " " " des tuyaux sonores avec écoulement
$G_k(M/M_o)$	" " " " " d'Helmoltz

I N D I C E S

A	sources absorbantes
F	bruit de fond
H	sources de Huygens
O	champ incident
S	sources secondaires

S Y M B O L E S

$< \quad >$	valeur moyenne d'une grandeur
$[\![\quad]\!]$	commutateur de deux opérateurs
$[\quad]$	retardée de la grandeur
$\bullet$	produit tensoriel
$*$	produit de convolution
$\wedge$	produit vectoriel
$\bullet$	produit contracté
$\hat{n}$	normale unitaire extérieure d'une surface
$\mathbb{I}$	opérateur unité
$\mathbb{T}$	tenseur
$\underset{\sim}{u}$	vecteur
∇	opérateur nabla
Δ	opérateur delta ($\Delta = \nabla^2$)
$\Box$	dalembertien ($\Box = \frac{1}{c^2}\partial_{tt} - \nabla^2$)
$\cap$	intersection de deux domaines
$\emptyset$	ensemble vide
$\complement_\Omega$	complémentaire du domaine Ω

CHAPITRE I

HISTORIQUE DES ABSORBEURS ACOUSTIQUES ACTIFS

1.- HISTORIQUE DES ABSORBEURS ACTIFS -

1.1.- Généralités.-

On sait qu'il existe deux manières de se protéger du bruit :

- en le réduisant à sa source ;
- en s'opposant à sa propagation.

La réduction du bruit à la source devrait toujours être entreprise avant toute autre forme de lutte contre le bruit car elle constitue, lorsqu'elle est possible, la meilleure solution. On peut, par exemple, réduire les fréquences basses émises par des machines en disposant celles-ci sur des socles massifs qui agissent par inertie. Quant aux fréquences hautes, elles peuvent être éliminées en interposant entre le socle et la machine un matériau résilient : liège, caoutchouc, feutre,...

Il existe cependant des bruits pour lesquels la réduction à la source est impossible : les bruits de circulation par exemple. On interpose alors, entre la source de bruit et la zone à protéger, des matériaux *"absorbants"*, tels que la laine de verre ou la mousse de polyuréthane, qui ont la propriété de capter une partie de l'énergie sonore et de la dissiper sous forme de chaleur. Cette méthode, efficace aux fréquences élevées, devient inutilisable aux basses fréquences car elle nécessite alors des épaisseurs prohibitives d'absorbant.

On peut aussi empêcher la propagation d'une onde sonore en disposant sur son trajet des sources secondaires émettant une onde de même forme, de même amplitude, mais de signe opposé. De telles sources neutralisent l'onde par interférence totale : nous les appellerons *"sources absorbantes"*. Leur réalisation pratique constitue un *"absorbeur acoustique actif"* ou *"anti-bruit électro-acoustique"*.

Le principe de l'absorption du son par interférences n'est pas nouveau, et plusieurs expériences avaient déjà été tentées il y a longtemps, ainsi que nous le rappelons dans le présent chapitre. Toutefois, les résultats obtenus à ce jour, n'ont pas eu la qualité espérée car les méthodes utilisées étaient fondées sur des bases théoriques insuffisantes. En effet,

comme l'a montré le premier JESSEL (25), le Principe d'Young ne suffit pas pour résoudre le problème de l'absorption active du son, et seule une théorie tenant compte du mécanisme de la propagation des ondes sonores peut permettre de démontrer la possibilité d'annuler un bruit dans un domaine donné.

C'est cette théorie qui est exposée dans les chapitres qui vont suivre, ainsi que les méthodes permettant de la vérifier et de l'appliquer à des problèmes concrets. Auparavant, nous allons examiner les diverses tentatives d'absorption active du bruit.

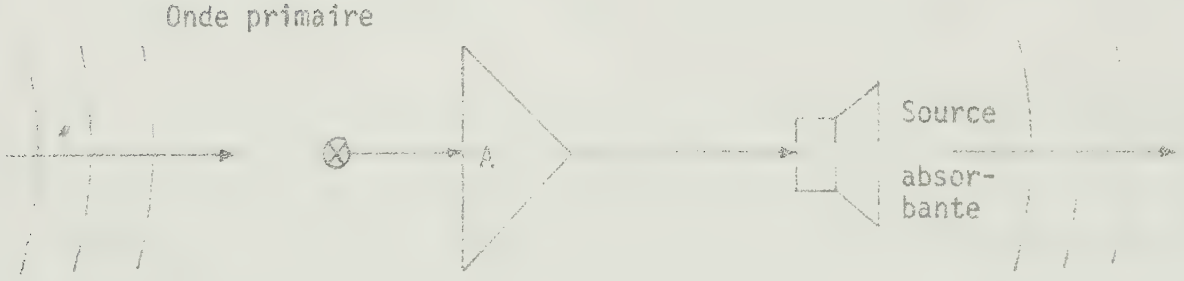
1.2.- Le précurseur : P.LUEG.-

C'est à LUEG (37) que l'on doit la première description d'un système permettant l'élimination du bruit par opposition de phase. Dans son brevet américain (1934), intitulé "Process of silencing sound oscillations", on trouve les trois points suivants :

a) l'interférence de deux ondes d'amplitudes égales, mais de signe opposé, progressant dans le même sens ;

b) l'utilisation de capteurs permettant le contrôle automatique des sources secondaires (fig. 1.1.) ;

c) une discussion sur le processus de déphasage entre les ondes devant interférer.



⊗ capteur A amplificateur

Fig.1.1.- Brevet de P.Lueg

Fig.1.2.- Interférence de deux ondes progressant dans le même sens.

Ce brevet n'eut aucune suite pratique importante dans les années qui suivirent son dépôt, et on le conçoit aisément si on se reporte à la figure 1.1.:

- aucune indication n'est donnée sur la répartition des sources secondaires permettant d'obtenir exactement l'opposition de phase en tout point de la zone à protéger ;
- un tel système, commandé en chaine directe, risque d'entrer en oscillation par suite de l'effet Larsen ;
- le déphasage est obtenu en déplaçant le micro capteur entre la source de bruit et les sources secondaires. Il dépend donc de la fréquence et on ne peut espérer, par ce système, obtenir l'opposition de phase pour tout le spectre de l'onde primaire.

1.3.- Les premières tentatives importantes.-

Elles se situent une vingtaine d'années plus tard (1953-1956) avec les travaux d'OLSON {43},{44} et CONOVER {17},{18}.

1.3.1.- L'absorbeur électronique d'Olson.- ("Electronic sound absorber")-

Ce dispositif réduit le niveau d'une onde sonore en la faisant interférer avec une onde secondaire progressant en sens inverse. L'absorbeur consiste en un microphone relié à un haut-parleur par un amplificateur électronique, de telle façon que ce système émette sur le microphone une pression acoustique égale et opposée à chaque instant à celle de l'onde incidente qu'il capte. Ce système peut fonctionner dans de bonnes conditions de stabilité par suite de la faible distance entre le microphone et le haut-parleur qui ne donne pas lieu à un trop grand nombre de rotations de phase (Fig. 1.3).

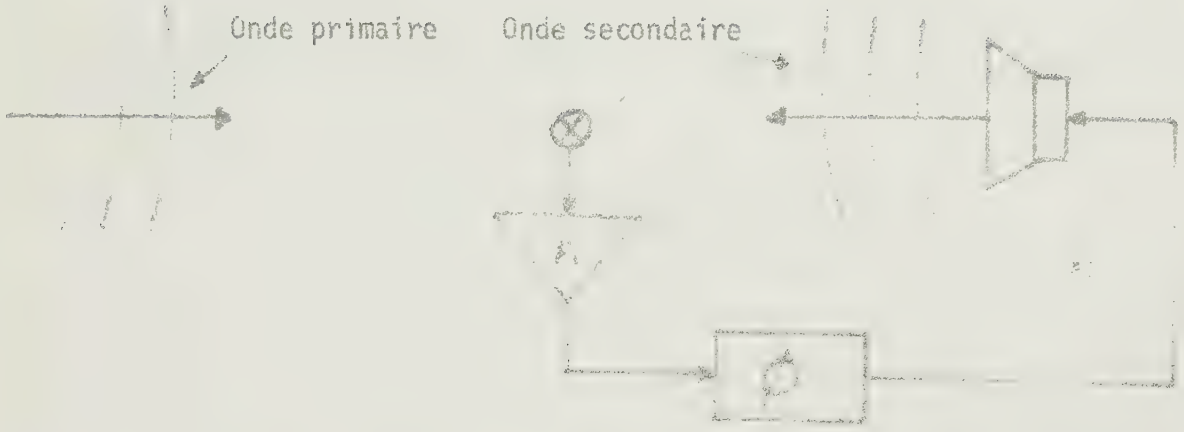


Fig.1.3.- L'absorbeur électronique d'Olson

Dans les fréquences basses, et sur une bande de deux à trois octaves, ce système permet de réduire le niveau sonore de 10 à 25 dB. Malheureusement, ce résultat ne peut être obtenu que dans des domaines de dimensions très restreintes, correspondant aux "points sourds" d'un système d'ondes stationnaires (rappelons que les ondes qui interfèrent progressent en sens inverse), ce qui limite fortement les applications pratiques du dispositif. Parmi ces dernières, préconisées par Olson, on peut citer la réduction du niveau sonore au voisinage des oreilles d'une personne immobile travaillant en milieu bruyant, et le traitement acoustique des salles, en encastrant quelques-uns de ces systèmes dans les murs, ce qui permet d'obtenir de bons coefficients d'absorption dans une large bande de fréquences.

Des travaux analogues à ceux d'Olson ont été publiés par MAY, SIMSHAUER et HAWLEY [21],[48] en 1955 et 1956, puis, plus récemment, par CHEN, HUANG et SUGGS [13],[14],[15] en 1971. Les travaux de May n'apportent rien de très nouveau et s'attachent seulement à appliquer l'absorbeur d'Olson à la réalisation de casques d'insonorisation. L'intérêt de tels casques est évident : alors que leurs homologues passifs isolent totalement l'utilisateur

des bruits extérieurs (y compris des bruits "utiles" comme la parole par exemple), créant chez lui un climat psychologique défavorable, les casques actifs peuvent être rendus très sélectifs, grâce à une électronique convenable, n'absorbant ainsi que des bruits déterminés. Les recherches de Chen ont porté sur la réduction des bruits de tracteurs par interférence : un affaiblissement de 4 à 6 dB a pu être obtenu dans une zone de 20° d'ouverture environ.

1.3.2.- Le faisceau de silence de Conover.-

Il a été inventé en 1956 pour réduire, à grande distance, le bruit de magnétostriction d'un transformateur de puissance (*).

Dans ce dispositif qui comporte un système d'amplificateurs déphaseurs multicanaux, les ondes qui interfèrent progressent dans le même sens. L'analyse du bruit incident permet de régler manuellement, en amplitude et en phase, les sources secondaires (Fig.1.4). Avec ce système, on peut obtenir une réduction de bruit égale au maximum à 35 dB, tandis que l'ouverture de la zone atténuée de plus de 6 dB ("beam of silence") est de 23° environ (Fig.1.5).

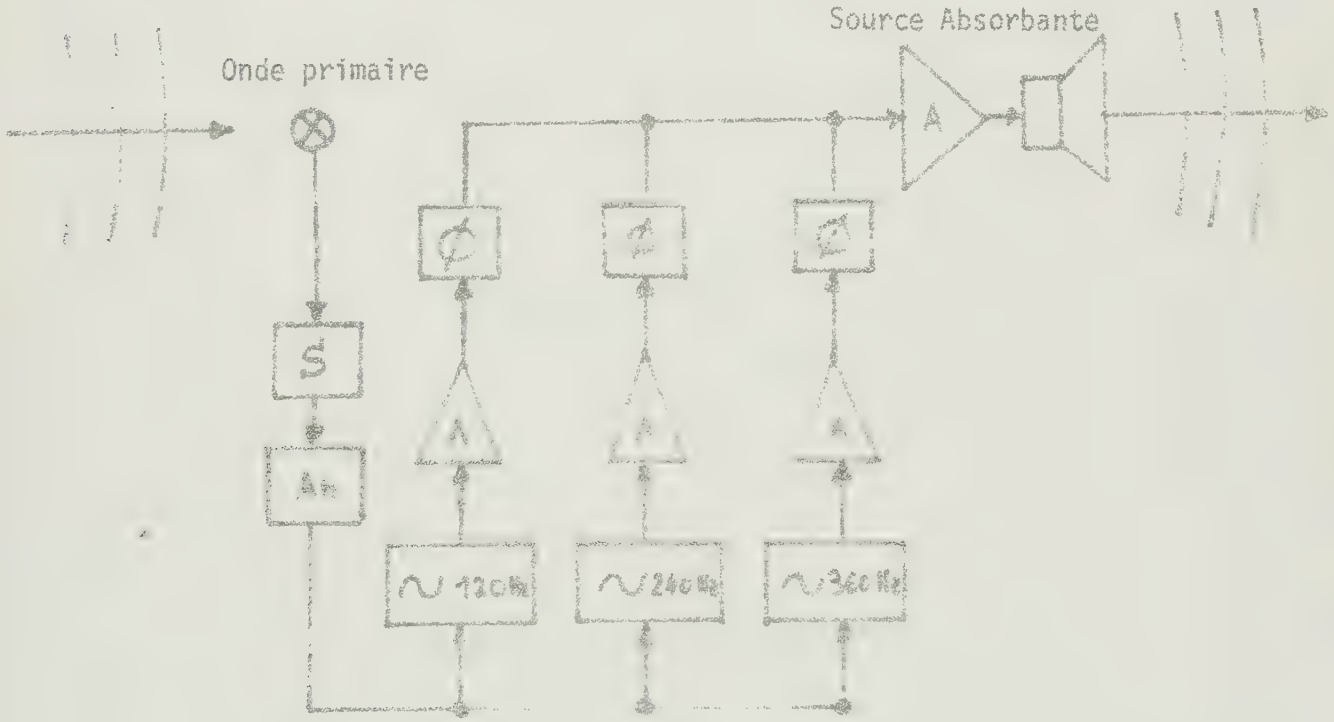


Fig.1.4.- Le faisceau de silence de Conover

(*) Il est à noter que l'EDF a tenté de réduire les bruits de transformateurs par interférence en couplant deux transformateurs voisins, sans grand succès semble-t-il.

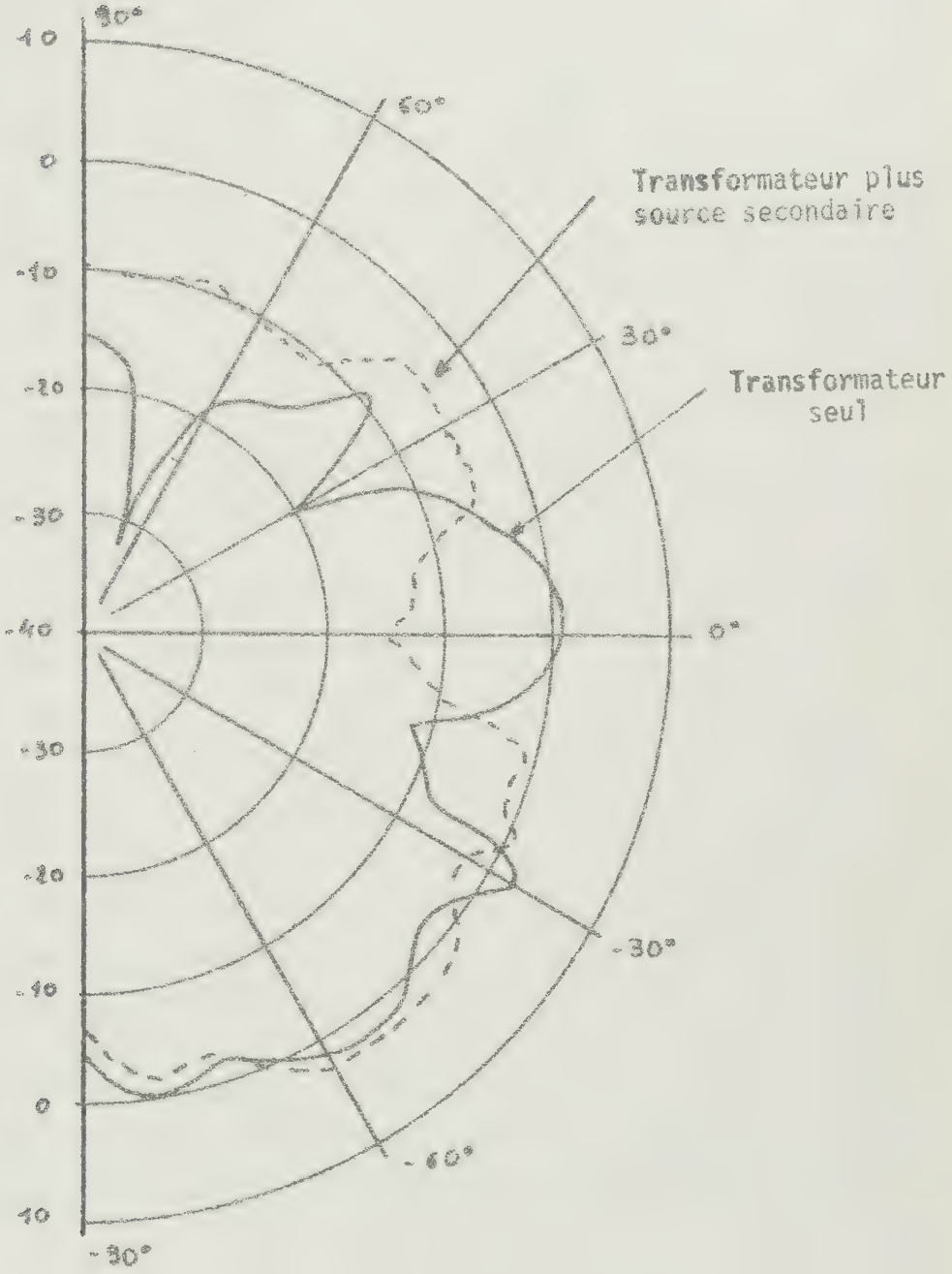


Fig.1.5.- Niveaux sonores relevés par Conover

Ce travail appelle les remarques suivantes :

a) Conover est le premier à utiliser un dispositif multicanaux permettant de sélectionner les fréquences les plus génantes et de les absorber ;

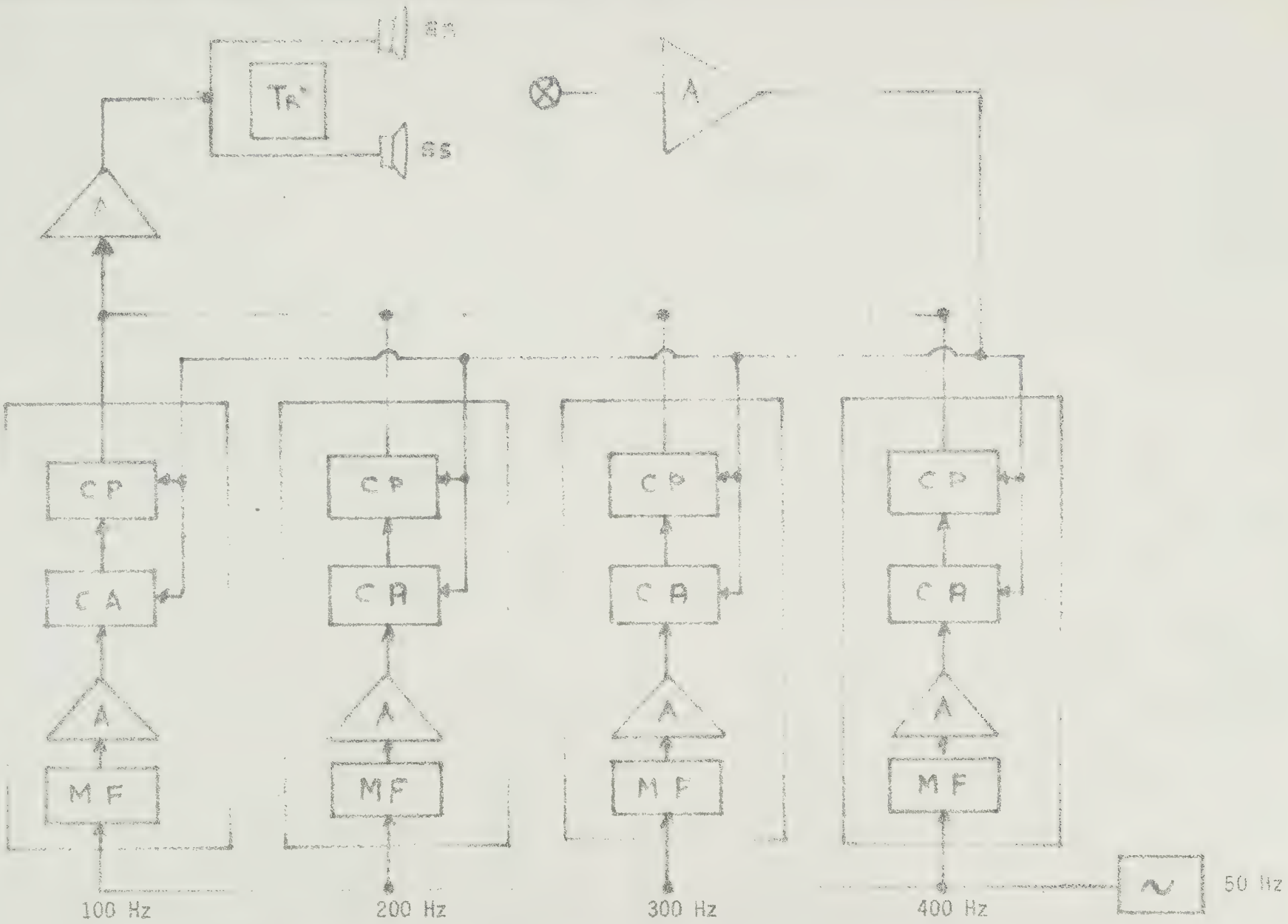
b) ce dispositif repose sur une base théorique insuffisante (comme tous ceux cités jusqu'ici d'ailleurs) car il ne constitue qu'une simple application du principe des interférences ;

c) il ne peut s'appliquer qu'à un bruit dont les caractéristiques de rayonnement sont stables : or, pour un transformateur, il est fréquent d'observer des variations de niveau de bruit de plus de 6 dB dans un intervalle de temps d'une heure ;

d) il est très sensible au vent et aux variations de température, ce qui nécessite de fréquentes modifications des réglages.

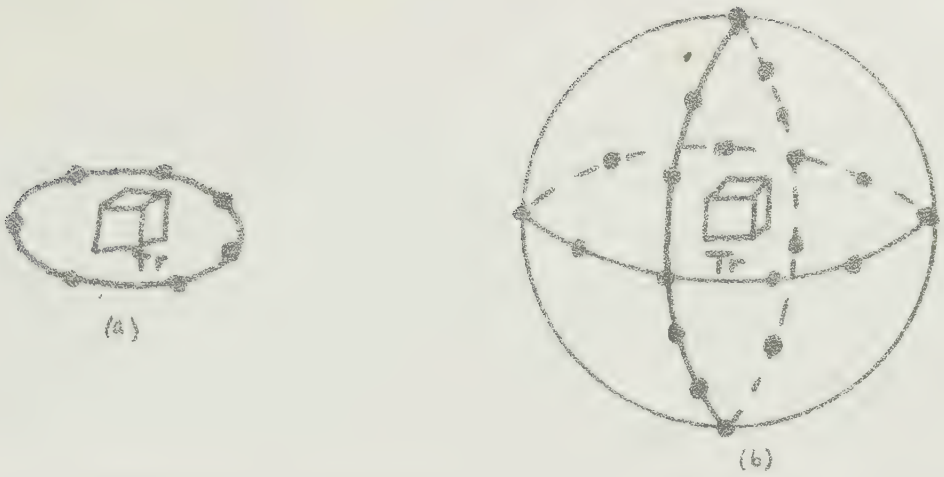
1.4.- Les réalisations récentes.-

— Perfectionnant le montage de Conover, KIDO {32},{36},{45}, au R.I.E.C. de Sendaï (Université de Tokyo), a réussi à obtenir un dispositif automatique permettant la réduction des bruits de transformateurs. Ceux-ci sont captés par un microphone, amplifiés, filtrés, puis reconstitués en opposition de phase par les sources secondaires (Fig.1.6). Une étude mathématique des asservissements utilisés a permis de conclure à la stabilité du montage. De plus, et c'est très important, Kido n'utilise pas, comme ses prédécesseurs, une ou deux sources secondaires, mais des groupements entourant la source de bruit : les sources secondaires sont en effet réparties soit sur un cercle, soit sur une sphère entourant le transformateur (Fig. 1.7).



⊗ capteur CP contrôle de phase CA contrôle d'amplitude MF multiplicateur de fréquence

Fig.1.6.- Contrôle automatique de l'anti-bruit selon Kido



(a) Répartition circulaire (b) Répartition sphérique

Fig.1.7.- Répartition des sources secondaires.

En opérant ainsi, des affaiblissements supérieurs à 10 dB ont pu être obtenus dans des zones d'ouverture assez importante. Malheureusement, on constate que ce dispositif crée également des régions dans lesquelles le bruit est renforcé de 15 dB environ, ce qui constitue un lourd handicap pour lui (Fig.1.8).

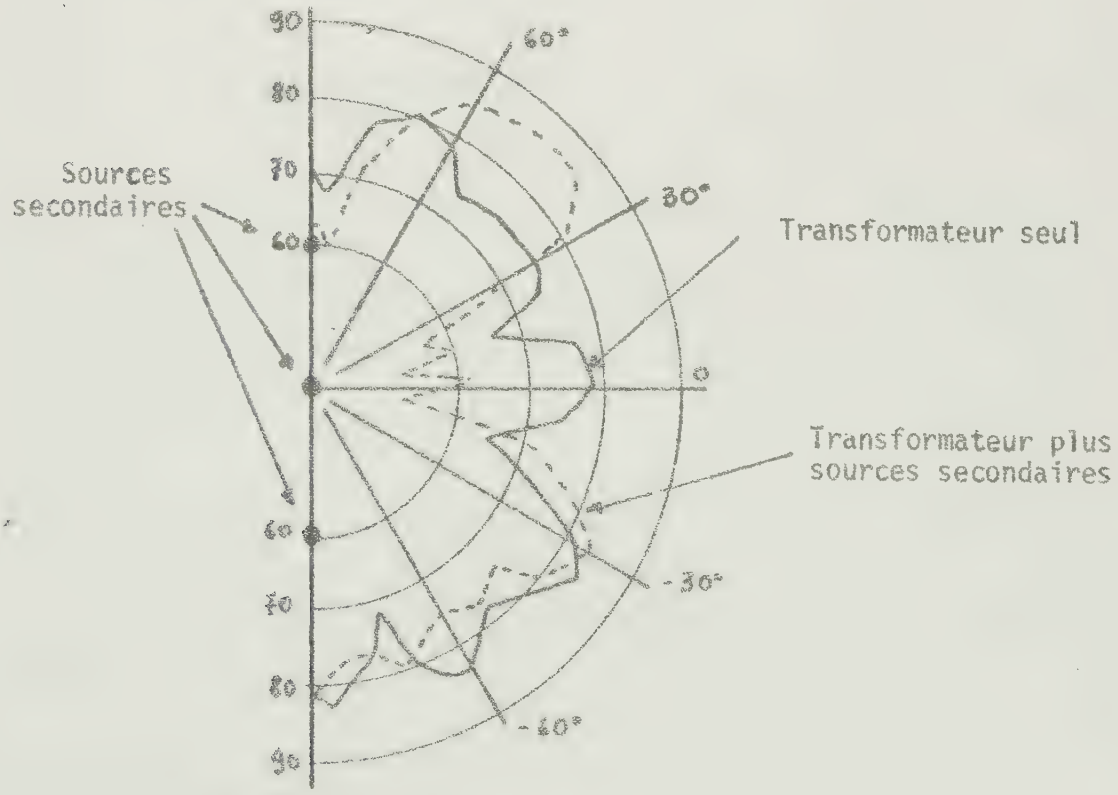


Fig.1.8.- Résultats obtenus par Kido.

- Parmi les autres études récentes, on peut citer celles de BSCHORR {3}{4}{5}{6}{7}{8} , chez Messerschmitt, qui détermine la nature des sources secondaires en utilisant une décomposition du bruit incident en polynômes de Legendre. Il obtient, par le calcul tout au moins, des affaiblissements notables, ne dépassant pas toutefois, en qualité, ceux déjà cités (Fig.1.9). De plus, il semble qu'aucune vérification expérimentale de ses hypothèses n'ait été effectuée à ce jour.

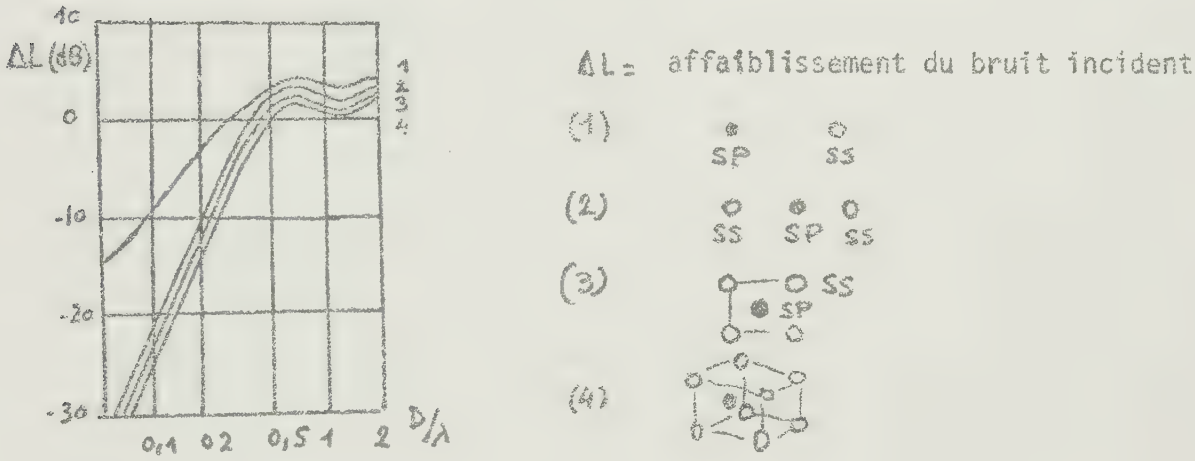


Fig.1.9.- Résultats obtenus par Bschorr pour différentes configurations de sources secondaires.

A Cambridge en Angleterre, SWINBANKS {49} a développé une théorie de l'absorption active dans une canalisation, en se servant de sources réparties en deux ou trois anneaux sur les parois. Ses vues viennent d'être confirmées par les expériences de POOLE {H}, au Laboratoire d'Acoustique de Chelsea College.

- Enfin, au C.S.T.B. de Grenoble, VIAN{52}{53}{54}étudie la possibilité de protéger une pièce du bruit extérieur, les fenêtres étant ouvertes. Des expériences, dont les résultats ne nous sont pas encore connus, sont en cours.

1.5.- Les travaux de Jessel.-

Alors que ses prédécesseurs avaient tous envisagé l'absorption active du son comme un problème essentiellement technique, JESSEL{23} {24} {25}{26}{27}{28}{29} {30}{31}, a été le premier à élaborer une théorie rigoureuse des absorbeurs actifs, combinant les Principes d'Young et de Huygens,

qui lui a permis de déterminer l'expression mathématique exacte des sources absorbantes. En l'appliquant à des milieux unidimensionnels, nous avons pu obtenir des affaiblissements considérables (supérieurs à 70 dB), [39], ce qui nous permet, d'ores et déjà, d'envisager des applications pratiques importantes de l'anti-bruit ainsi réalisé.

1.6.- Les amortisseurs actifs de vibrations.- ("Active vibrations dampers") -

Le Principe des interférences étant applicable à toute propagation d'onde , certains auteurs, comme ROCKWELL [47] aux U.S.A. ou TARTAKOWSKI [50] en U.R.S.S., ont pu montrer que les vibrations d'une structure solide pouvaient être amorties en leur opposant d'autres vibrations de signe opposé. Leurs travaux, s'appuyant sur la théorie des servomécanismes, ont pu être vérifiés expérimentalement dans des cas simples (poutre, plaque,...) et les résultats obtenus sont satisfaisants. Toutefois, l'application de la méthode à des structures complexes semble, pour l'instant, malaisée car, pour obtenir de forts amortissements, il est nécessaire d'utiliser de grands gains en boucle ouverte, ce qui compromet souvent la stabilité de ces systèmes. (Tartakowski a démontré pourtant la stabilité de tels systèmes, mais sans indiquer les limites de validité de sa démonstration.) On peut retenir de ces travaux que les amortisseurs actifs peuvent s'avérer utiles pour réduire les bruits de machines à leur source ou très près de leur source.

1.7.- Conclusion.-

L'historique que nous venons de dresser montre que toute tentative d'absorption active du bruit par opposition de phase devra s'appuyer sur une théorie comprenant deux parties distinctes :

a) l'une, purement acoustique, qui donnera les expressions mathématiques des sources absorbantes et leur répartition ;

b) l'autre, électroacoustique, décrira des dispositifs permettant la réalisation concrète des prévisions théoriques. Cette deuxième partie devra faire appel aux techniques utilisées en asservissement afin d'assurer en toutes circonstances, un fonctionnement stable de l'anti-bruit.

CHAPITRE 2

FONDEMENTS THEORIQUES DES ABSORBEURS ACOUSTIQUES ACTIFS

If you can bear to hear the truth you've spoken
Twisted by knaves to make a trap for fools,
... you'll be a Man, my son.

Rudyard Kipling

2.- FONDEMENTS THEORIQUES DES ABSORBEURS ACTIFS -

2.1.- Généralités.-

Le principe des absorbeurs actifs peut se résumer de la façon suivante : on désire annuler un bruit, caractérisé par sa pression acoustique p_o, à l'intérieur d'un domaine Ω, ne contenant pas de sources de bruits, grâce à une répartition judicieuse de sources secondaires (sources absorbantes) rayonnant une pression acoustique p^A telle que :

$$p^A(M,t) = - p_o(M,t) \qquad \forall M \in \Omega , \ \forall t \qquad . \tag{2.1}$$

Le problème de l'absorption active n'est donc pas autre chose qu'un problème de reconstitution d'un champ sonore. On sait qu'il existe plusieurs manières pour le résoudre :

a) la synthèse de directivité, qui utilise la transformation de Fourier ou les polynômes de Tchébichev,

b) la décomposition multipolaire, fondée sur les propriétés des polynômes de Legendre, permettent de reconstituer un rayonnement loin de sa source ;

c) le Principe de Huygens affirme que l'on peut toujours,vis à vis d'un point d'observation M, remplacer des sources primaires par une distribution de sources secondaires réparties sur une surface Σ séparant complétement le point M de l'espace source.

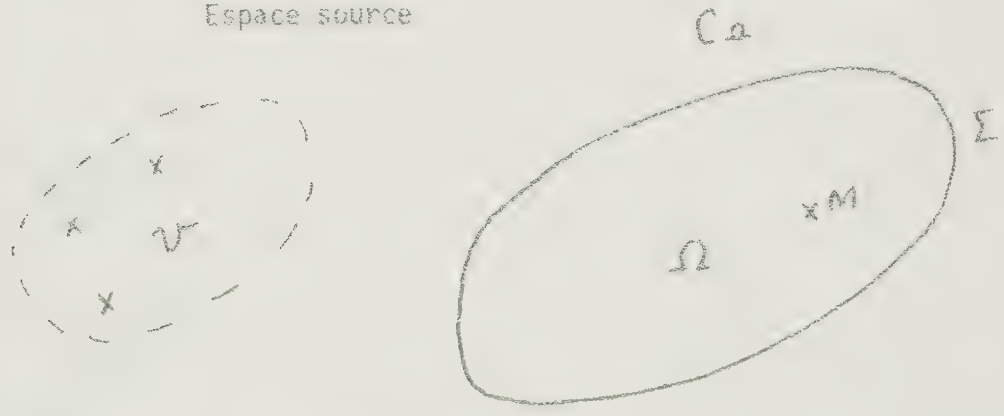
Les deux premières méthodes, utilisées respectivement par Kido et Bschorr, s'appliquent surtout aux sources de bruit localisées, stationnaires, et d'étendue limitée. Elles s'appuient sur une décomposition du rayonnement incident en bandes de fréquences et ne donnent pas d'expression rigoureuse des sources secondaires. Pour toutes ces raisons, elles ne nous semblent pas devoir être retenues comme support d'une théorie acoustique des absorbeurs actifs. Il n'en est pas de même pour le Principe de Huygens que nous allons développer maintenant.

2.2.- Le Principe de Huygens.-

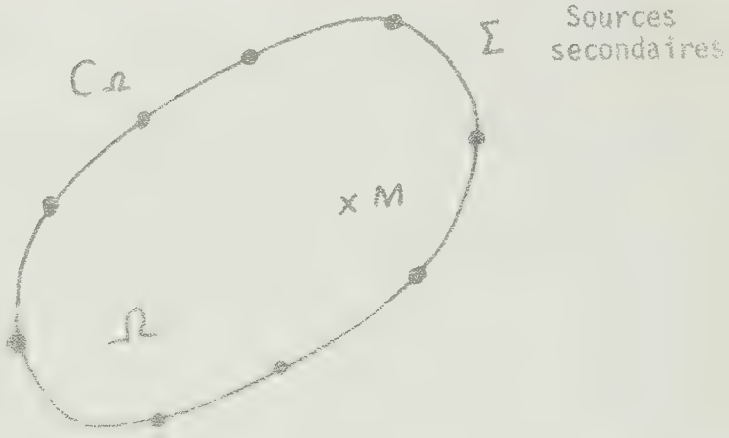
Exprimée pour la première fois par Huygens en 1690 dans son fameux "Traité de la Lumière", cette proposition peut s'énoncer de la manière suivante :

"Les vibrations qui se propagent dans un domaine Ω, complétement séparé par une surface Σ d'un espace source v, sont identiques à celles que l'on obtiendrait en supprimant les sources contenues dans v et en les remplaçant par des sources secondaires convenablement réparties sur Σ".

Si on écarte les surfaces ayant des points à l'infini et les surfaces à connexion multiple, l'application du Principe de Huygens aux ondes acoustiques peut être résumée par les deux figures ci-après (Fig.2.1 et 2.2).

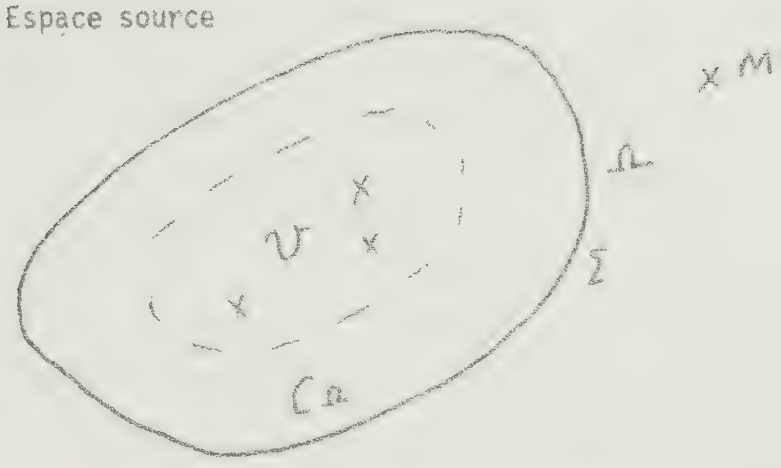


(a) Les sources contenues dans $\mathcal{V}$ créent en tout point M de Ω une pression acoustique p.

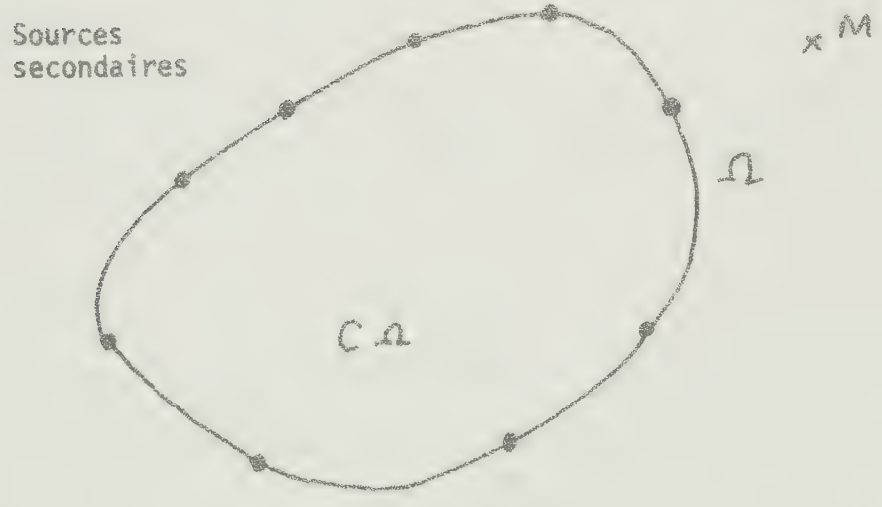


(b) Après suppression des sources contenues dans $\mathcal{V}$, les sources secondaires créent en tout point M de Ω la même pression acoustique p.

Fig.2.1.- La surface Σ entoure complétement le point d'observation M.



(a) Les sources contenues dans v créent en tout point M de Ω une pression acoustique p.



(b) Après suppression des sources contenues dans v, les sources secondaires créent en M la même pression acoustique p.

Fig.2.2.- La surface Σ entoure complétement l'espace source v.

2.2.1.- Le Principe de Huygens au sens strict.-

L'étude détaillée des conditions traduisant le Principe de Huygens a été faite par de nombreux auteurs (voir par exemple "Acoustique Théorique" de Jessel, aux Editions Masson). Nous rappelons ici brièvement, ces conditions appliquées aux ondes acoustiques :

a) la pression acoustique résultante p^H rayonnée par les sources secondaires dans Ω est égale en tout point du domaine à la pression acoustique primitive p_0 ;

b) les ondelettes rayonnées par les sources secondaires à l'extérieur de Ω ont une résultante nulle ;

c) la pression acoustique p^H satisfait à la même équation que p_0.

Mathématiquement, les conditions a) et b) se traduisent par les deux relations :

$$p^H(M,t) = p_0(M,t) \qquad \forall M \in \Omega , \forall t \tag{2.2}$$

$$p^H(M,t) = 0 \qquad \forall M \in \complement_\Omega , \forall t \tag{2.3}$$

L'utilisation de la méthode des découpages de Jessel, [24], permet de calculer la densité Q^H des sources secondaires sur Σ. On en déduit p^H au moyen des fonctions de Green G :

$$p^H = G * Q^H \tag{2.4}$$

le symbole * désignant le produit de convolution de deux distributions.

En comparant les expressions (2.1) et (2.2), on voit que :

$$p^A(M,t) = - p^H(M,t) \qquad \forall M \in \Omega , \forall t \tag{2.5}$$

On peut donc trouver une solution au problème des absorbeurs actifs en répartissant sur Σ une densité Q^A de sources secondaires telle que :

$$Q^A(P,t) = - Q^H(P,t) \qquad \forall P \in \Sigma , \forall t \tag{2.6}$$

2.2.2.- Le Principe de Huygens au sens faible ou semi-principe de Huygens.-

Les sources secondaires dont la densité est définie par la relation (2.6) ont un rayonnement nul dans $\mathcal{C}\Omega$, ce qui signifie que le niveau de bruit est inchangé hors du domaine Ω. Cette condition peut sembler trop forte car elle impose, comme nous le verrons plus loin, des sources secondaires à rayonnement cardioïdal, difficiles à réaliser. Nous avons donc étudié une répartition de sources absorbantes dont le rayonnement soit seulement assujetti à vérifier la condition (2.1), son expression dans Ω pouvant être quelconque. Nous avons ainsi été amenés à traduire mathématiquement un "semi Principe de Huygens" ou "Principe de Huygens au sens faible" en écrivant que le champ dans Ω peut se mettre sous la forme :

$$(2.7) \qquad p^A(M) = \int_\Sigma u(P)\, G(M,P)\, d\sigma \qquad \forall\, M \in \Omega$$

u(P) désignant la densité de sources sur Σ. Ce résultat, justifié en régime harmonique par la théorie des potentiels de couche, s'étend à un régime quelconque par transformation de Fourier. Il conduit à des réalisations pratiques plus simples qui ont toutefois l'inconvénient d'élever le niveau de bruit hors du domaine protégé Ω.

2.2.3.- Les zones de Fresnel.-

Dans le cas où Σ est une sphère centrée sur la source de bruit et Ω le domaine extérieur à cette sphère, on peut, en régime sinusoïdal, décomposer la surface en zones de Fresnel, relativement à un point M de Ω. On sait alors que la contribution en M de la première zone est égale au double du champ total rayonné par l'ensemble des sources secondaires. Nous verrons qu'il est possible d'utiliser ce résultat pour réduire le niveau sonore au voisinage de M dans le cas de bruits à faible largeur de bande.

2.3.- Coefficient d'affaiblissement.-

L'utilisation du Principe de Huygens pour résoudre la question des absorbeurs actifs suppose que l'on sache réaliser expérimentalement des sources de Huygens. Or, ce nouveau problème, envisagé pour la première fois par Rocard (*) en 1946, n'avait jamais été résolu en pratique jusqu'à ce jour. Nous y sommes parvenu en calculant, sous forme intégrale, le rayonnement des sources secondaires et en montrant que la densité continue Q^A

(*) Rocard (Y.), Dynamique générale des vibrations, Masson & Cie Éd., Paris, 1971.

pouvait être approchée par une densité discrète $\hat{Q}^A$ ne nécessitant qu'un petit nombre de sources secondaires. Toutefois, en opérant ainsi, il devient impossible de vérifier exactement la condition (2.1) en tout point de Ω. Le but de ce paragraphe est de caractériser la précision de la reconstitution du bruit à réduire au moyen d'un coefficient d'affaiblissement ΔL que nous définissons de la manière suivante :

"On appelle "coefficient d'affaiblissement" d'un absorbeur actif l'écart, en dB, entre l'intensité sonore I mesurée lorsqu'il fonctionne et l'intensité sonore I_o du bruit à réduire".

On aura donc :

$$\Delta L = 10 \log \frac{I}{I_o} = L - L_o \tag{2.8}$$

où L est le niveau sonore résultant et L_o le niveau sonore incident.

En désignant par $\underset{\sim}{v}^A$ et $\underset{\sim}{v}_o$ les vitesses vibratoires correspondant respectivement aux sources secondaires et primaires, ce coefficient s'écrit aussi :

$$\boxed{\Delta L = 10 \log \frac{<(p_o + p^A) \cdot (\underset{\sim}{v}_o + \underset{\sim}{v}^A)>}{< p_o \cdot v_o >}} \tag{2.9}$$

le symbole < > désignant la valeur moyenne d'une fonction :

$$< f > = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{t_o}^{t_o+T} f(t)\, dt \tag{2.10}$$

Un affaiblissement du bruit incident se traduit par une valeur négative de ΔL. Cet affaiblissement est d'autant plus important que ΔL est plus négatif. Dans le cas idéal défini par la relation (2.1) on a :

$$\Delta L = - \infty \quad (dB) \tag{2.11}$$

Dans la pratique, en plus du bruit incident, d'intensité sonore I_o, il existe le plus souvent un bruit de fond, d'intensité sonore I_F et de niveau L_F, irréductible par absorption active. Le coefficient d'affaiblissement doit donc s'écrire :

$$\Delta L = 10 \log \frac{I + I_F}{I_o + I_F} \tag{2.12}$$

Sa valeur maximum est obtenue pour I = 0 ; on a alors :

$$(2.13) \qquad \Delta L_{max} = 10 \log \frac{I_F}{I_o + I_F}$$

En considérant que le bruit de fond a une intensité beaucoup plus faible que le bruit incident, ce résultat s'écrit aussi (*) :

$$(2.14) \qquad \Delta L_{max} \simeq L_F - L_o$$

Ayant défini un coefficient d'affaiblissement qui caractérise l'efficacité d'un absorbeur actif, nous allons écrire son expression dans le cas d'un son pur puis pour un son complexe.

2.4.- Réduction d'un son pur.-

2.4.1.- Coefficient d'affaiblissement.-

Pour une fréquence donnée, le silence peut être obtenu, en un point où règne une pression acoustique p_o, si les sources absorbantes créent en ce même point une pression acoustique p^A telle que :

$$(2.15) \qquad p^A = - p_o$$

Nous avons vu qu'en pratique, cette condition ne peut jamais être vérifiée exactement : il existera toujours entre p^A et p_o une différence de niveau δL et une différence de phase $\delta\varphi$. En prenant p_o comme référence de phase, on aura donc :

$$(2.16) \qquad \left|p^A + p_o\right| = \left|p_o\right| \sqrt{1 + 2.10^{\delta L/20} \cos \delta\varphi + 10^{\delta L/10}}$$

(*) L'expression exacte de ΔL est :

$$\Delta L = \Delta L_o + 10 \log \frac{1 + 10^{-\frac{\Delta L_o}{10}} \cdot 10^{\frac{L_f - L_o}{10}}}{1 + 10^{\frac{L_f - L_o}{10}}}$$

ΔL_o désignant le coefficient d'affaiblissement mesuré sans bruit de fond.

En régime harmonique, le coefficient d'affaiblissement peut s'écrire :

$$\Delta L = 20 \log \frac{|p^A + p_o|}{|p_o|} \qquad (2.17)$$

soit :

$$\Delta L = 10 \log \{ 1 + 2.10^{\delta L/20} \cos \delta\varphi + 10^{\delta L/10} \} \qquad (2.18)$$

Une étude rapide des variations de ΔL montre que cette fonction n'admet un minimum que si la condition :

$$\frac{\Pi}{2} \leqslant \delta\varphi \leqslant \frac{3\Pi}{2} \qquad (2.19)$$

est vérifiée. Dans tous les autres cas, la fonction est positive (c'est-à-dire que le niveau de bruit est renforcé) et croissante.

Nous avons représenté ci-après le réseau de courbes montrant les variations de ΔL en fonction de δL, pour différentes valeurs de $\delta\varphi$. Sa connaissance nous permet de répondre à la question suivante : *"étant donné un absorbeur actif, avec quelle précision, en amplitude et en phase, devra-t-il reproduire le son incident pour que l'affaiblissement obtenu soit inférieur à une valeur donnée ΔL_o ?"*.

En utilisant la relation (2.18), on voit que les conditions à vérifier seront :

$$10 \log (1 - 10^{\Delta L_o/20}) \leqslant \delta L \leqslant 10 \log (1 + 10^{\Delta L_o/20}) \qquad (2.20)$$

$$\frac{\Pi}{2} \leqslant \delta\varphi < \text{Anc sin } 10^{\Delta L_o/20}$$
$$- \text{Anc sin } 10^{\Delta L_o/20} \leqslant \delta\varphi \leqslant \frac{3\pi}{2} \qquad (2.21)$$

Par exemple, pour obtenir un affaiblissement inférieur à 40 dB, il faudra :

$$|\delta L| \leqslant 0{,}04 \text{ dB} \qquad \text{et} \qquad |\Pi - \delta\varphi| \leqslant 0{,}01 \text{ rd}$$

ce qui explique l'extrême acuité des minima pour les valeurs de $|\delta\varphi|$ voisines de Π.

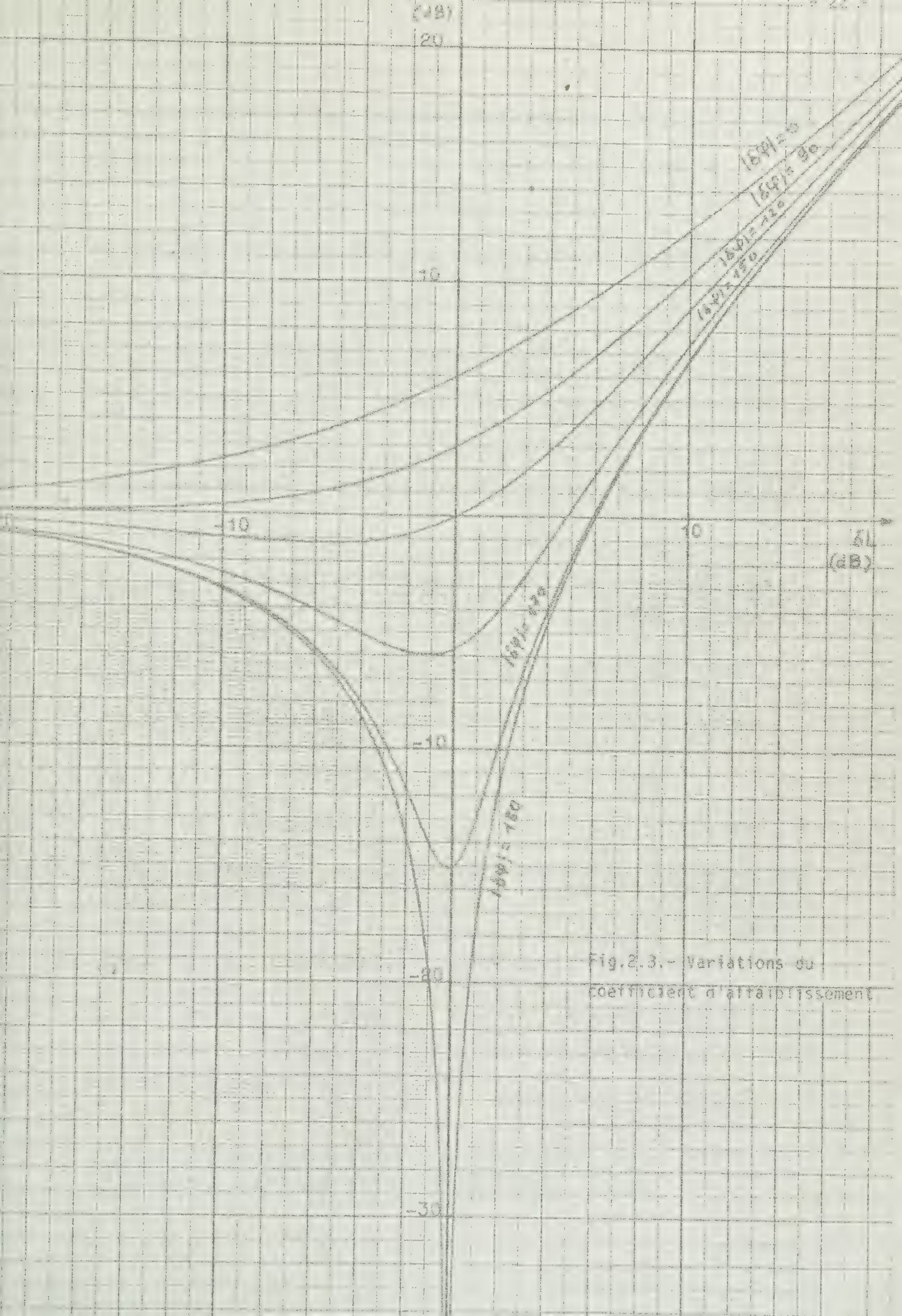


Fig.2.3.- Variations du coefficient d'affaiblissement

La mesure de ΔL pour différentes fréquences permet de tracer la courbe de réponse de l'absorbeur actif :

$$\Delta L_{(dB)} = g\left[f_{(HZ)} \right]$$

Un exemple, fictif, d'une telle courbe, est représenté ci-dessous (Fig.2.4).

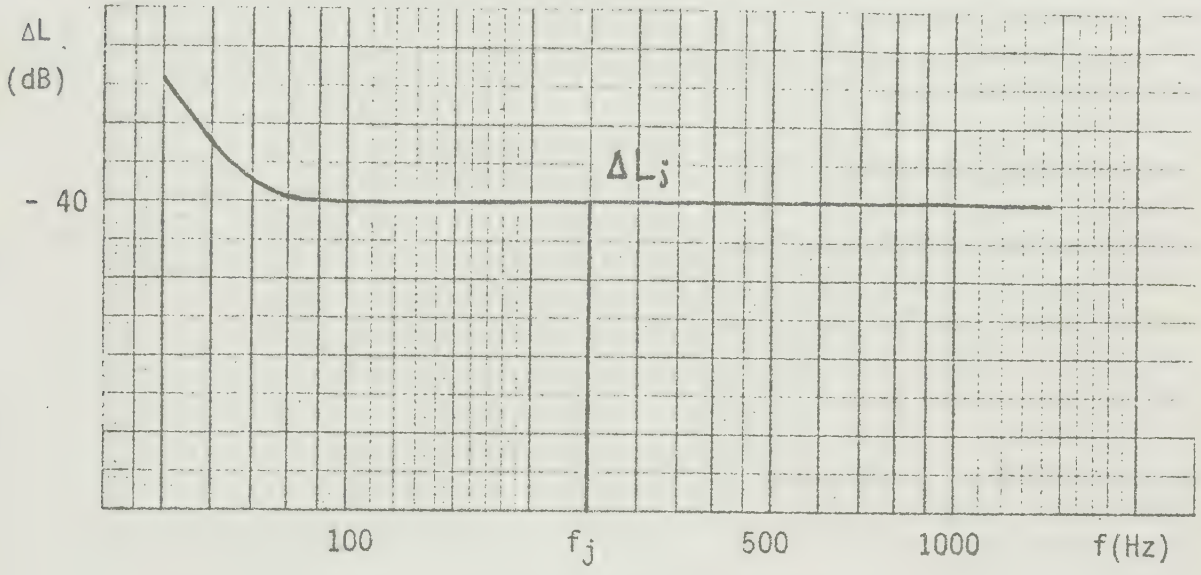


Fig.2.4.- Courbe de réponse d'un absorbeur actif.

2.4.2.- Influence des réglages de phase.-

Les sources secondaires doivent reproduire, en amplitude et en opposition de phase, le son incident. Si la reproduction en amplitude ne présente pas de difficultés majeures dès que l'on s'éloigne de la zône de champ proche, il n'en est pas de même pour la reproduction en phase qui s'avère malaisée à obtenir dans des domaines de très grandes dimensions. Ce sont donc surtout les erreurs de phase qui limiteront les performances d'un absorbeur actif. Pour mettre en évidence ces limitations, nous avons représenté ci-après (Fig.2.5) le réseau :

$$\Delta L = f\ (\Delta L_0,\ \Delta\varphi\ )$$

où ΔL_0 est le coefficient d'affaiblissement mesuré à erreur de phase nulle et $\Delta\varphi$ l'écart, en valeur absolue, entre π et $\delta\varphi$.

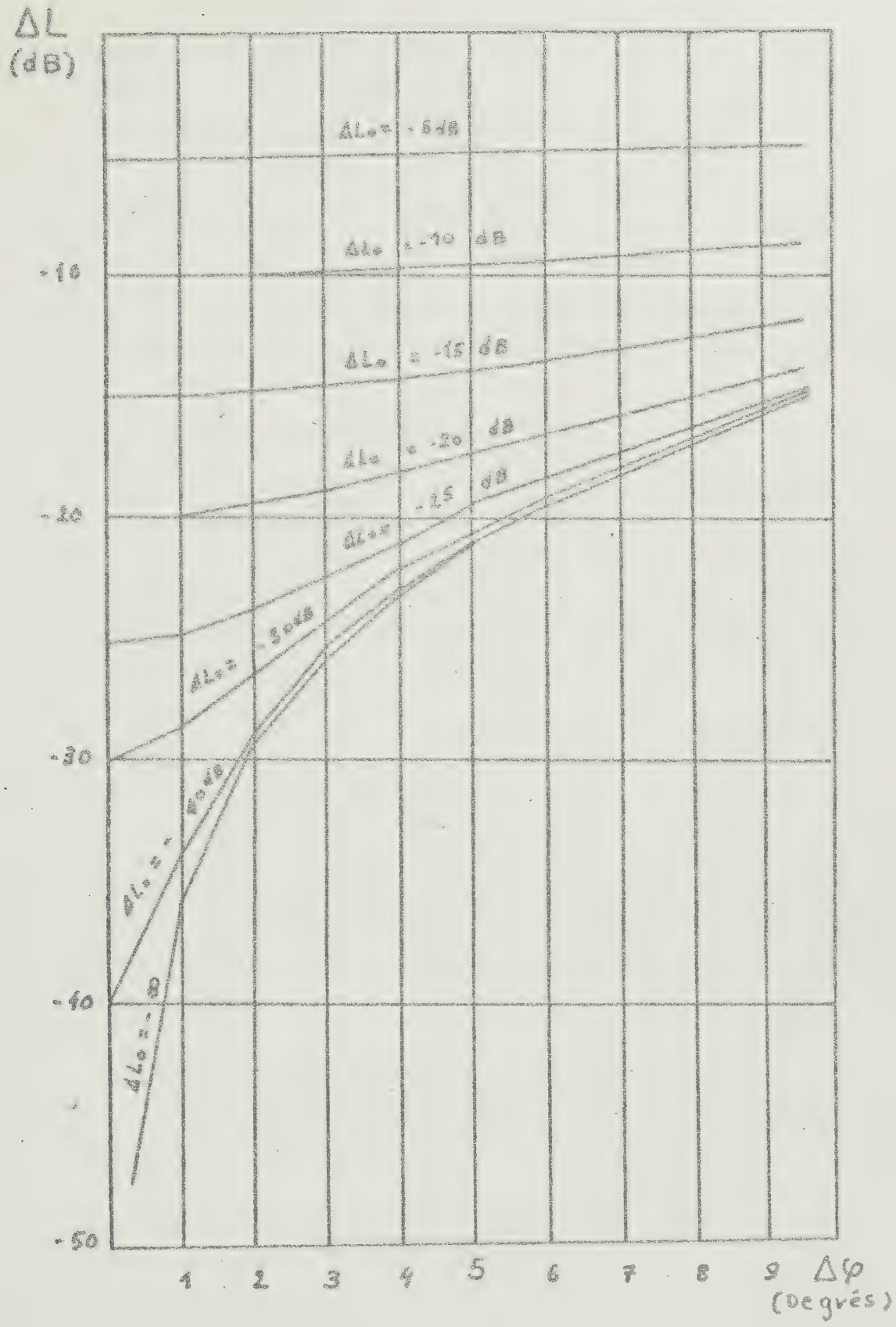


Fig.2.5.- Influence d'une erreur de phase.

On voit par exemple qu'un réglage à - 40 dB, à erreur de phase nulle, tombe à - 29 dB en cas d'erreur de phase de 2°. De façon générale, il est aisé de démontrer qu'un affaiblissement ΔL_o à erreur de phase nulle devient, en cas d'erreur de phase $\Delta\varphi$:

$$(2.22) \qquad \Delta L = 10 \log \left\{ 10^{\Delta L_o/10} + 4 \left(1 - 10^{\Delta L_o/20}\right) \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \right\}$$

Un absorbeur actif devra donc être extrêmement précis, en amplitude et en phase, si on veut obtenir des performances acceptables.

2.4.3.- Influence d'un bruit de fond.-

La présence d'un bruit de fond ne change l'allure des courbes que nous avons tracées que dans les régions d'affaiblissement maximum : ce résultat, en accord avec la relation (2.14) apparaît nettement sur la figure 2.6 qui représente les variations de ΔL pour différentes valeurs de la quantité $\delta N = L_F - L_o$ (écart, en dB, entre le bruit de fond et le bruit à réduire).

2.5.- Réduction d'un son complexe.-

Pour avoir une utilité pratique, un absorbeur actif doit pouvoir neutraliser des sons complexes. Nous allons montrer comment on peut, à partir des résultats obtenus pour des fréquences pures, prédire les performances d'un absorbeur actif dans le cas d'un bruit à spectre de raies ou de bandes.

2.5.1.- Bruit à spectre de raies.-

En utilisant la relation (28), le coefficient d'affaiblissement s'écrit :

$$(2.23) \qquad \Delta L = 10 \log - \sum_j \frac{I_j}{I_o}$$

I_j désignant l'intensité sonore résultante correspondant à la fréquence f_j.

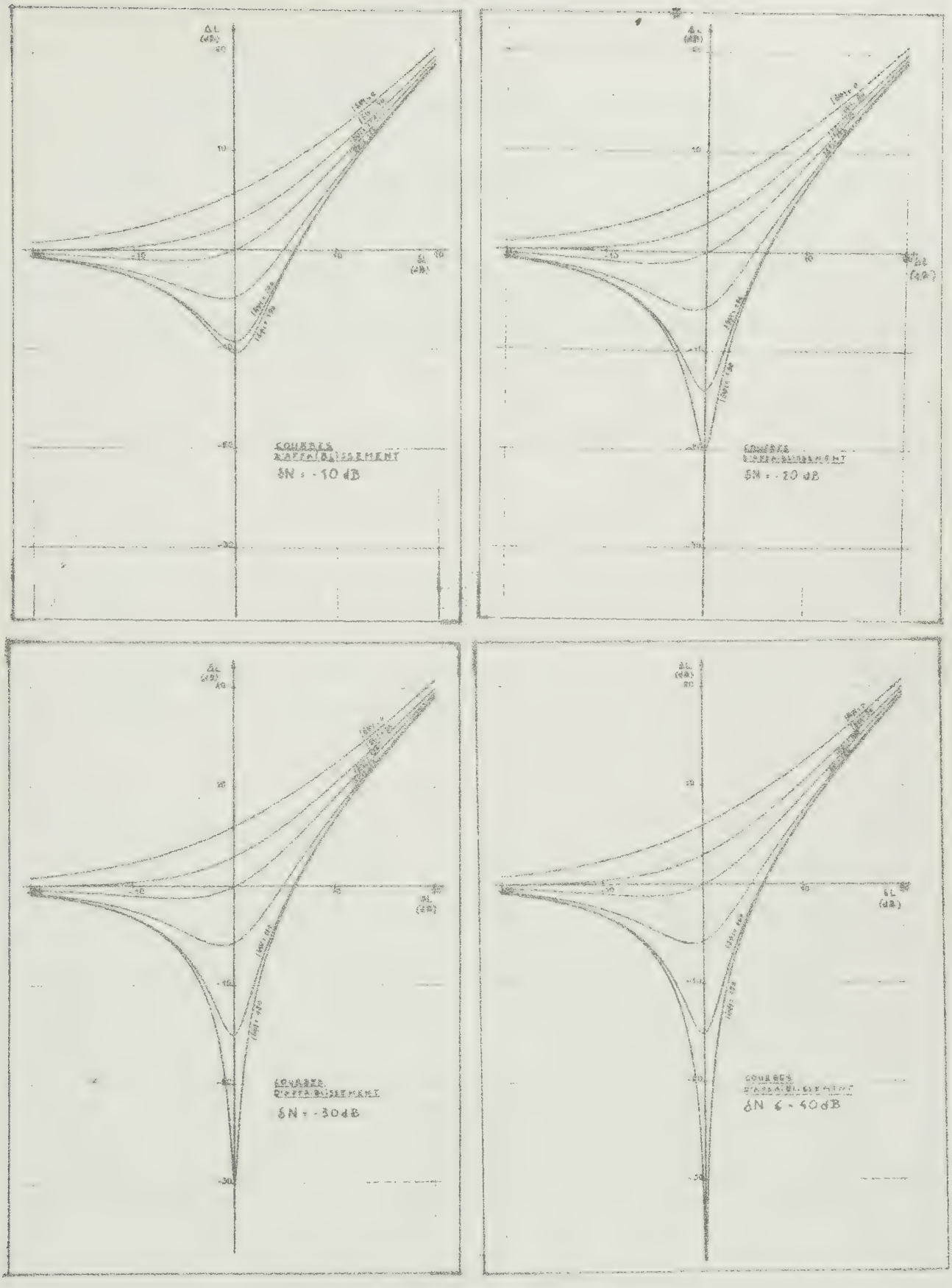


Fig.2.6.- Influence d'un bruit de fond.

Notons ΔL_j l'affaiblissement mesuré à la fréquence f_j ; il s'écrit :

$$\Delta L_j = 10 \log \frac{I_j}{I_{oj}} \tag{2.24}$$

où I_{oj} désigne l'intensité de la fréquence incidente f_j. On peut déduire de cette relation le rapport I_j/I_{oj} qui, reporté dans (2.23) permet d'écrire:

$$\Delta L = 10 \log \sum_j 10^{\frac{\Delta L_j + L_{oj} - L_o}{10}} \tag{2.25}$$

La quantité :

$$L_{oj} - L_o = 10 \log \frac{I_{oj}}{I_o} \tag{2.26}$$

est l'écart, en dB, entre l'intensité de la raie f_j et l'intensité totale à réduire. Elle ne dépend que du spectre du bruit à neutraliser (Fig.2.6).

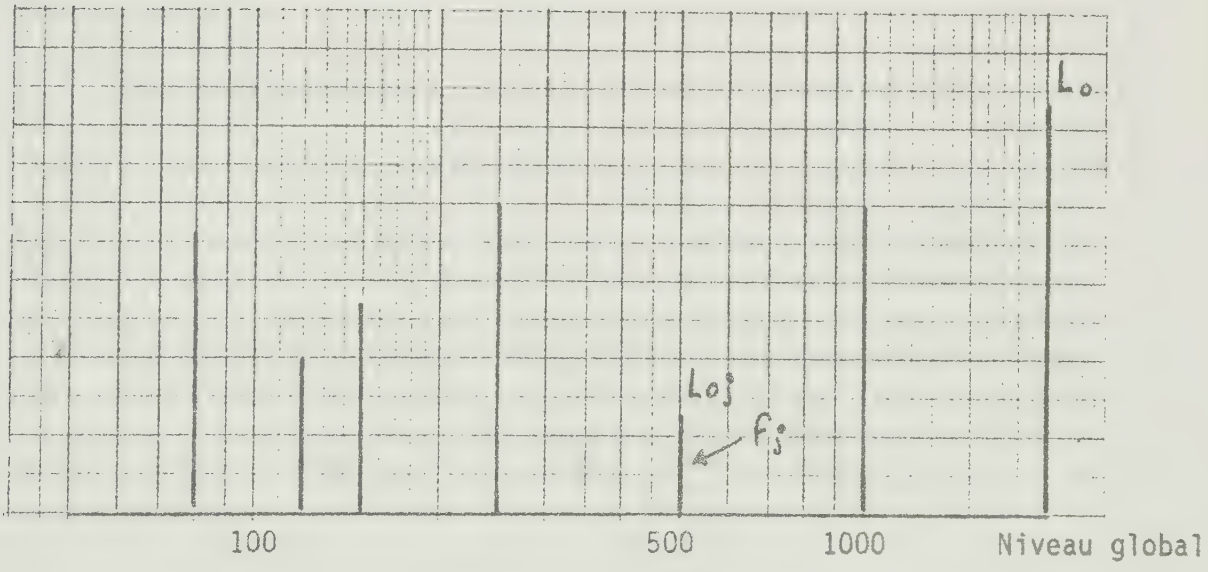


Fig.2.7.- Exemple de spectre de raies.

Ainsi, la connaissance de la courbe de réponse de l'absorbeur actif (qui donne les valeurs des ΔL_j) et l'analyse spectrale du bruit à neutraliser permettent de prédire les performances de l'absorbeur pour le bruit considéré.

Il est à noter que dans le cas particulier où le spectre est composé de N raies de mêmes intensités, le coefficient d'affaiblissement devient, d'après (2.25) :

$$\Delta L = -10 \log N + 10 \log \sum_{j=1}^{N} 10^{\frac{\Delta L_j}{10}} \qquad (2.27)$$

2.5.2.- Bruit à spectre de bandes :

En divisant le spectre du bruit à réduire en bandes de fréquences de largeur Δf_j, on peut définir :

- un affaiblissement moyen dans la bande Δf_j par :

$$\delta L_j = 10 \log \frac{I_{\Delta fj}}{I_{o\Delta fj}} \qquad (2.28)$$

$I_{\Delta fj}$ désignant l'intensité résultante moyenne de cette bande et $I_{o\Delta fj}$ l'intensité incidente moyenne (Fig. 2.7) ;

- un écart de niveau :

$$N_{oj} - L_o \qquad (2.29)$$

où N_{oj} est le niveau incident moyen dans la bande Δfj (Fig.2.8).

En opérant comme au paragraphe 2.5.1, on montre facilement que :

$$\Delta L = 10 \log \sum_{j} 10^{\frac{\delta L_j + N_{oj} - L_o}{10}} \qquad (2.30)$$

Dans le cas d'un bruit blanc de largeur Δf ce résultat s'écrira:

$$\Delta L = 10 \log \sum_{j} \frac{\Delta f_j}{\Delta f} 10^{\delta L_j/10} \qquad (2.31)$$

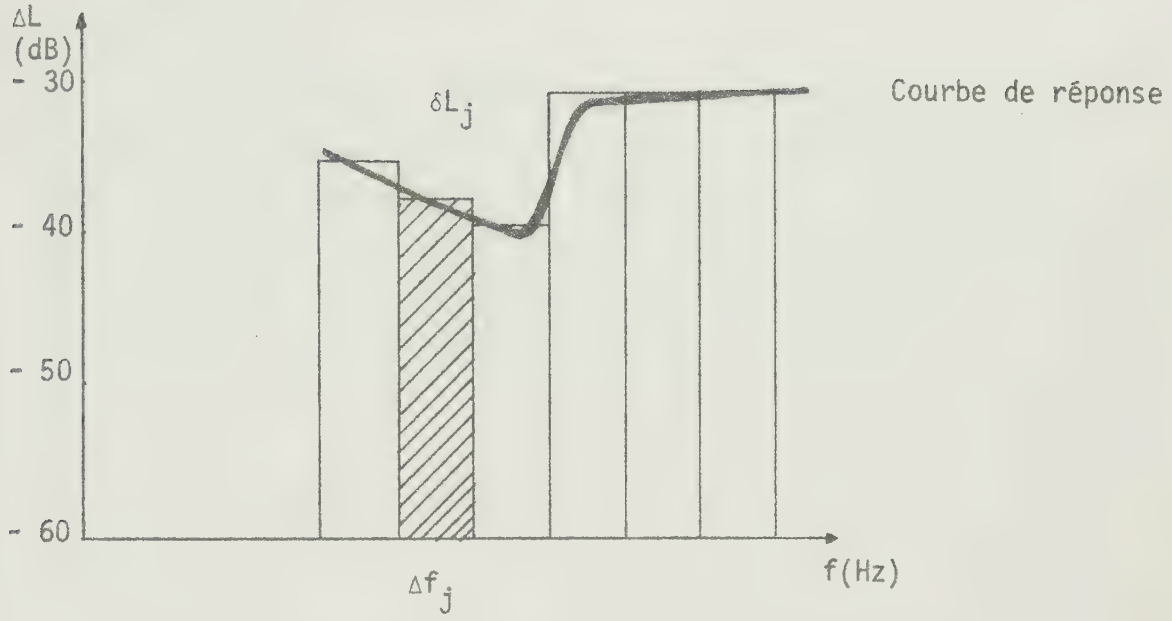


Fig.2.8.- Détermination des affaiblissements moyens δL_j.

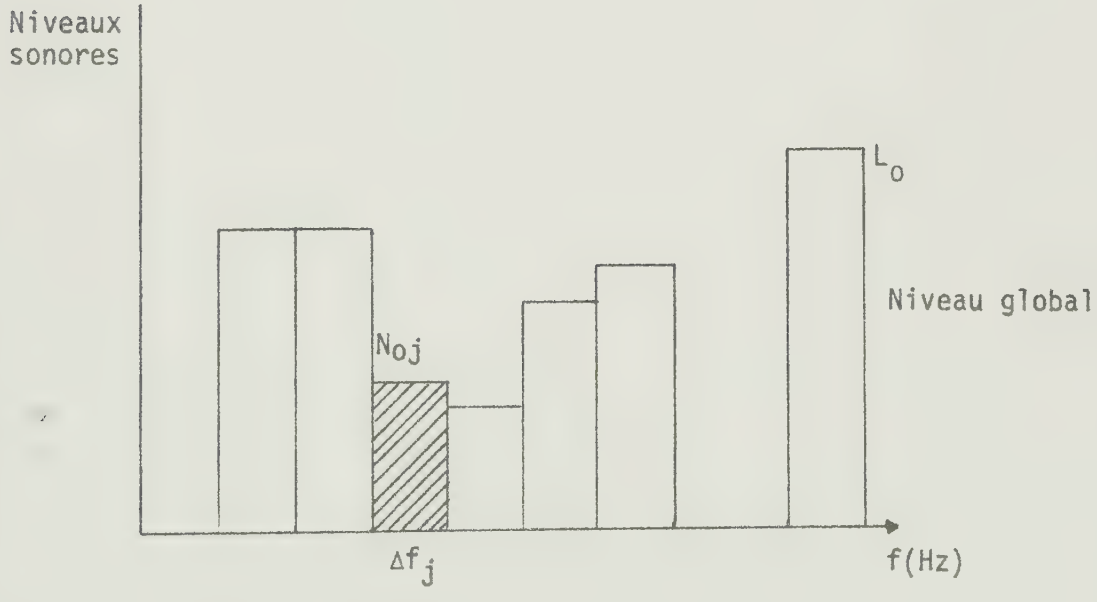
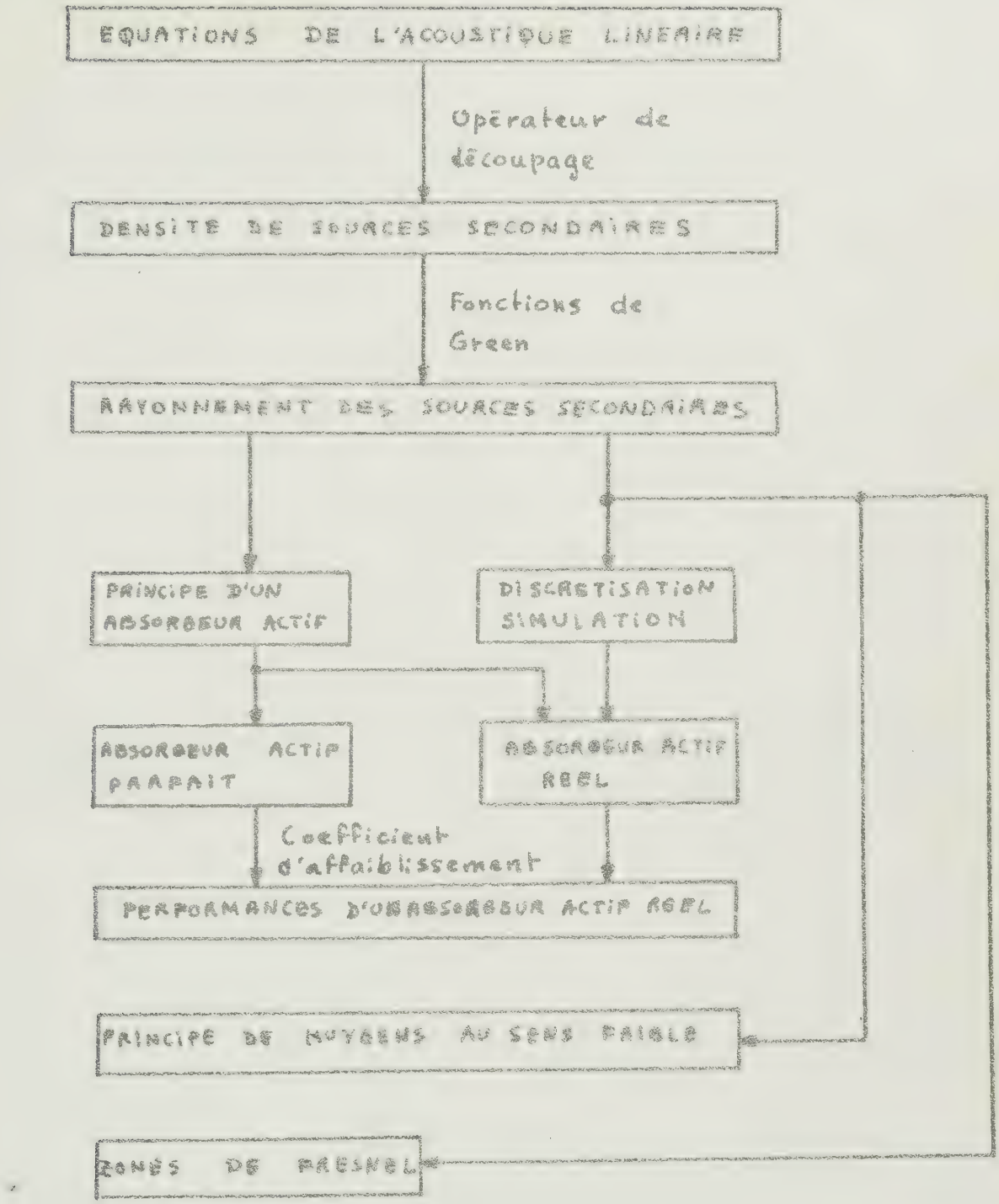


Fig.2.9.- Exemple de spectre de bandes.

2.6.- Conclusions.-

Nous avions vu au début de ce travail que le problème de l'absorption active du bruit était avant tout un problème de reproduction de champ sonore. Les expressions des coefficients d'affaiblissement que nous avons obtenus dans les différents cas nous permettent maintenant de chiffrer la précision et la fidélité de cette reproduction. Elles rendent possible une simulation sur ordinateur des expériences que nous voulions effectuer, comme nous allons le voir dans la deuxième partie de notre travail.

x x x



THEORIE ACOUSTIQUE DES ABSORBEURS ACTIFS

CHAPITRE 3

APPLICATION DU PRINCIPE DE HUYGENS AUX ABSORBEURS ACOUSTIQUES ACTIFS

3.- APPLICATION DU PRINCIPE DE HUYGENS AUX ABSORBEURS ACOUSTIQUES ACTIFS -

3.1.- Généralités.-

Le problème de l'absorption acoustique active ne peut être résolu par la seule application du principe des interférences. Nous avons vu, au chapitre précédent, qu'il était nécessaire d'adjoindre à ce dernier le Principe de Huygens qui décrit et explique la propagation de proche en proche d'une onde à travers l'espace. La traduction mathématique de ce principe est rendue très simple par l'utilisation d'un *opérateur de séparation* ou *opérateur de découpage*, lié au domaine que l'on veut protéger. Les résultats théoriques auxquels conduit cette méthode, due à Jessel [23], sont rappelés au § 3.2. On les applique ensuite à divers cas de propagation d'ondes sonores : propagation tridimensionnelle dans un fluide parfait ou unidimensionnelle dans un tuyau sonore ou un pavillon, avec ou sans écoulement.

3.2.- Le Principe de Huygens et la méthode des découpages.-

Désignons par $\Phi_0(M,t)$ un champ sonore (pression acoustique p_0 et vitesse vibratoire $\mathcal{V}_0$), solution de l'équation symbolique :

$$\mathcal{L}(M,t)\ \Phi_0(M,t) = K_0(M,t) \qquad (3.1)$$

où $\mathcal{L}(M,t)$ est un opérateur linéaire. Le second membre $K_0(M,t)$ représente les sources du champ et est nul hors d'un domaine $\mathcal{V}$ appelé *espace source*.

Considérons un domaine Ω, complètement séparé de $\mathcal{V}$ par une surface Σ, et posons nous le problème suivant : *quelles sources faut-il disposer sur* Σ *pour que le champ* Φ_0 *demeure inchangé dans* Ω *lorsqu'on supprime les sources de* $\mathcal{V}$?

La réponse à cette question est fournie par le Principe de Huygens, dont nous avons rappelé l'énoncé dans le deuxième chapitre, au § 2.2. On sait que cette proposition se traduit par les trois conditions suivantes, dues à

Croze et Darmois (*) :

a) le champ acoustique ϕ^H rayonné par les sources secondaires dans Ω est égal, en tout point du domaine, au champ primitif ϕ_0 ;

b) les ondelettes rayonnées par les sources secondaires à l'extérieur de Ω ont une résultante nulle ;

c) le champ acoustique ϕ^H satisfait à la même équation que ϕ_0.

Mathématiquement, les conditions a) et b) se traduisent par :

$$\phi^H(M,t) = \phi_0(M,t) \qquad \forall M \in \Omega, \forall t \tag{3.2}$$

$$\phi^H(M,t) = 0 \qquad \forall M \in \complement\Omega, \forall t \tag{3.3}$$

Si on introduit un *opérateur de découpage* s(M), défini par :

$$s(M) = 1 \qquad \forall M \in \Omega \tag{3.4}$$

$$s(M) = 0 \qquad \forall M \in \complement\Omega \tag{3.5}$$

on voit que le Principe de Huygens se traduit par la relation fonctionnelle suivante :

$$\phi_0 \xrightarrow{s} s\,\phi_0 \tag{3.6}$$

En reportant ce résultat dans l'équation (3.1), on obtient :

$$\mathcal{L}(s\phi_0) = s\,K_0 + K^H \tag{3.7}$$

La quantité K^H ainsi introduite représente la densité de sources de Huygens sur Σ. Elle est égale, d'après (3.1), à :

$$K^H = [\mathcal{L}, s]\,\phi_0 \tag{3.8}$$

le symbole $[\ \ ]$ désignant, comme d'usage, le commutateur de deux opérateurs.

(*) CROZE (F.) & DARMOIS (G.), Réduction à l'unité des expressions du Principe de Huygens pour les ondes électromagnétiques, C.R.A.S. (1949), 228, p.824.

Les domaines $\mathcal{V}$ et Ω étant disjoints, la relation (3.7) nous permet d'écrire :

$$\mathcal{L}(M,t)\,\phi^H(M,t) = K^H(M,t) \tag{3.9}$$

La troisième condition de Croze et Darmois est donc effectivement vérifiée. Nous allons appliquer ces résultats, dus à Jessel (*) , aux équations du premier ordre de l'acoustique linéaire.

3.3.- Densité de sources secondaires -

Désignons par ρ, p et $\underset{\sim}{v}$ la pression, la masse spécifique et la vitesse du fluide en l'absence d'onde sonore, et par ρ_0, p_0 et $\underset{\sim}{v}_0$ les écarts, dus au champ acoustique, de ces grandeurs. Dans l'hypothèse où ces derniers sont faibles (hypothèse des petits mouvements), il est possible de négliger, dans les équations de la mécanique des milieux continus, les termes quadratiques affectés de l'indice o. On peut alors écrire :

$$\partial_t \rho_0 + \nabla.(\rho\,\underset{\sim}{v}_0 + \rho_0\,\underset{\sim}{v}) = q_0 \tag{3.10}$$

(conservation de la masse)

$$\partial_t(\rho\,\underset{\sim}{v}_0 + \rho_0\,\underset{\sim}{v}) + \nabla.(\rho_0\,\underset{\sim}{v}\otimes\underset{\sim}{v} + \rho\,\underset{\sim}{v}_0\otimes\underset{\sim}{v} + \rho\,\underset{\sim}{v}\otimes\underset{\sim}{v}_0)\ldots \tag{3.11}$$
$$\ldots + \nabla p_0 - \nabla.(\mu\,D.\underset{\sim}{v}_0 + \lambda\,\mathrm{II}\,\nabla.\underset{\sim}{v}_0) = \underset{\sim}{R}_0$$

(conservation de la quantité de mouvement)

II désigne le tenseur unité, λ et μ les coefficients de viscosité du fluide et $D.\underset{\sim}{v}_0$ l'opération définie par :

$$D.\underset{\sim}{v}_0 = \nabla\otimes\underset{\sim}{v}_0 + (\nabla\otimes\underset{\sim}{v}_0)^t \tag{3.12}$$ (**)

Si, de plus, on admet l'hypothèse des transformations adiabatiques, on peut écrire une relation entre p_0 et ρ_0 sous la forme :

$$p_0 = \rho_0 c^2 \tag{3.13}$$

où c est la célérité de l'onde se propageant dans le fluide. En reportant ce

(*) JESSEL (M.), Contribution aux théories du Principe de Huygens et de la diffraction, Publ.Sc.& Techn. du Ministère de l'Air, n°401,1963,Sédocar,Paris.

(**) Le symbole $(\nabla\otimes\underset{\sim}{v}_0)^t$ désigne le tenseur transposé de $\nabla\otimes\underset{\sim}{v}_0$ défini par :

résultat dans les équations (3.10) et (3.11), on obtient :

$$(3.14)\quad \frac{1}{c^2}\,\partial_t p_0 + \nabla.(\rho\,\underset{\sim}{v}_0) + \frac{1}{c^2}\,\nabla.(p_0\,\underset{\sim}{v}) = q_0$$

$$(3.15)\quad \frac{1}{c^2}\,\partial_t(p_0\,\underset{\sim}{v}) + \partial_t(\rho\,\underset{\sim}{v}_0) + \frac{1}{c^2}\,\nabla.(p_0\,\underset{\sim}{v}\otimes\underset{\sim}{v}) \ldots$$
$$+ \nabla.(\rho\,\underset{\sim}{v}_0\otimes\underset{\sim}{v} + \rho\,\underset{\sim}{v}\otimes\underset{\sim}{v}_0) + \nabla p_0 - \nabla.(\mu D.\underset{\sim}{v}_0 + \lambda \mathbb{I}\,\nabla\,\underset{\sim}{v}) \ldots$$
$$\ldots = \underset{\sim}{R}_0$$

Les expressions ainsi écrites sont les équations fondamentales de l'acoustique linéaire. Il est commode de les représenter symboliquement par :

$$(3.16)\quad L_1(p_0, \underset{\sim}{v}_0) = q_0$$

$$(3.17)\quad \underset{\sim}{L}_2(p_0, \underset{\sim}{v}_0) = \underset{\sim}{R}_0$$

où L_1 et $\underset{\sim}{L}_2$ sont des opérateurs linéaires. On ajoute à ces équations une relation supplémentaire qui exprime que les mouvements acoustiques ne sont pas tourbillonnaires :

$$(3.18)\quad \nabla_\wedge\,\underset{\sim}{v}_0 = 0$$

L'application d'un opérateur de découpage $\mathcal{S}$ entraînera, d'après (3.7) :

$$(3.19)\quad L_1(\mathcal{S}p_0, \mathcal{S}\underset{\sim}{v}_0) = \mathcal{S}q_0 + q^H$$

$$(3.20)\quad \underset{\sim}{L}_2(\mathcal{S}p_0, \mathcal{S}\,\underset{\sim}{v}_0) = \mathcal{S}\,\underset{\sim}{R}_0 + \underset{\sim}{R}^H$$

$$(3.21)\quad \nabla_\wedge(\mathcal{S}\,\underset{\sim}{v}_0) = \overline{\overline{T}}^H$$

où q^H, $\underset{\sim}{R}^H$ et $\overline{\overline{T}}^H$ sont les densités de sources de Huygens définies (cf. la relation (3.8)) par :

(3.22) $$q^H = \left[L_1 , s \right] (p_0 , \underset{\sim}{v}_0)$$

(3.23) $$\underset{\sim}{R}^H = \left[\underset{\sim}{L}_2 , s \right] (p_0 , \underset{\sim}{v}_0)$$

(3.24) $$\underline{\underline{T}}^H = \left[\nabla_\Lambda , s \right] \underset{\sim}{\psi}_0$$

En développant les différents commutateurs, les sources de Huygens ont pour expression :

(3.25) $$q^H = \left(\rho \underset{\sim}{v}_0 + \frac{1}{c^2} p_0 \underset{\sim}{v} \right) \cdot \nabla s$$

(3.26) $$\underset{\sim}{R}^H = \frac{1}{c^2} p_0 \left(\underset{\sim}{v} \otimes \underset{\sim}{v} \right) \cdot \nabla s + p_0 \nabla s - (\mu + \lambda) \left\{ (\Delta s) \underset{\sim}{v}_0 \cdots \right.$$

$$\cdots + 2 \left(\nabla s \cdot \nabla \right) \underset{\sim}{v}_0 - \mu \left\{ \underset{\sim}{v}_0 \cdot (\nabla \otimes \nabla) s + (\nabla \cdot \underset{\sim}{v}_0) \nabla s \right\} \Big\}$$

(3.27) $$\underline{\underline{T}}^H = \nabla s \wedge \underset{\sim}{v}_0$$

Si δ_Σ est la mesure de Dirac associée à la surface Σ et $\hat{n}$ la normale unitaire dirigée vers l'extérieur de Σ, nous aurons, d'après (3.4) et (3.5) :

(3.28) $$\nabla s = - \hat{n} \, \delta_\Sigma$$

(3.28') $$\Delta s = - \partial_n \delta_\Sigma$$

où l'on a posé :

(3.29) $$\partial_n = \hat{n} \cdot \nabla$$

Les densités de sources secondaires pourront donc se mettre sous la forme définitive :

(3.30) $$q^H = -\left(\frac{1}{c^2} p_0 \underset{\sim}{v} + \rho \underset{\sim}{v_0}\right) \cdot \hat{n}\, \delta_\Sigma$$

(3.31) $$\underset{\sim}{R}^H = -\frac{p_0}{c^2} (\underset{\sim}{v} \otimes \underset{\sim}{v})\, \hat{n}\, \delta_\Sigma - p_0 \hat{n}\, \delta_\Sigma + (\mu+\lambda) \left\{ 2\, \delta_\Sigma (\partial_n \underset{\sim}{v_0}) + \underset{\sim}{v_0} (\partial_n \delta_\Sigma) \right\} + \mu \left\{ (\nabla \cdot \underset{\sim}{v_0})\, \hat{n}\, \delta_\Sigma + (\underset{\sim}{v_0} \cdot \nabla)(\partial_n \delta_\Sigma) \right\}$$

(3.32) $$\underline{\underline{T}}^H = -(\hat{n} \wedge \underset{\sim}{v_0})\, \delta_\Sigma$$

Nous avons montré, dans le second chapitre, au § 2.2.1, qu'on pouvait trouver une solution au problème de l'absorption acoustique active en répartissant sur la surface Σ une densité de sources égale et opposée à la densité de sources de Huygens. Si q^A, $\underset{\sim}{R}^A$ et $\underline{\underline{T}}^A$ composent cette densité, on pourra écrire :

(3.33) $$q^A = -q^H$$

(3.34) $$\underset{\sim}{R}^A = -\underset{\sim}{R}^H$$

(3.35) $$\underline{\underline{T}}^A = -\underline{\underline{T}}^H$$

et les équations vérifiées par le champ acoustique ϕ^A des sources absorbantes (pression acoustique p^A et vitesse vibratoire $\underset{\sim}{v}^A$) seront :

(3.36) $$L_1 (p^A, \underset{\sim}{v}^A) = q^A$$

(3.37) $$\underset{\sim}{L}_2 (p^A, \underset{\sim}{v}^A) = \underset{\sim}{R}^A$$

(3.38) $$\nabla \wedge \underset{\sim}{v}^A = \underline{\underline{T}}^A$$

Nous verrons, dans les prochains paragraphes, comment on peut, dans certains cas particuliers, intégrer ce système et calculer l'expression du rayonnement des sources absorbantes. Remarquons dès maintenant que celles-ci sont de deux sortes :

- des sources de débit ou monopôles, correspondant au terme scalaire q^A ;

- des sources d'impulsion ou dipôles correspondant aux termes vectoriels $\underset{\sim}{R}^A$ et $\underset{\sim}{T}^A$ (*).

La forme des expressions (3.30), (3.31) et (3.32) nous indique que les amplitudes de ces sources devront être proportionnelles :

- au champ acoustique primaire ϕ_0 , calculé sur la surface Σ, et à des dérivées premières ;

- à la vitesse d'écoulement $\underset{\sim}{v}$ du fluide dans lequel s'effectue la propagation.

La réalisation expérimentale de telles sources est possible, mais elle conduit à remplacer les densités continues q^A, $\underset{\sim}{R}^A$ et $\underset{\sim}{T}^A$ par des densités discrètes $\tilde{q}^A$, $\underset{\sim}{\tilde{R}}^A$ et $\underset{\sim}{\tilde{T}}^A$ puisque des sources réelles sont obligatoirement en nombre fini. Deux conditions impératives interviennent dans le choix de la discrétisation :

- le nombre de sources secondaires doit être le plus faible possible;

- le coefficient d'affaiblissement, défini par :

$$\Delta L = 10 \log \frac{\langle (P_0 + \tilde{P}^A) \cdot (\underset{\sim}{v}_0 + \underset{\sim}{\tilde{v}}^A) \rangle}{\langle P_0 \cdot \underset{\sim}{v}_0 \rangle} \qquad (3.39)$$

doit être très grand en valeur absolue. Cette double condition implique donc une optimisation de la discrétisation, qui ne pourra être obtenue, vue la complexité des équations, qu'au moyen d'un traitement des données sur ordinateur. Or, on sait qu'une formulation différentielle, à l'inverse d'une formulation intégrale, se prête mal à un tel traitement. Nous allons donc, moyennant quelques hypothèses simplificatrices, transformer le système différentiel (3.36), (3.37), (3.38), en système intégral, grâce aux fonctions de Green

---

(*) La densité $\underline{\underline{T}}^A$ est tensorielle, mais ne possède que trois composantes indépendantes ; on peut donc lui associer le pseudo-vecteur $\underset{\sim}{T}^A$ défini par :

$$\underset{\sim}{T}^A = \varepsilon . \underline{\underline{T}}^A \qquad \text{soit :} \quad T_i^A = \varepsilon_i^{jk} T_{jk}^A$$

où ε_i^{jk} est l'indice complètement antisymétrique qui vaut + 1 si la permutation (i jk) est paire et - 1 si elle est impaire.

3.4.- Equations de propagation du champ sonore pour un fluide parfait au repos -

Afin d'écrire les équations du second ordre vérifiées par les champs acoustiques ϕ_0, ϕ^H et ϕ^A, nous allons supposer vraies les hypothèses suivantes :

- la vitesse d'écoulement $\underset{\sim}{v}$ du fluide est nulle et sa masse spécifique ρ est constante. (Le cas, moins restrictif, d'un fluide en mouvement uniforme, sera étudié au § 3.7) ;

- les coefficients de viscosité ont une influence négligeable.

Ce dernier point est justifié par la loi de Stokes qui indique que la viscosité intervient dans la propagation sous la forme d'un coefficient d'absorption, proportionnel au carré de la fréquence (*). Or nous avons montré, au § 1.1 que le domaine des basses fréquences est celui où les absorbeurs actifs présentent le plus d'intérêt par rapport à leurs homologues passifs. L'approximation est donc légitime.

Dans ces conditions, les équations du premier ordre deviennent :

$$\frac{1}{c^2}\,\partial_t p_0 + \rho\,\nabla.\underset{\sim}{v}_0 = q_0 \qquad (3.40)$$

$$\rho\,\partial_t \underset{\sim}{v}_0 + \nabla p_0 = \underset{\sim}{R}_0 \qquad (3.41)$$

$$\nabla \wedge \underset{\sim}{v}_0 = \underset{\sim}{T}_0 \qquad (3.42) \quad (**)$$

(*) L'amortissement dû à la viscosité s'écrit :

$$\alpha = \frac{8}{3}\,\frac{\mu\,\pi^2 f^2}{\rho c^3}$$

avec $\frac{\alpha}{f^2} = 9.10^{-14}$ pour l'air.

(**) L'utilisation d'un second membre non nul dans l'équation (3.42) permet d'obtenir des résultats valables pour le champ incident ϕ_0 (en annulant $\underset{\sim}{T}_0$) et les champs secondaires ϕ^A et ϕ^H (en permutant les indices o et A ou H).

On peut calculer les équations auxquelles satisfont individuellement la pression et la vitesse vibratoire : à partir des équations du premier ordre, on obtient :

$$\Box\, p_0 = \partial_t q_0 - \nabla . \underset{\sim}{R}_0 \qquad (3.43)$$

$$\Box\, \underset{\sim}{v}_0 = \frac{1}{\rho c^2}\, \partial_t \underset{\sim}{R}_0 - \frac{1}{\rho} \nabla q_0 + \nabla . \underset{\sim}{T}_0 \qquad (3.44)$$

$\Box$ désignant l'opérateur de Dalembert.

Posons :

$$Q_0 = \partial_t q_0 - \nabla . \underset{\sim}{R}_0 \qquad (3.45)$$

$$\underset{\sim}{F}_0 = \frac{1}{\rho c^2}\, \partial_t \underset{\sim}{R}_0 - \frac{1}{\rho} \nabla q_0 + \nabla . \underset{\sim}{T}_0 \qquad (3.46)$$

Les quantités Q_0 et $\underset{\sim}{F}_0$ ainsi introduites représentent respectivement les sources de pression et les sources de vitesse du champ primaire. Si on désigne par Q^H et $\underset{\sim}{F}^H$ les sources de Huygens et par Q^A et $\underset{\sim}{F}^A$ les sources absorbantes, la troisième condition de Croze et Darmois s'écrit :

$$\Box\, p^H = Q^H \qquad (3.47)$$

$$\Box\, \underset{\sim}{v}^H = \underset{\sim}{F}^H \qquad (3.48)$$

et

$$\Box\, p^A = Q^A \qquad (3.49)$$

$$\Box\, \underset{\sim}{v}^A = \underset{\sim}{F}^A \qquad (3.50)$$

Il est intéressant d'exprimer $\underset{\sim}{F}^A$ et Q^A uniquement en fonction du champ incident ϕ_0. Deux voies différentes conduisent à ce résultat :

- on peut appliquer les hypothèses simplificatrices énoncées en début de ce paragraphe aux relations (3.30), (3.31) et (3.32). On obtient alors, au signe près, q^A, $\underset{\sim}{R}^A$ et $\underset{\sim}{T}^A$, ce qui permet de calculer $\underset{\sim}{F}^A$ au moyen

de la relation (3.46) en permutant les indices 0 et A. La densité Q^A s'obtient de façon analogue;

- on peut aussi utiliser la relation (3.8) qui permet le calcul des sources secondaires au moyen du commutateur $[\Box, s]$. C'est cette seconde méthode, plus rapide que la précédente, que nous allons appliquer.

En développant le commutateur $[\Box, s]$, on trouve :

$$[\Box, \delta] = -2\,\nabla\delta.\nabla - \Delta\delta \tag{3.51}$$

Si on remplace ∇s par sa valeur calculée d'après (3.27), on obtient :

$$[\Box, \delta] = 2\,\delta_\Sigma\,\partial_n + \partial_n\delta_\Sigma \tag{3.52}$$

Les densités de sources absorbantes ont donc pour expression :

$$Q^A = -2\,(\partial_n p_0)\,\delta_\Sigma - (\partial_n \delta_\Sigma)\,p_0 \tag{3.53}$$

$$\underset{\sim}{F}^A = -2\,(\partial_n \underset{\sim}{v}_0)\,\delta_\Sigma - (\partial_n \delta_\Sigma)\,\underset{\sim}{v}_0 \tag{3.54}$$

3.5.- Rayonnement des sources secondaires -

G désignant la "*fonction*" *de Green* de l'équation des ondes, on peut écrire :

$$p^A(M,t) = -\int_{\mathbb{R}}\int_{\Omega} G\,\{\,2\,\partial_n p_0\,\delta_\Sigma + p_0\,\partial_n\delta_\Sigma\,\}\,dt_0\,d\Omega \tag{3.55}$$

soit, en intégrant par parties et en remplaçant G par son expression :

$$G(M,t\,|\,P,t_0) = \frac{1}{4\pi r}\,\delta\left(t - t_0 - \frac{r}{c}\right)$$

$$\phi^A(M,t) = -\frac{1}{4\pi}\int_\Sigma \left\{\frac{1}{r}\left[\frac{\partial p_0}{\partial n_\Sigma}\right] - \frac{\partial}{\partial n_\Sigma}\cdot\frac{[p_0]}{r}\right\} d\sigma_\Sigma \tag{3.56}$$

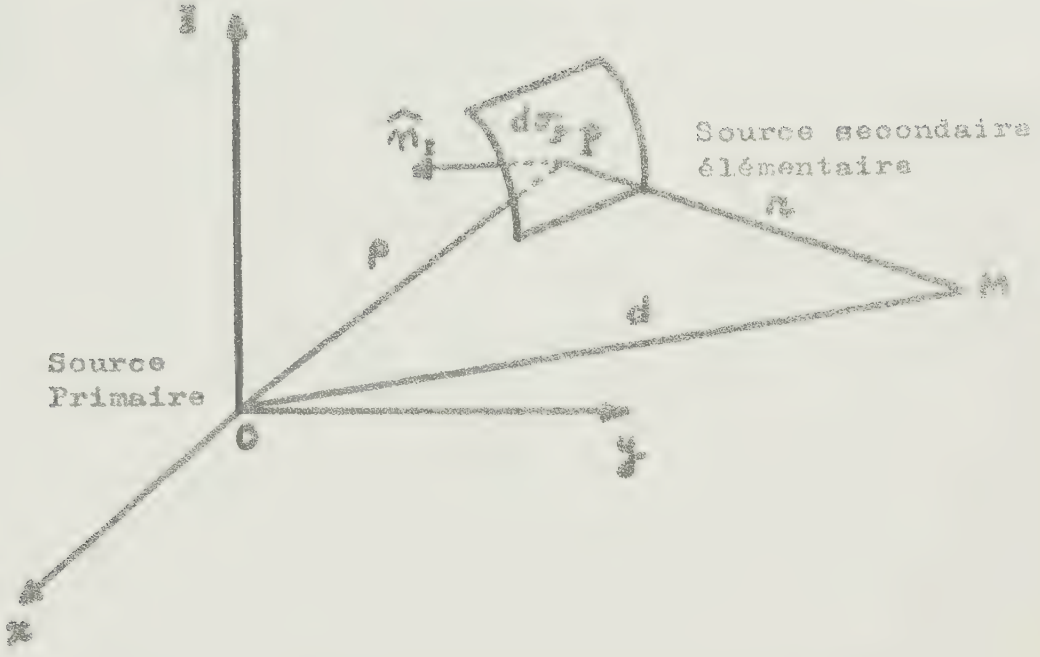


Fig. 3.1 Disposition des sources sonores

Le symbole [ ] désigne le retardée d'une fonction définie par :

$$[\phi_o]_{(t)} = \phi_o\left(t - \frac{r}{c}\right) = \left\langle \delta_{\frac{r}{c}}, \phi_o \right\rangle \tag{3.57}$$

Le calcul de l'intégrale (3.56) faisant intervenir les propriétés des fonctions retardées, nous rappelons sommairement celles-ci, déduites de la théorie des distributions :

$$\partial_t [\phi_o] = [\partial_t \phi_o] \quad \dots \quad \partial_{t^m} [\phi_o] = [\partial_{t^m} \phi_o] \tag{3.58}$$

$$\nabla [\phi_o] = [\nabla \phi_o] - \frac{1}{c} \nabla r \, [\partial_t \phi_o] \tag{3.59}$$

$$\Delta [\phi_o] = [\Delta \phi_o] + \frac{1}{c^2} [\partial_{t^2} \phi_o] - \frac{2}{r} \left[\nabla \left(\partial_t \phi_o \frac{\vec{r}}{r}\right)\right] \tag{3.60}$$

Si nous supposons que le champ primaire, calculé sur la surface, est de la forme :

$$(3.61) \qquad \phi_0(P,t) = \frac{\varphi_0\left(t-\frac{r}{c}\right)}{r}$$

l'intégrale (3.56) s'écrit, tous calculs faits :

$$(3.62) \qquad \varphi^R(M,t) = -\frac{1}{4\pi}\int_\Sigma \left\{\left(\frac{1}{rc}\left[\partial_t P_0\right] + \frac{\left[P_0\right]}{pr}\right)\cos(\hat{n}_\Sigma,\hat{p}) \cdots \right.$$
$$\left. + \left(\frac{1}{rc}\left[\partial_t P_0\right] + \frac{\left[P_0\right]}{r^2}\right)\cos(\hat{n}_\Sigma,\hat{r})\right\} d\sigma_\Sigma$$

On reconnait dans la quantité :

$$-\frac{1}{4\pi}\int_\Sigma \frac{1}{r}\left\{\frac{1}{c}\left[\partial_t P_0\right] + \frac{\left[P_0\right]}{p}\right\}\cos(\hat{n}_\Sigma,\hat{p})\, d\sigma_\Sigma$$

l'expression d'un rayonnement monopôlaire, et dans :

$$-\frac{1}{4\pi}\int_\Sigma \frac{1}{r}\left\{\frac{1}{c}\left[\partial_t P_0\right] + \frac{\left[P_0\right]}{r}\right\}\cos(\hat{n}_\Sigma,\hat{r})\, d\sigma_\Sigma$$

celle d'un rayonnement dipôlaire.

Chaque source élémentaire est disposée au centre d'un élément de surface $d\sigma_\Sigma$ et a pour amplitude :

$$-\left\{\frac{1}{c}\left[\partial_t P_0\right] + \frac{\left[P_0\right]}{p}\right\}\cos(\hat{n}_\Sigma,\hat{p})\, d\sigma_\Sigma$$

pour un monopôle, et :

$$-\left\{\frac{1}{c}\left[\partial_t P_0\right] + \frac{\left[P_0\right]}{r}\right\}\cos(\hat{n}_\Sigma,\hat{r})\, d\sigma_\Sigma$$

pour un dipôle.

Dans le cas où Σ est une sphère de rayon R entourant complètement la source primaire, l'expression (3.62) devient :

$$(3.63)\quad p^A(M,t) = -\frac{1}{4\pi}\int_\Sigma \left\{ \frac{1}{rc}\,[\partial_t p_0] + \frac{[p_0]}{Rr} \cdots \right.$$
$$\left. + \left(\frac{1}{rc}\,[\partial_t p_0] + \frac{[p_0]}{r^2} \right)\cos\theta \right\} d\sigma_P$$

où l'on a posé :

$$(3.64)\quad \cos\theta = -\cos(\hat{n}_P, \hat{r})$$

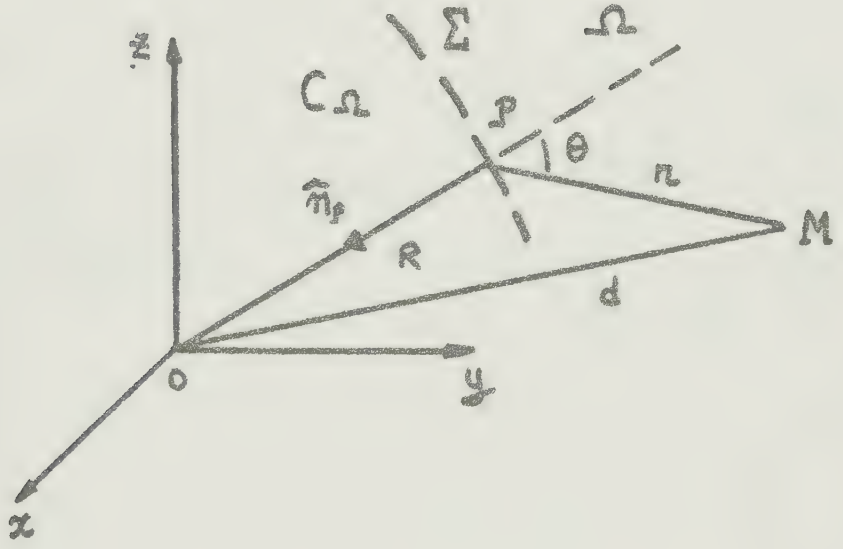


Fig. 3.2 Cas d'une surface sphérique

Si, de plus, le point d'observation M est choisi suffisamment loin de la surface Σ, on peut simplifier l'expression du rayonnement des sources secondaires et écrire :

$$(3.65)\quad \boxed{p^A(M,t) \simeq \frac{1}{4\pi c}\int_\Sigma \frac{1}{r}\,[\partial_t p_0]\,(1+\cos\theta)\,d\sigma_P}$$

On voit que l'amplitude de chaque source secondaire élémentaire doit être proportionnelle à la dérivée par rapport au temps de la retardée de la pression acoustique incidente, calculée sur la surface Σ supportant

les sources. Le facteur (1 + cos θ) montre que les sources secondaires doivent être directives : leur amplitude est maximum dans la direction de propagation et décroît lentement dans les autres directions pour devenir nulle vers l'arrière. On reconnait les caractéristiques d'un rayonnement cardioïdal.

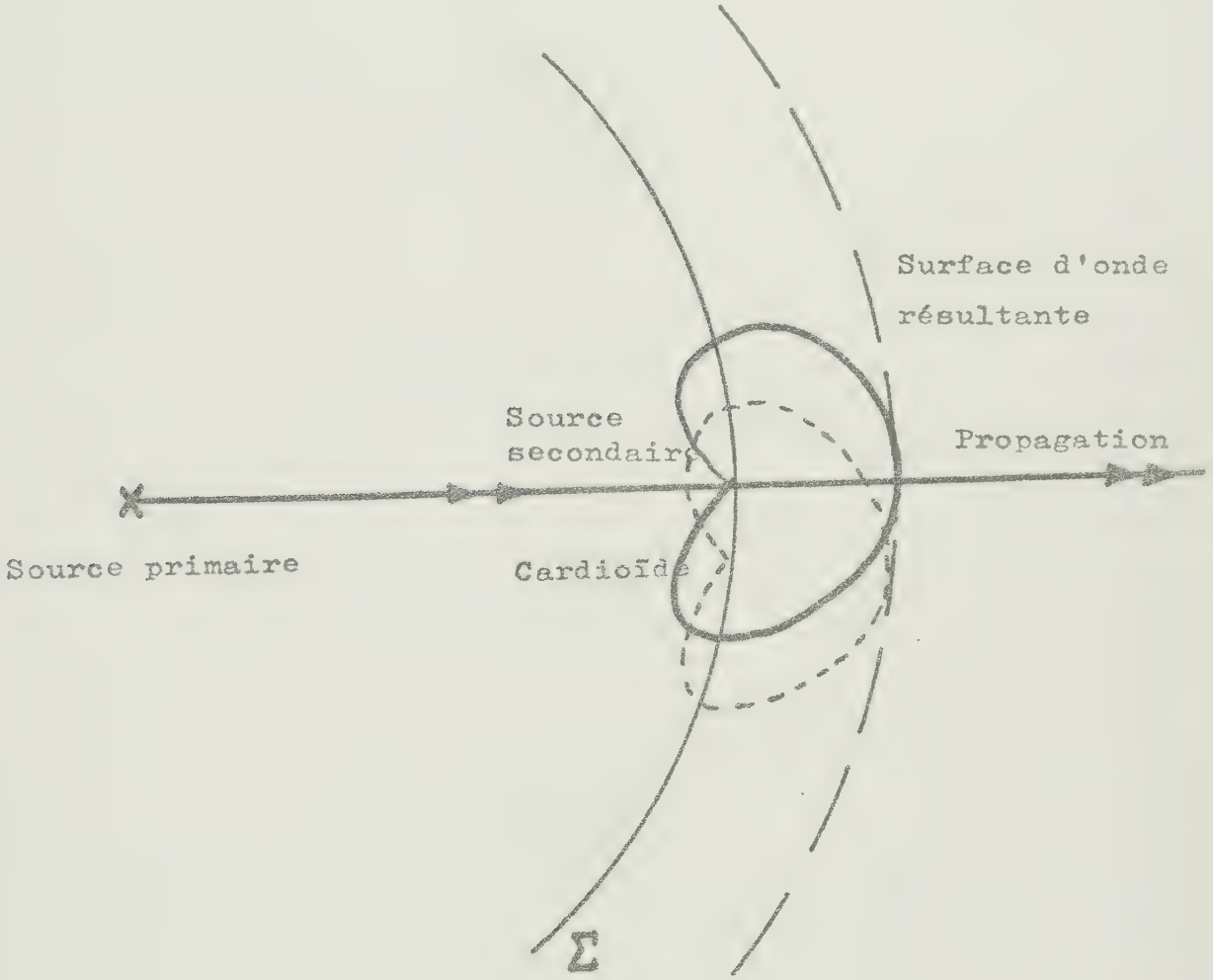


Fig. 3.3 Rayonnement des sources de Huygens

3.6.- Application aux absorbeurs acoustiques actifs -

La relation (3.65) peut se traduire par le schéma fonctionnel suivant :

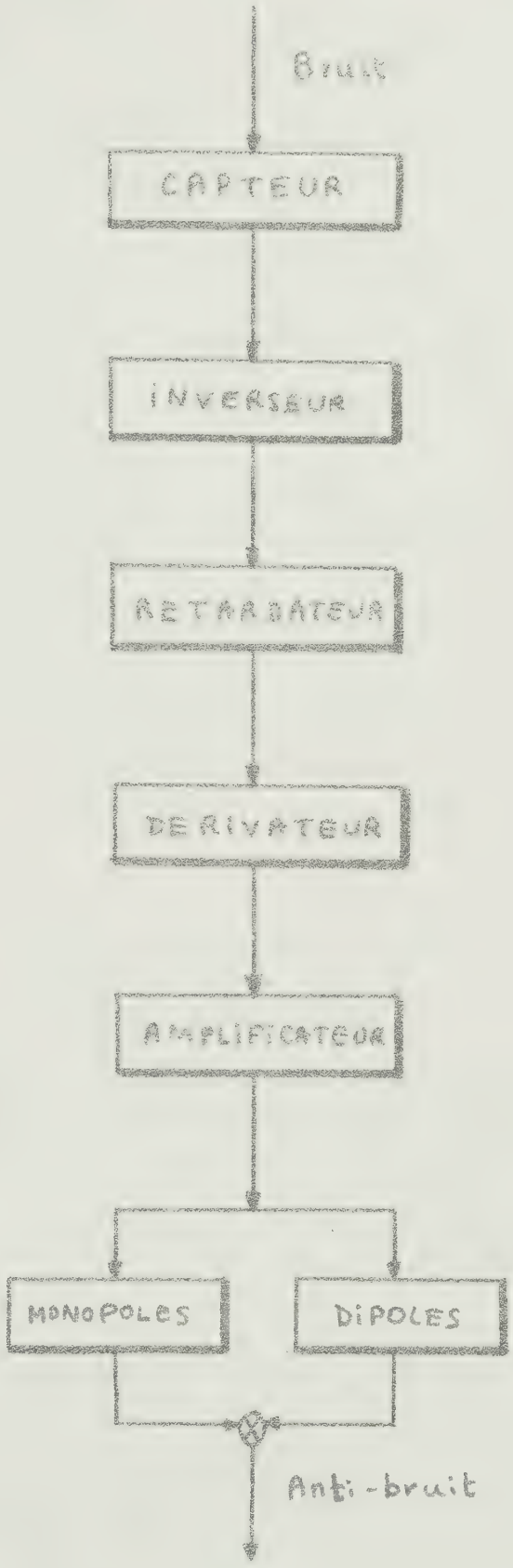


Fig. 3.4 Schéma fonctionnel d'un absorbeur acoustique actif

Le capteur élabore un signal électrique proportionnel au champ incident dont le signe est changé au moyen d'un inverseur. Le retardateur permet d'obtenir la valeur, calculée sur la surface Σ, de la retardée de ce signal. Sa présence est rendue nécessaire par le fait que le capteur est forcément placé entre la source primaire et la surface et qu'il élabore, de ce fait, un signal en avance sur le signal voulu. Les fonctions du dérivateur et de l'amplificateur sont évidentes. Celles des monopôles et des dipôles sont de créer un rayonnement cardioïdal. Il est à noter que dans le cas où le son à absorber est de fréquence pure, le dispositif se simplifie car on peut remplacer l'ensemble dérivateur-retardateur-inverseur par un simple déphaseur.

Les réalisations pratiques correspondant au schéma fonctionnel que nous venons de décrire seront exposées dans la deuxième partie de notre travail.

Nous allons examiner maintenant le cas des milieux unidimensionnels. Ce cas particulier, plus simple, a des applications immédiates importantes dans la lutte contre le bruit (ainsi par exemple la réduction des fréquences gênantes dans les conduites de ventilation). Son développement n'est donc pas inintéressant. Il fait l'objet des paragraphes qui suivent.

3.7.- Tuyau sonore avec écoulement uniforme -

3.7.1.- Equations de propagation -

Pour un fluide parfait, de masse spécifique constante, animé d'une vitesse uniforme $\underset{\sim}{v}$, les équations du premier ordre de l'acoustique linéaire s'écrivent, d'après (3.14) et (3.15) :

$$\frac{1}{c^2}\partial_t p_0 + \rho \nabla . \underset{\sim}{v}_0 + \frac{1}{c^2}(\nabla p_0).\underset{\sim}{v} = q_0 \tag{3.66}$$

$$\frac{1}{c^2}(\partial_t p_0)\underset{\sim}{v} + \rho \partial_t \underset{\sim}{v}_0 + \frac{1}{c^2}(\nabla p_0).\underset{\sim}{v}\otimes\underset{\sim}{v} + \nabla p_0 \ldots$$

$$\ldots + \rho \underset{\sim}{v}(\nabla . \underset{\sim}{v}_0) + \rho(\underset{\sim}{v}.\nabla)\underset{\sim}{v}_0 = \underset{\sim}{f}_0 \tag{3.67}$$

$$\nabla \wedge \underset{\sim}{v}_0 = \overline{\overline{T}}_0 \tag{3.67'}$$

On remarque que la quantité $(\nabla \mathcal{P}_0) \cdot \underset{\sim}{v}$ est identique à $(\underset{\sim}{v} \cdot \nabla \mathcal{P}_0)$ ce qui, reporté dans l'équation (3.67), permet d'écrire, en utilisant (3.66

$$\rho\, \partial_t \underset{\sim}{v}_0 + \nabla p_0 + \rho\, (\underset{\sim}{v} \cdot \nabla)\, \underset{\sim}{v}_0 = \underset{\sim}{R}_0 - q_0\, \underset{\sim}{v} \tag{3.68}$$

Grâce à ce résultat, l'équation (3.66) peut se mettre sous la forme :

$$\frac{1}{c^2}\, \partial_t p_0 + \rho\, \nabla \cdot \underset{\sim}{v}_0 - \frac{\rho}{c^2}\, \partial_t \underset{\sim}{v}_0 \cdot \underset{\sim}{v} - \frac{\rho}{c^2}\, (\underset{\sim}{v} \cdot \nabla)\, (\underset{\sim}{v}_0 \cdot \underset{\sim}{v}) \tag{3.69}$$

$$\ldots = q_0\, (1 + M^2) - \frac{1}{c^2}\, \underset{\sim}{R}_0 \cdot \underset{\sim}{v}$$

où $M = \frac{v}{c}$ désigne le nombre de Mach.

Il est possible d'éliminer p_0 entre les équations (3.68) et (3.69) en multipliant à gauche la première par $\frac{1}{c^2}\, \partial_t$ et la seconde par $-\nabla$, puis en ajoutant membre à membre. On trouve :

$$-\rho\, \nabla (\nabla \cdot \underset{\sim}{v}) + \frac{\rho}{c^2}\, \nabla (\partial_t \underset{\sim}{v}_0 \cdot \underset{\sim}{v}) + \frac{\rho}{c^2}\, (\underset{\sim}{v} \cdot \nabla)(\nabla)(\underset{\sim}{v}_0 \cdot \underset{\sim}{v}) - \tag{3.70}$$

$$\ldots + \frac{\rho}{c^2}\, \partial_{tt} \underset{\sim}{v}_0 + \frac{\rho}{c^2}\, (\underset{\sim}{v} \cdot \nabla)\, \partial_t \underset{\sim}{v}_0 = -\nabla q_0\, (1 + M^2) \ldots$$

$$\ldots + \frac{1}{c^2}\, (\partial_t q_0)\, \underset{\sim}{v} + \frac{1}{c^2}\, \nabla (\underset{\sim}{R}_0 \cdot \underset{\sim}{v}) + \frac{1}{c^2}\, \partial_t \underset{\sim}{R}_0$$

La condition (3.67') sur la vitesse vibratoire $\underset{\sim}{v}_0$ entraine les identités

$$\nabla (\nabla \cdot \underset{\sim}{v}_0) = \Delta \underset{\sim}{v}_0 + \nabla \cdot \overline{\overline{T}}_0 \tag{3.71}$$

$$\nabla (\partial_t \underset{\sim}{v}_0 \cdot \underset{\sim}{v}) = (\underset{\sim}{v} \cdot \nabla)(\partial_t \underset{\sim}{v}_0) - \underset{\sim}{v} \cdot \partial_t \overline{\overline{T}}_0 \tag{3.72}$$

L'équation de propagation vérifiée par $\underset{\sim}{v}_0$ est donc :

$$\Box \underset{\sim}{v}_0 + \frac{1}{c^2}\, (\underset{\sim}{v} \cdot \nabla)\, \partial_t \underset{\sim}{v}_0 + \frac{1}{c^2}\, (\underset{\sim}{v} \cdot \nabla)(\nabla)(\underset{\sim}{v}_0 \cdot \underset{\sim}{v}) \tag{3.73}$$

$$\ldots = \nabla \cdot \overline{\overline{T}}_0 + \frac{1}{\rho}\, \underset{\sim}{v} \cdot \partial_t \overline{\overline{T}}_0 - \frac{1}{\rho}\, (\nabla q_0)\, (1 + M^2) \ldots$$

$$\ldots - \frac{1}{\rho c^2}\, \nabla (\underset{\sim}{R}_0 \cdot \underset{\sim}{v}) + \frac{1}{\rho c^2}\, \partial_t \underset{\sim}{R}_0 + \frac{1}{\rho c^2}\, (\partial_t q_0)\, \underset{\sim}{v}$$

Dans le cas d'un tuyau sonore, orienté suivant l'axe Ox, cette équation devient :

$$(3.74)\quad \frac{1}{c^2}\partial_{tt} v_0 - (1-M^2)\partial_{xx} v_0 + 2\frac{v}{c^2}\partial_{xt} v_0 \ldots$$

$$\ldots = -\frac{1}{\rho}(\partial_x q_0)(1+M^2) + \frac{v}{\rho c^2}(\partial_t q_0) + \frac{1}{\rho c^2}(\partial_t R_0)\ldots$$

$$\ldots - \frac{v}{\rho c^2}(\partial_x R_0)$$

De même, l'équation vérifiée par la pression acoustique p_0 s'écrit :

$$(3.75)\quad \frac{1}{c^2}\partial_{tt} p_0 - (1-M^2)\partial_{xx} p_0 + 2\frac{v}{c^2}\partial_{xt} p_0 = \frac{\rho}{c^2}(\partial_t q_0)$$

$$+ 2\rho\frac{v}{c^2}(\partial_x q_0) - \frac{\rho}{c^2}(\partial_x R_0)$$

Posons :

$$(3.76)\quad \mathcal{L}(x,t) = \frac{1}{c^2}\partial_{tt} - (1-M^2)\partial_{xx} + 2\frac{v}{c^2}\partial_{xt}$$

$$(3.77)\quad Q_0(x,t) = \frac{\rho}{c^2}(\partial_t q_0) + 2\rho\frac{v}{c^2}(\partial_x q_0) - \frac{\rho}{c^2}(\partial_x R_0)$$

$$(3.78)\quad F_0(x,t) = -\frac{1}{\rho}(\partial_x q_0)(1+M^2) + \frac{v}{\rho c^2}(\partial_t q_0) + \frac{1}{\rho c^2}(\partial_t R_0)\ldots$$

$$\ldots - \frac{v}{\rho c^2}(\partial_x R_0)$$

Les équations de propagation dans le tuyau peuvent alors s'écrire :

$$(3.79)\quad \mathcal{L}(x,t)\, p_0(x,t) = Q_0(x,t)$$

$$(3.80)\quad \mathcal{L}(x,t)\, v_0(x,t) = F_0(x,t)$$

3.7.2.- Les sources secondaires et leur rayonnement -

Soit x_A l'abscisse au-delà de laquelle on désire annuler le champ incident ϕ_o . On choisira comme opérateur de découpage s(x) la fonction de Heaviside $h(x - x_A)$.

Calculons le commutateur $[\Box, s]$; on obtient :

$$(3.81) \qquad [\Box, \Delta] = -(1-M^2)\{2(\partial_x\Delta)\partial_x + (\partial_{xx}\Delta)\} \cdots$$
$$\cdots + 2\frac{v}{c^2}(\partial_x\Delta)\partial_t$$

On en déduit que les densités de sources secondaires ont pour expression :

$$(3.82) \qquad Q^A = (1-M^2)\{2(\partial_x\Delta)(\partial_x p_o) + p_o(\partial_{xx}\Delta)\} \cdots$$
$$\cdots - 2\frac{v}{c^2}(\partial_x\Delta)(\partial_t p_o)$$

et

$$(3.83) \qquad F^A = (1-M^2)\{2(\partial_x\Delta)(\partial_x v_o) + v_o(\partial_{xx}\Delta)\} \cdots$$
$$\cdots - 2\frac{v}{c^2}(\partial_x\Delta)(\partial_t p_o)$$

Si on désigne par G_v la fonction de Green de l'opérateur $\Box$, le champ rayonné par les sources absorbantes s'écrit :

$$(3.84) \qquad p^A = G_v * Q^A$$

$$(3.85) \qquad v^A = G_v * F^A$$

Nous allons calculer la fonction de Green G_v en appliquant la transformation de Fourier à l'équation :

$$(3.86) \qquad \Box(x,t)\, G_v(x,t\,|\,x_o,t_o) = \delta(x-x_o)\,\delta(t-t_o)$$

Si on pose :

$$(3.87)\qquad \mathcal{G}_v(\xi,\tau\,|\,x_0,t_0) = \mathcal{F}\left[G_v(x,t\,|\,x_0,t_0)\right]$$

on obtient :

$$(3.88)\qquad \mathcal{G}_v(\xi,\tau\,|\,x_0,t_0) = \frac{e^{i(\xi x_0+\tau t_0)}}{(1-M^2)\xi^2 - \frac{\tau^2}{c^2} - 2v\xi\frac{\tau}{c^2}}$$

Soit :

$$(3.89)\qquad G_v(x,t\,|\,x_0,t_0) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_{\mathbb{R}^2}\frac{e^{-i\left[\xi(x-x_0)+\tau(t-t_0)\right]}}{(1-M^2)\xi^2 - \frac{\tau^2}{c^2} - 2v\xi\frac{\tau}{c^2}}\,d\xi\,d\tau$$

En remarquant que :

$$(3.90)\qquad \frac{c}{2}\,h\left(t-\frac{x}{c}\right)\otimes h\left(t+\frac{x}{c}\right) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_{\mathbb{R}^2}\frac{e^{-i(\xi x+\tau t)}}{\xi^2-\frac{\tau^2}{c^2}}\,d\xi\,d\tau$$

,le symbole $\otimes$ désignant le produit tensoriel de deux distributions, on trouve :

$$\boxed{(3.91)\qquad G_v(x,t\,|\,x_0,t_0) = \frac{c}{2}\,h\left[(1+M)(t-t_0)-\frac{x-x_0}{c}\right]\otimes h\left[(1-M)(t-t_0)+\frac{x-x_0}{c}\right]}$$

Connaissant G_v, il est maintenant possible de calculer le rayonnement des sources absorbantes dans le tuyau. Examinons d'abord le cas où la vitesse d'écoulement est nulle.

3.7.2.1.- Rayonnement pour le fluide au repos -

Soit G_0 la fonction de Green pour une vitesse d'écoulement nulle. Elle a pour expression :

$$(3.92)\qquad G_0(x,t\,|\,x_0,t_0) = \frac{c}{2}\,h\left[t-t_0-\frac{x-x_0}{c}\right]\otimes h\left[t-t_0+\frac{x-x_0}{c}\right]$$

tandis que la densité de source absorbante devient :

(3.93) $$Q_0^A = 2\,(\partial_x \Delta)\,(\partial_x p_0) + p_0\,(\partial_{xx} \Delta)$$

Les sources secondaires étant placées au point d'abscisse x_A, on a :

(3.94) $$\Delta(x) = h(x - x_A)$$

et

(3.95) $$\partial_x \Delta = \delta(x - x_A)$$

Le rayonnement des sources absorbantes peut donc s'écrire :

(3.98) $$p^A(x,t) = \frac{c}{2}\left(h\left[t - \frac{x}{c}\right] \otimes h\left[t + \frac{x}{c}\right]\right) * \left(2(\partial_x p_0)\,\delta_{x_A} \cdots + p_0\,\delta'_{x_A}\right)$$

Les propriétés du produit de convolution permettent de mettre ce résultat sous la forme :

(3.99) $$p^A(x,t) = -\frac{1}{2}\left\{\delta\left(t - \frac{x}{c}\right) \otimes h\left(t + \frac{x}{c}\right) + \cdots \right.$$

$$\left. \cdots\, h\left(t - \frac{x}{c}\right) \otimes \delta\left(t + \frac{x}{c}\right)\right\} * p_0\,\delta_{x_A} \cdots$$

$$\cdots -\frac{1}{2}\left\{h\left(t - \frac{x}{c}\right) \otimes \delta\left(t + \frac{x}{c}\right) - \delta\left(t - \frac{x}{c}\right) \otimes h\left(t + \frac{x}{c}\right)\right\} * p_0\,\delta_{x_A}$$

Posons :

(3.100) $$p_M^A = -\frac{1}{2}\left\{\delta\left(t - \frac{x}{c}\right) \otimes h\left(t + \frac{x}{c}\right) + h\left(t - \frac{x}{c}\right) \otimes \delta\left(t + \frac{x}{c}\right)\right\} \cdots$$

$$\cdots * p_0\,\delta_{x_A}$$

et

(3.101) $$p_D^A = \frac{1}{2}\left\{\delta\left(t - \frac{x}{c}\right) \otimes h\left(t + \frac{x}{c}\right) - h\left(t - \frac{x}{c}\right) \otimes \delta\left(t + \frac{x}{c}\right)\right\} \cdots$$

$$\cdots * p_0\,\delta_{x_A}$$

En développant les produits de convolution, on voit que ces quantités deviennent :

$$(3.102) \qquad p_M^A = -\frac{1}{2}\left[h(x-x_A)\, p\left(t-\frac{x-x_A}{c}\right) \ldots + h(x_A-x)\, p\left(t+\frac{x-x_A}{c}\right)\right]$$

$$(3.103) \qquad p_D^A = \frac{1}{2}\left[h(x_A-x)\, p\left(t+\frac{x-x_A}{c}\right) \ldots h(x-x_A)\, p\left(t-\frac{x-x_A}{c}\right)\right]$$

On reconnait en p_M^A l'expression mathématique d'un rayonnement monopolaire et en p_D^A celle d'un rayonnement dipolaire. Ce résultat, en accord avec ceux du cas tridimensionnel, montre que l'ensemble des sources absorbantes ont un rayonnement nul vers la source primaire et un rayonnement en opposition de phase avec le rayonnement incident dans l'autre sens. Le tableau ci-dessous résume ces propriétés des sources absorbantes.

Source secondaire	$x < x_A$	$x > x_A$
Monopôle	$-\frac{1}{2} p_0\left(t+\frac{x-x_A}{c}\right)$	$-\frac{1}{2} p_0\left(t-\frac{x-x_A}{c}\right)$
Dipôle	$+\frac{1}{2} p_0\left(t+\frac{x-x_A}{c}\right)$	$-\frac{1}{2} p_0\left(t-\frac{x-x_A}{c}\right)$
Monopôle + Dipôle	0	$-p_0\left(t-\frac{x-x_A}{c}\right)$

Nous décrirons, dans la deuxième partie de notre travail, la vérification expérimentale de ces résultats.

3.7.2.2.- Rayonnement dans un fluide en mouvement -

On doit maintenant calculer la quantité :

(3.104) $$p^A = G_v * Q^A$$

Les résultats sont analogues à ceux du paragraphe précédent ; seules les amplitudes des fonctions utilisées changent. On trouve :

(3.105) $$p_M^A = -\frac{1}{2}\left\{h(x-x_A)\, p\left[t(1+M) - \frac{x-x_A}{c}\right] + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + h(x_A-x)\, p\left[t(1-M) + \frac{x-x_A}{c}\right]\right\}$$

pour le monopôle, et :

(3.106) $$p_D^A = \frac{1}{2}\left\{h(x_A-x)\, p\left[t(1-M) + \frac{x-x_A}{c}\right] - \ldots \right.$$
$$\left. \ldots - h(x-x_A)\, p\left[t(1+M) - \frac{x-x_A}{c}\right]\right\}$$

pour le dipôle.

Comme précédemment, l'ensemble des sources absorbantes a un rayonnement unidirectionnel.

3.8.- Les absorbeurs acoustiques actifs dans les pavillons -

La méthode que nous utilisons pour calculer les sources absorbantes a l'avantage d'être utilisable pour n'importe quelle équation de propagation. Nous en donnons un nouvel exemple ici en traitant le cas des pavillons.

On sait que, pour un fluide au repos, les équations du premier ordre régissant un pavillon de section variable S(x,t) sont (*) :

(3.107) $$\frac{1}{c^2}(\partial_t + \sigma_t)\, v_0 + \frac{c^2}{\rho}\partial_x p_0 = F_0$$

(3.108) $$-\frac{1}{c^2}(\partial_x + \sigma_x)\, v_0 - \frac{1}{\rho}\partial_t p_0 = f_0$$

(*) Voir HUSSON {61}

où l'on a posé :

(3.109) $$\sigma_x = \partial_x (\log S)$$

(3.110) $$\sigma_t = \partial_t (\log S)$$

En éliminant v_0 entre les deux équations du premier ordre, on montre facilement que l'équation de propagation vérifiée par p_0 est :

(3.111) $$\frac{1}{c^2} \partial_{tt} p_0 - \partial_{xx} p_0 + \frac{\sigma_t}{c^2} \partial_t p_0 - \sigma_x \partial_x p_0 \ldots$$
$$\ldots = -\frac{\rho}{c^2} \{ \partial_x F_0 + \sigma_x F_0 + \partial_t f_0 + \sigma_t f_0 \}$$

Prenons le cas simple d'un pavillon doublement exponentiel, défini par :

(3.112) $$S(x,t) = S_0 \, e^{\alpha x + \beta t}$$

On a alors :

(3.113) $$\sigma_x = \alpha$$

(3.114) $$\sigma_t = \beta$$

et l'équation de propagation s'écrit :

(3.115) $$\frac{1}{c^2} \partial_{tt} p_0 - \partial_{xx} p_0 - \alpha \partial_x p_0 - \frac{\beta}{c^2} \partial_t p_0 = Q(x,t)$$

avec :

(3.116) $$Q(x,t) = -\frac{\rho}{c^2} \{ \partial_x f_0 + \sigma_x F_0 + \partial_t f_0 + \sigma_t f_0 \}$$

La densité de sources absorbantes étant égale et opposée à la densité de sources de Huygens, on peut écrire :

(3.117) $$Q^A = -\left[\frac{1}{c^2} \partial_{tt} - \partial_{xx} - \alpha \partial_x - \frac{\beta}{c^2} \partial_t \right] p_0$$

Soit :

$$(3.118) \qquad Q^A = 2\,(\partial_x s)\,(\partial_x p_0) + p_0\,(\partial_{xx} s) + \alpha\, p_0\,(\partial_x s)$$

Si on désigne encore par x_A l'abscisse de la position des sources secondaires, la densité s'écrit :

$$\boxed{(3.119) \qquad Q^A = \left\{ \alpha\, p_0 + 2\,(\partial_x p_0) \right\} \delta(x - x_A) + p_0\, \delta'(x - x_A)}$$

On reconnait, comme précédemment, des sources de débit, dues au terme $\delta(x - x_A)$ et des sources d'impulsions dues à la quantité $\delta'(x - x_A)$.

Le rayonnement de ces sources s'obtient au moyen de la fonction de Green des pavillons exponentiels G_p. On a :

$$(3.120) \qquad p^A = G_p * Q^A$$

G_p se calcule en appliquant la transformation de Fourier à l'équation :

$$(3.121) \qquad \frac{1}{c^2}\,\partial_{tt} G_p - \partial_{xx} G_p - \alpha\,\partial_x G_p - \frac{\beta^2}{c^2}\,\partial_t G_p = \delta(x - x_0)\,\delta(t - t_0)$$

En posant :

$$(3.122) \qquad g_p\,(\xi, \tau \,|\, x_0, t_0) = \mathcal{F}\left[G_p\,(x, t \,|\, x_0, t_0) \right]$$

on obtient :

$$(3.123) \qquad g_p\,(\xi, \tau \,|\, x_0, t_0) = \frac{e^{i(\xi x_0 + \tau t_0)}}{\xi^2 - \frac{\tau^2}{c^2} - i\,\alpha\,\xi - i\,\frac{\beta}{c^2}\,\tau}$$

d'où :

$$(3.124) \qquad G_p\,(x, t \,|\, x_0, t_0) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{e^{i\{\xi(x - x_0) + \tau(t - t_0)\}}}{R\,\xi^2 - \frac{\tau^2}{c^2} - i\,\alpha\,\xi - i\,\frac{\beta}{c^2}\,\tau}\, d\xi\, d$$

Soit :

$$(3.125)\quad G_p(x,t/x_0,t_0) = \frac{c}{2}\, e^{-\frac{1}{2}(\alpha x+\beta t)}\, J_0\left[kc\sqrt{(t-t_0)^2-\frac{(x-x_0)^2}{c^2}}\right] \cdots$$

$$\cdots\ h\left(t-t_0-\frac{|x-x_0|}{c}\right)$$

avec : $k^2 = \frac{1}{4}\left(\alpha^2-\frac{\beta^2}{c^2}\right)$ et J_0 fonction de Bessel

Le calcul du produit de convolution (3.120), quoique complexe, est donc possible et conduit à un résultat de la forme :

$$(3.126)\quad p^A(x,t) = -h(x-x_A)\,\phi_0(x,t)$$

3.9.- Conclusions -

L'utilisation du Principe de Huygens nous a permis de résoudre, au moins théoriquement, le problème de l'absorption active du bruit. L'expression (3.62) montre en effet qu'il est possible d'annuler l'onde sonore incidente en tout point du domaine Ω à condition de disposer sur la surface Σ une densité continue de monopôles et de dipôles. Une telle densité ne pouvant être réalisée en pratique, il est nécessaire d'étudier une discrétisation de la formule (3.62) afin de trouver une répartition de sources secondaires réalisant de façon satisfaisante l'absorption active. La description de cette étude et l'énoncé des principaux résultats auxquels elle a conduit vont faire l'objet du prochain chapitre de notre travail.

C H A P I T R E 4

APPROXIMATION DU PRINCIPE DE HUYGENS

4.- APPROXIMATION DU PRINCIPE DE HUYGENS -

4.1.- Généralités.-

L'utilisation du Principe de Huygens permet de résoudre, sur le plan théorique, le problème des absorbeurs acoustiques actifs. Toutefois, la formule intégrale à laquelle elle conduit, suppose que la densité de sources absorbantes est continue. Ceci constitue un obstacle majeur quant à la réalisation pratique éventuelle de telles sources. Il est bien évident, en effet, que des sources réelles ne pouvant être qu'en nombre fini, il faut discrétiser l'expression :

$$p^A = G * Q^A \tag{4.1}$$

en remplaçant la densité Q^A par une densité discontinue $\tilde{Q}^A$. On aura alors, de façon générale :

$$\tilde{p}^A = \sum_{m,n}^{N} G_{mn}\, \tilde{Q}^A_{mn} \tag{4.2}$$

$\tilde{p}^A$ désignant le rayonnement des sources absorbantes après discrétisation.

On sera guidé, dans le choix de l'approximation, par deux critères essentiels :

- le nombre N de sources secondaires,
- l'écart, en amplitude et en phase, entre p^A et $\tilde{p}^A$, devront être les plus faibles possible.

Nous avons essayé, dans ce chapitre, de déterminer des répartitions de sources qui vérifient ces conditions. La complexité des expressions mathématiques utilisées nous a conduit à traiter la majorité des problèmes sur ordinateur, au Centre de Calcul de la Marine Nationale au C.I.N. St.Mandrier.

4.2.- Approximation du Principe de Huygens pour une surface sphérique.-

Pour une sphère de rayon R contenant une source de bruit sphérique, le rayonnement des sources absorbantes s'écrit, loin de la sphère :

$$p^A(M,t) \approx \frac{1}{4\pi c} \int_\Sigma \frac{1}{r} \left[\partial_t p_0\right] (1+\cos\theta)\, d\sigma_\Sigma \qquad (4.3)$$

Divisons la surface en N éléments, repérés par un angle polaire α_m, sur lesquels on place une source de Huygens (Fig.4.1) :

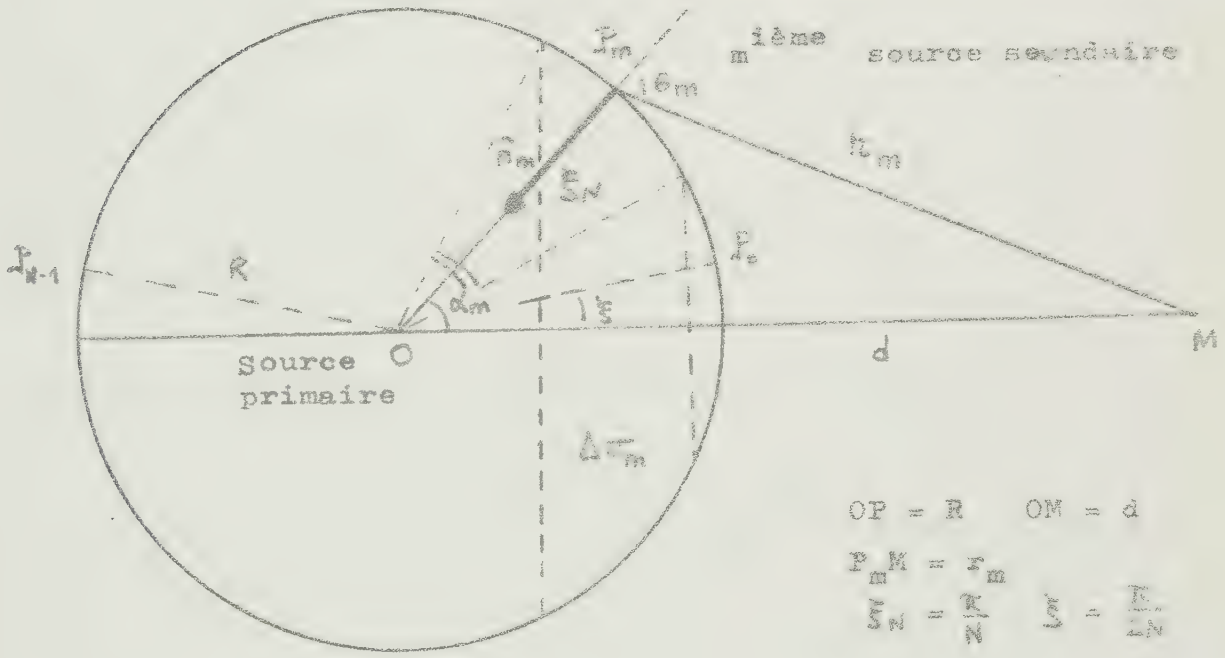


Fig. 4.1. Approximation du Principe de Huygens pour une surface sphérique

La surface de l'élément $\Delta\sigma_m$ supportant la $m^{ième}$ source secondaire a pour expression :

$$\Delta\sigma_m = \frac{2}{N}\pi^2 R^2 \sin\alpha_m \tag{4.4}$$

avec :

$$\alpha_m = (2m+1)\frac{\pi}{2N} \tag{4.5}$$

Plaçons au centre de la sphère une source ponctuelle monochromatique G_{ok}, telle que :

$$G_{ok}(M) = \frac{e^{-ikd}}{d} \tag{4.6}$$

En remarquant que :

$$1+\cos\theta_m = \frac{d^2-(r_m-R)^2}{2Rr_m} \tag{4.7}$$

le rayonnement des sources secondaires au point M s'écrira :

$$\tilde{\phi}_{NR}(M) = \frac{i\pi k}{N}\sum_{m=0}^{N-1} e^{-ik(R+r_m)} \cdot \frac{d^2-(r_m-R)^2}{r_m^2} \cdot \sin(2m+1)\frac{\pi}{2N} \tag{4.8}$$

En changeant le signe de cette expression, on obtient le rayonnement des sources absorbantes. Sa composition avec le rayonnement primaire s'écrit :

$$\tilde{\phi}_R(M) = G_{ok}(M) - \tilde{\phi}_{NR}(M) \tag{4.9}$$

soit :

$$\tilde{\phi}_R(M) = \frac{e^{-ikd}}{d} - \frac{i\pi k}{4N}\sum_{m=0}^{N-1} a_m e^{-ikr_m} \tag{4.10}$$

où l'on a posé :

$$(4.11) \qquad a_m = e^{-ikR} \cdot \frac{d^2 - (r_m - R)^2}{r_m^2} \cdot \sin (2m+1) \frac{\pi}{2N}$$

On en déduit :

$$(4.12) \qquad \left|\tilde{\Phi}_R(M)\right|^2 = \frac{1}{d^2} + \frac{\pi^2 k^2}{16 N^2} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} a_m \bar{a}_n \cos k (r_m - r_n) + \cdots$$

$$\cdots \frac{\pi k}{2Nd} \sum_{m=0}^{N-1} a_m e^{ikR} \sin k (R + r_m - d)$$

On peut définir un coefficient d'affaiblissement par :

$$(4.13) \qquad \Delta L = 10 \log \frac{\left|\tilde{\Phi}_R(M)\right|^2}{\left|G_{0k}(M)\right|^2}$$

soit :

$$(4.14) \qquad \Delta L = 10 \log \left\{ 1 + \frac{\pi^2 k^2 d^2}{16 N^2} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \cos k (r_m - r_n) \cdots \right.$$

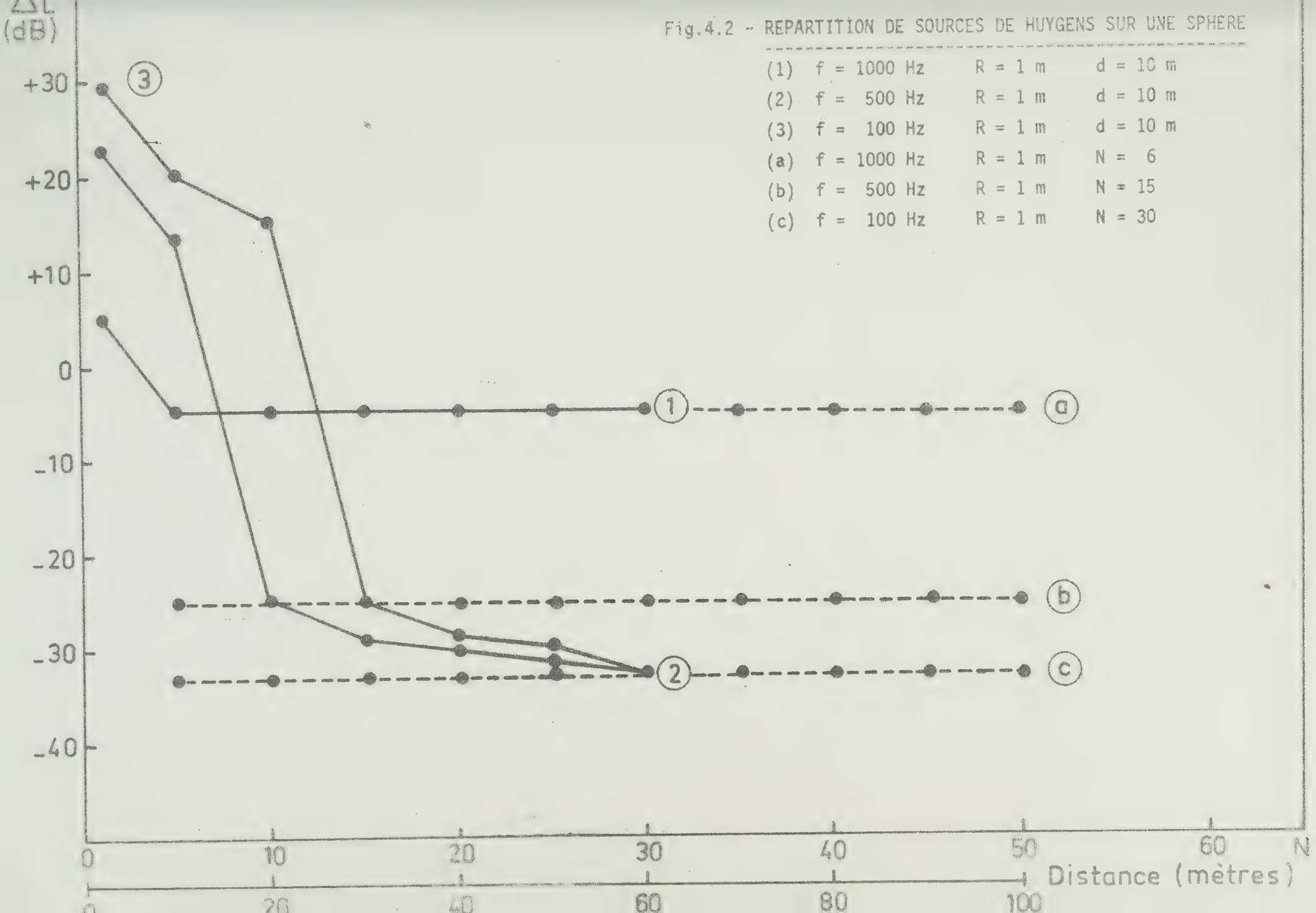
$$\cdots \frac{[d^2 - (r_m - R)^2][d^2 - (r_n - R)^2]}{r_m^2 \, r_n^2} \cdot \sin (2m+1) \frac{\pi}{2N} \sin (2n+1) \frac{\pi}{2N} \cdots$$

$$\left. \cdots + \frac{\pi k d}{2N} \sum_{m=0}^{N-1} \sin k (R + r_m - d) \cdot \frac{[d^2 - (r_m - R)^2]}{r_m^2} \cdot \sin (2m+1) \frac{\pi}{2N} \right\}$$

Nous avons représenté (Fig.4.2 à 4.4) les variations de ΔL en fonction de d et N pour différentes valeurs de la fréquence et du rayon de la sphère.

Fig.4.2 - REPARTITION DE SOURCES DE HUYGENS SUR UNE SPHERE

(1) f = 1000 Hz R = 1 m d = 10 m
(2) f = 500 Hz R = 1 m d = 10 m
(3) f = 100 Hz R = 1 m d = 10 m
(a) f = 1000 Hz R = 1 m N = 6
(b) f = 500 Hz R = 1 m N = 15
(c) f = 100 Hz R = 1 m N = 30



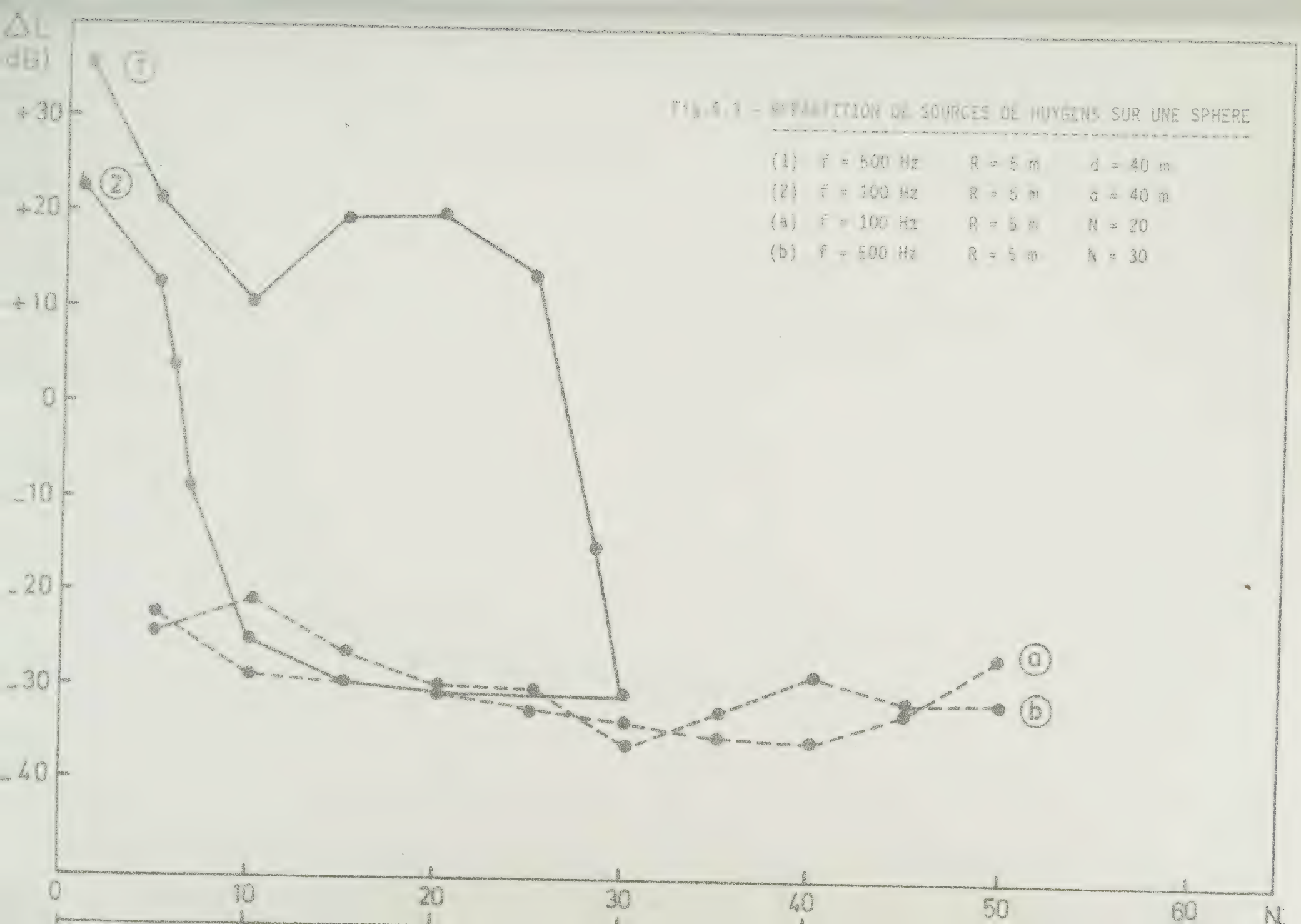


Fig. 6.1 - DIFFRACTION DE SOURCES DE HUYGENS SUR UNE SPHERE

(1) f = 500 Hz R = 5 m d = 40 m
(2) f = 100 Hz R = 5 m d = 40 m
(a) f = 100 Hz R = 5 m N = 20
(b) f = 500 Hz R = 5 m N = 30

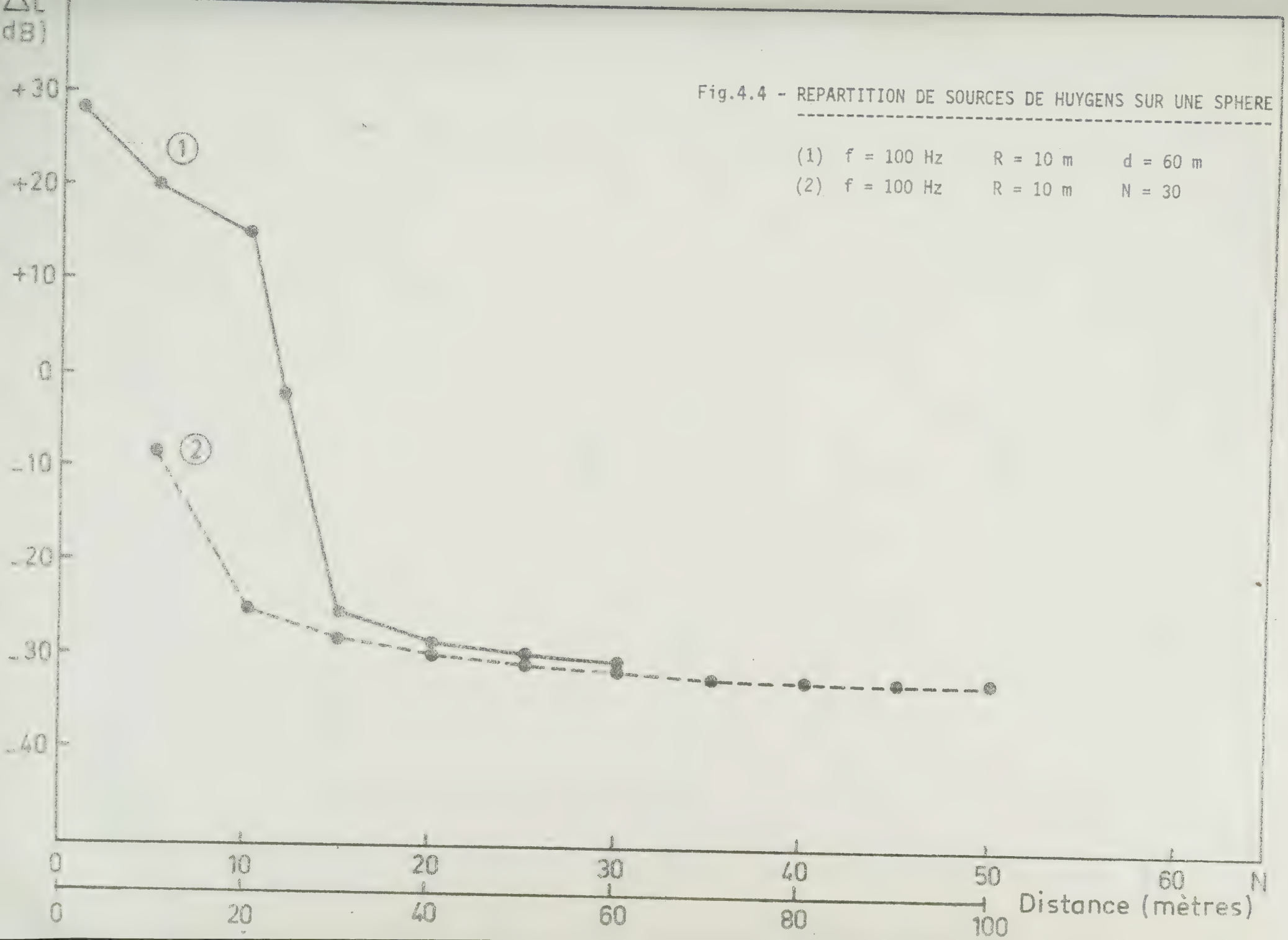
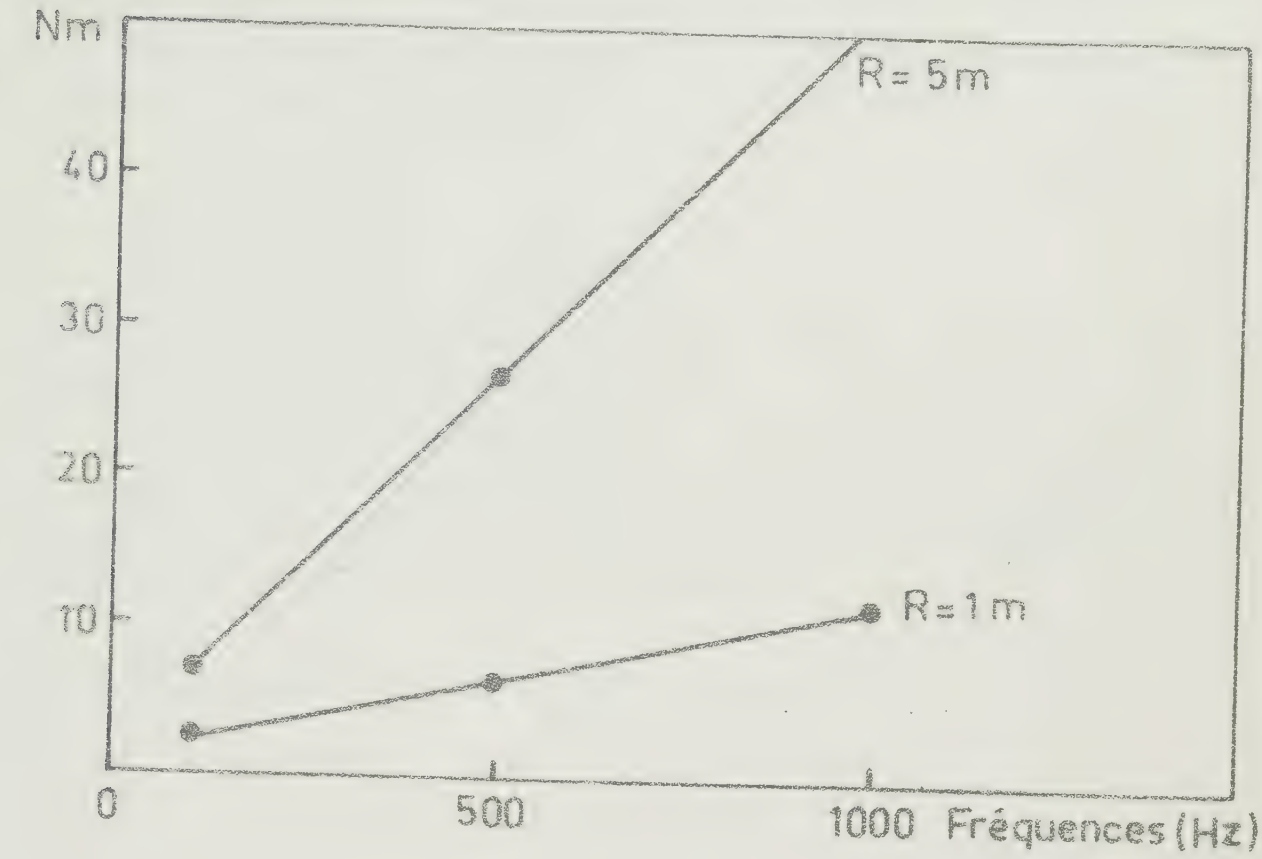


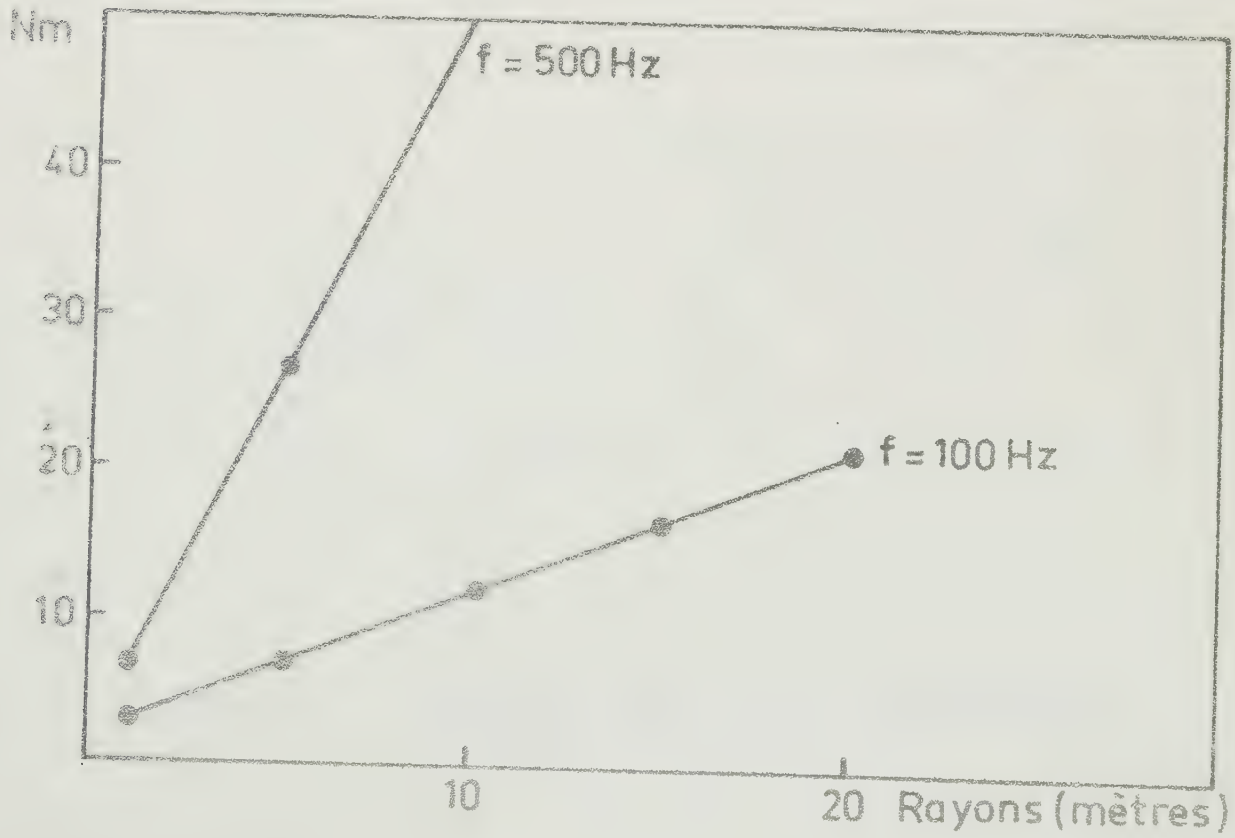
Fig.4.4 - REPARTITION DE SOURCES DE HUYGENS SUR UNE SPHERE

(1) f = 100 Hz R = 10 m d = 60 m

(2) f = 100 Hz R = 10 m N = 30

Fig.4.5 - VARIATIONS DE LA REPARTITION MINIMA DE SOURCES DE HUYGENS





On remarque que, les autres paramètres étant fixés, le coefficient d'affaiblissement tend toujours, lorsque le nombre de sources augmente, vers une valeur asymptotique se situant au-dessous de l'axe 0dB. Cette valeur n'est pas infinie, en accord avec le fait que la formule intégrale (4.3), qui a servi de point de départ à la discrétisation, n'est elle-même qu'une approximation de l'expression (3.62).

4.3.- Sources absorbantes sur un icosaèdre.-

Du point de vue géométrique, la répartition de sources secondaires doit être la plus symétrique possible, tandis que leur nombre doit être faible. Deux répartitions vérifient ce critère : ce sont celles correspondant aux sommets d'un icosaèdre ou d'un dodécaèdre. Nous avons étudié théoriquement le cas de l'icosaèdre, et expérimentalement, dans la deuxième partie de notre travail, la comparaison des deux répartitions.

4.3.1.- Etude du champ des sources secondaires -

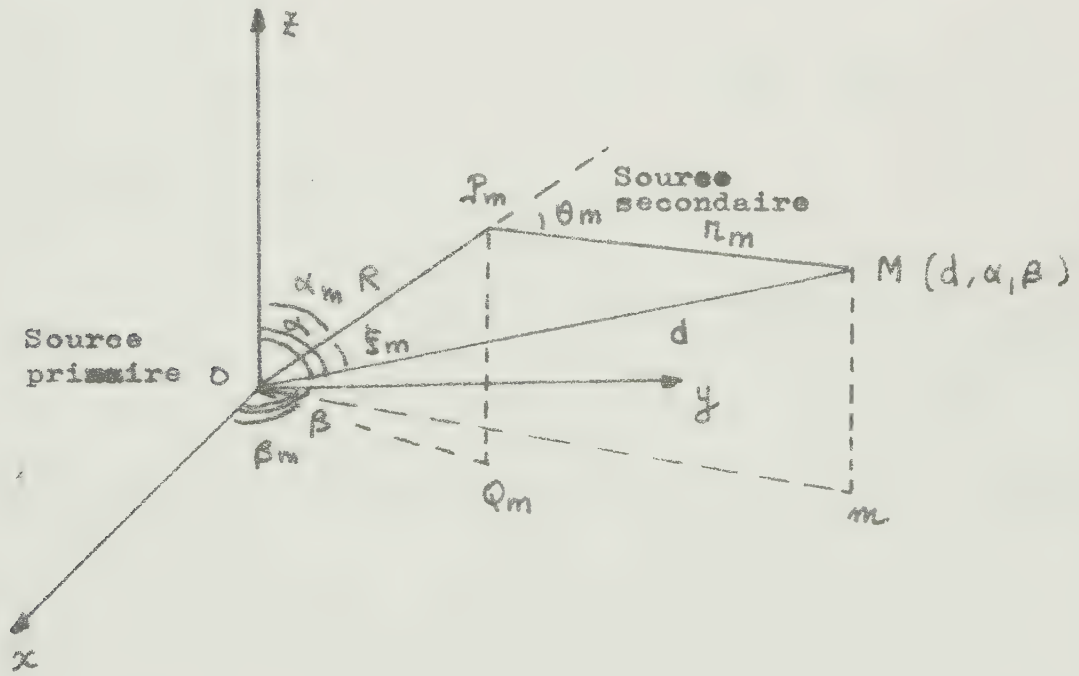


Fig. 4.6 Sources de Huygens sur un icosaèdre

On place (Fig. 4.6) au centre O de la sphère une source simple définie par :

$$G_{ok}(M) = \frac{e^{-ikd}}{d} \tag{4.16}$$

Les sources secondaires sont placées aux douze sommets d'un icosaèdre, repérés par deux angles polaires :

$$\alpha_m = (\vec{Oz}, \vec{OP_m})$$

et :

$$\beta_m = (\vec{Ox}, \vec{OP_m})$$

Q_m désignant la projection orthogonale de P_m dans le plan xOy. Les différentes valeurs de ces angles sont données par la figure 4.6'.

Le rayonnement des sources secondaires est de la forme :

$$\tilde{\phi}_{Nk}(M) = \frac{1}{4\pi c} \sum_{m=1}^{N} \frac{1}{r_m} \left[\partial_t p_m\right] (1+\cos\theta_m)\, \Delta\sigma_m \tag{4.17}$$

avec :

$$N = 12 \qquad \text{et} \qquad \Delta\sigma_m = \frac{\pi R^2}{3} \quad , \forall m$$

En développant l'expression (4.17), on obtient :

$$\tilde{\phi}_{Nk}(M) = \frac{ik}{24} \sum_{m=1}^{N} e^{-ik(R+r_m)} \cdot \frac{\left[d^2 - (r_m - R)^2\right]}{r_m^2} \tag{4.18}$$

Si le point M est suffisamment loin des sources secondaires, on peut écrire :

$$\frac{1}{r_m} \approx \frac{1}{d}\left(1 + \frac{R}{d}\cos\xi_m\right) \tag{4.19}$$

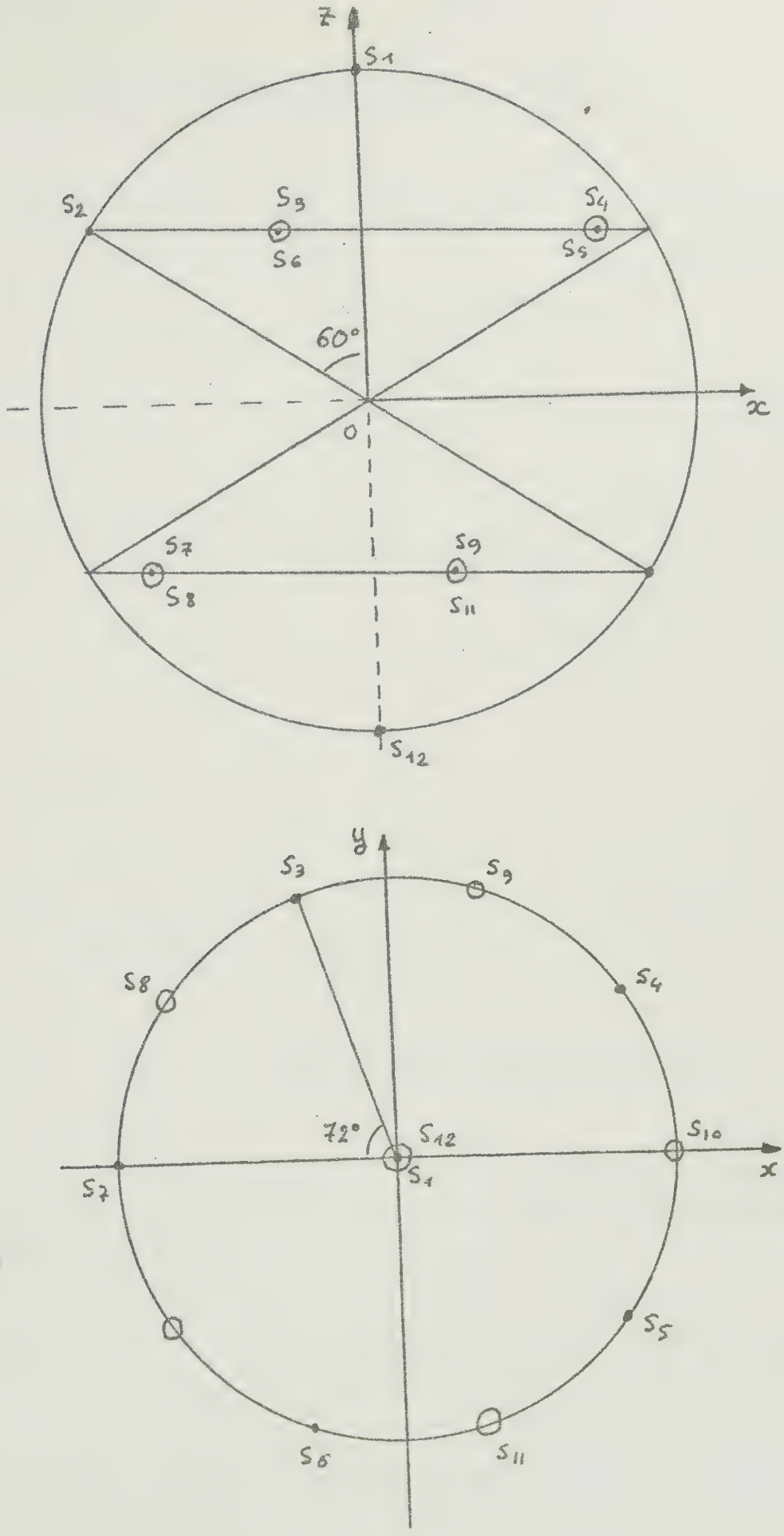


Fig. 4.6' Répartition des sources secondaires sur un icosaèdre

En reportant ce résultat dans (4.18), on obtient :

$$(4.20)\quad \tilde{\phi}_{Nk}(M) = -\frac{ikR}{12}\cdot\frac{e^{-ikd}}{d}\cdot e^{-ikR}\sum_{m=1}^{N}\left(1+\frac{R}{d}\cos\xi_m\right)(1+\cos\xi_m)\ldots$$

$$\ldots\ e^{+ikR\cos\xi_m}$$

soit :

$$(4.21)\quad \tilde{\phi}_{Nk}(M) = G_{ok}(M)\cdot\left\{-\frac{ikR\,e^{-ikR}}{12}\sum_{m=1}^{N}\left(1+\frac{R}{d}\cos\xi_m\right)\ldots\right.$$

$$\left.\ldots\ (1+\cos\xi_m)\ e^{+ikR\cos\xi_m}\right\}$$

et, en module :

$$(4.22)\quad \left|\frac{\tilde{\phi}_{Nk}(M)}{G_{ok}(M)}\right|^2 = \frac{k^2R^2}{144}\sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N}\left(1+2\frac{R}{d}\cos\xi_m\right)(1+\cos\xi_m)\ldots$$

$$\ldots\ (1+\cos\xi_n)\ \cos kR\,(\cos\xi_m-\cos\xi_n)$$

On en déduit que l'écart de niveau, en dB, entre le champ incident et le champ secondaire est :

$$(4.23)\quad \delta L = -5{,}6 + 20\log\frac{R}{\lambda} + 10\log\left\{\sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N}\left(1+2\frac{R}{d}\cos\xi_m\right)\ldots\right.$$

$$\left.\ldots\ (1+\cos\xi_m)(1+\cos\xi_n)\cos\left[2\pi\frac{R}{\lambda}(\cos\xi_m-\cos\xi_n)\right]\right.$$

avec :

$$\cos\xi_m = \sin\alpha_m \cos\beta_m \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha_m \cos\alpha \ldots \quad (4.24)$$

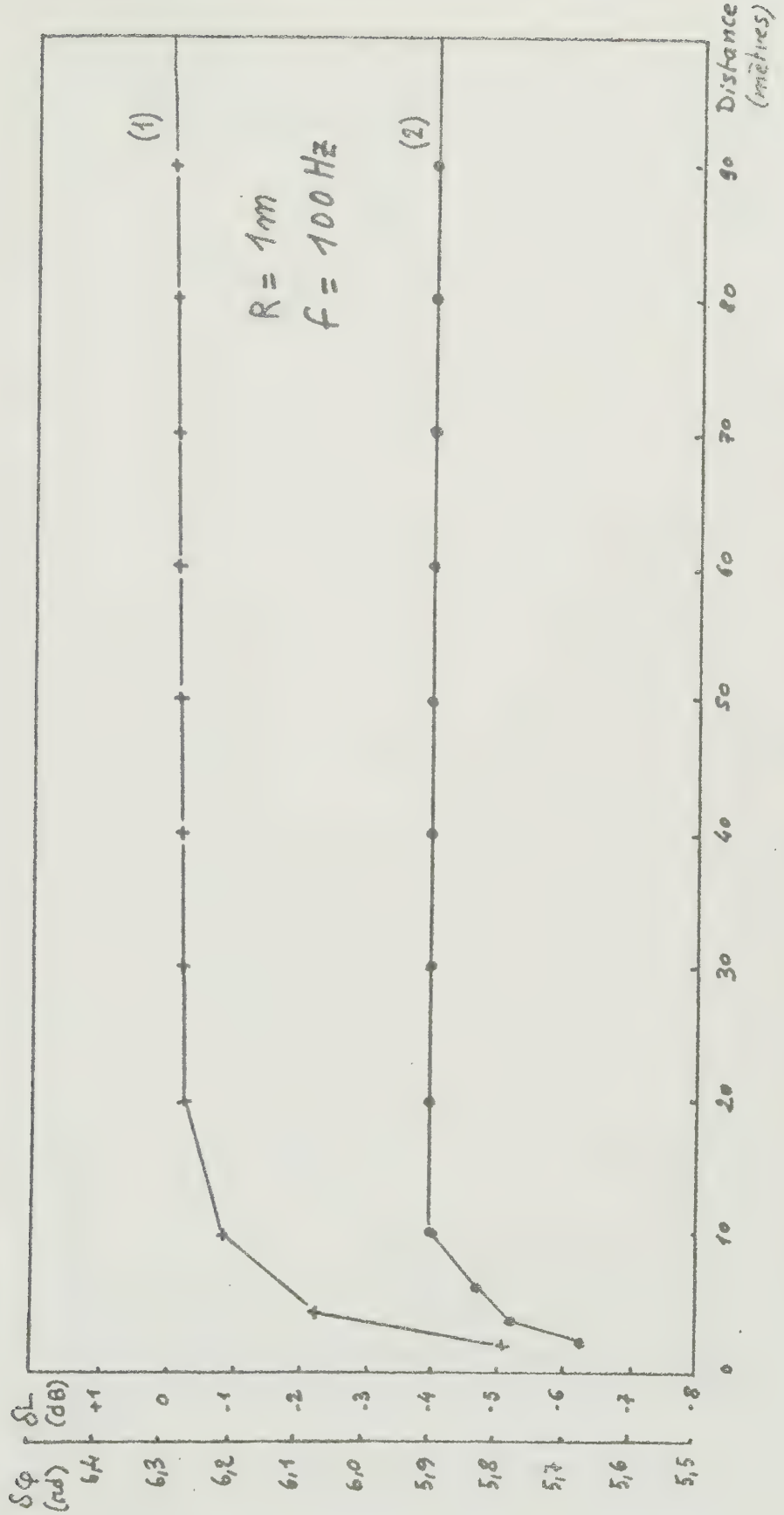
$$\ldots + \sin\alpha_m \sin\beta_m \sin\alpha \sin\beta$$

De même, le déphasage entre les champs primaires et secondaires est :

$$\delta\varphi = \mathrm{Arc\,tg} \left\{ \frac{\sum_{m=1}^{N} \left(1+\frac{R}{d}\cos\xi_m\right)(1+\cos\xi_m) \sin\left[2\pi \frac{R}{\lambda}(1+\cos\xi_m)\right]}{\sum_{m=1}^{N} \left(1+\frac{R}{d}\cos\xi_m\right)(1+\cos\xi_m) \cos\left[2\pi \frac{R}{\lambda}(1+\cos\xi_m)\right]} \right\} \quad (4.26)$$

Les variations de δL et $\delta\varphi$, en fonction de d, pour différentes valeurs de R et λ, ont été étudiées sur ordinateur et sont représentées par les figures 4.7 à 4.12.

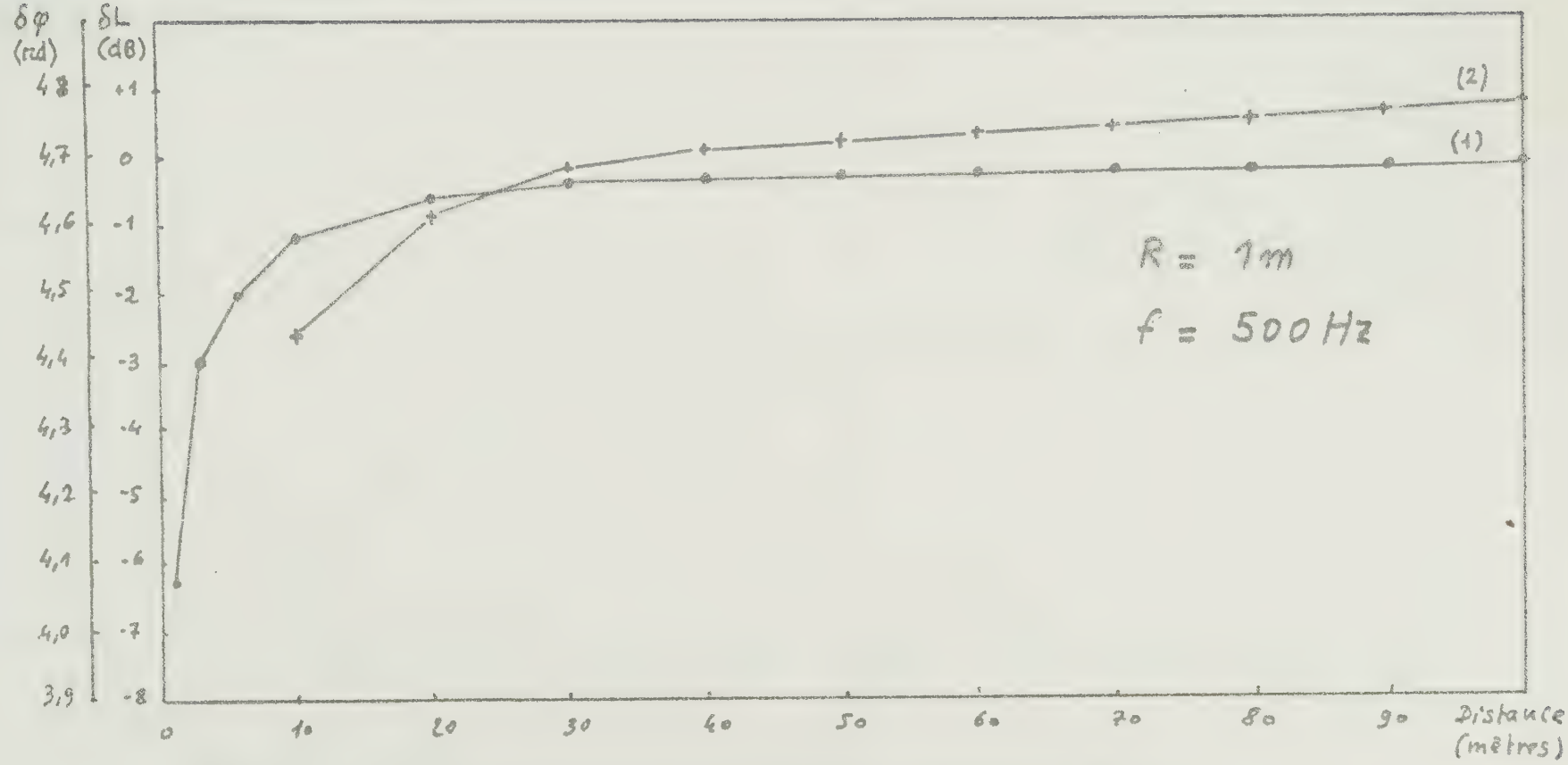
Les graphes $\delta L(d)$ et $\delta\varphi$ (d) ont été tracés dans le plan xOz, le point d'observation M étant choisi sur l'axe Oz. On constate que la reproduction en amplitude du champ incident devient bonne lorsque la distance d augmente puisque tous les graphes tendent asymptotiquement vers l'axe 0dB. Il n'en est pas de même pour la reproduction en phase : on voit en effet que l'asymptote n'existe que pour les faibles valeurs du couple rayon-fréquence. Pour les valeurs élevées de ce dernier, on assiste à de grandes variations de $\delta\varphi$ ce qui rend impossible une bonne atténuation du champ primaire tout le long de l'axe Oz.



SOURCES DE HUYGENS SUR UN ICOSAEDRE COMPAREES A UNE SOURCE SIMPLE

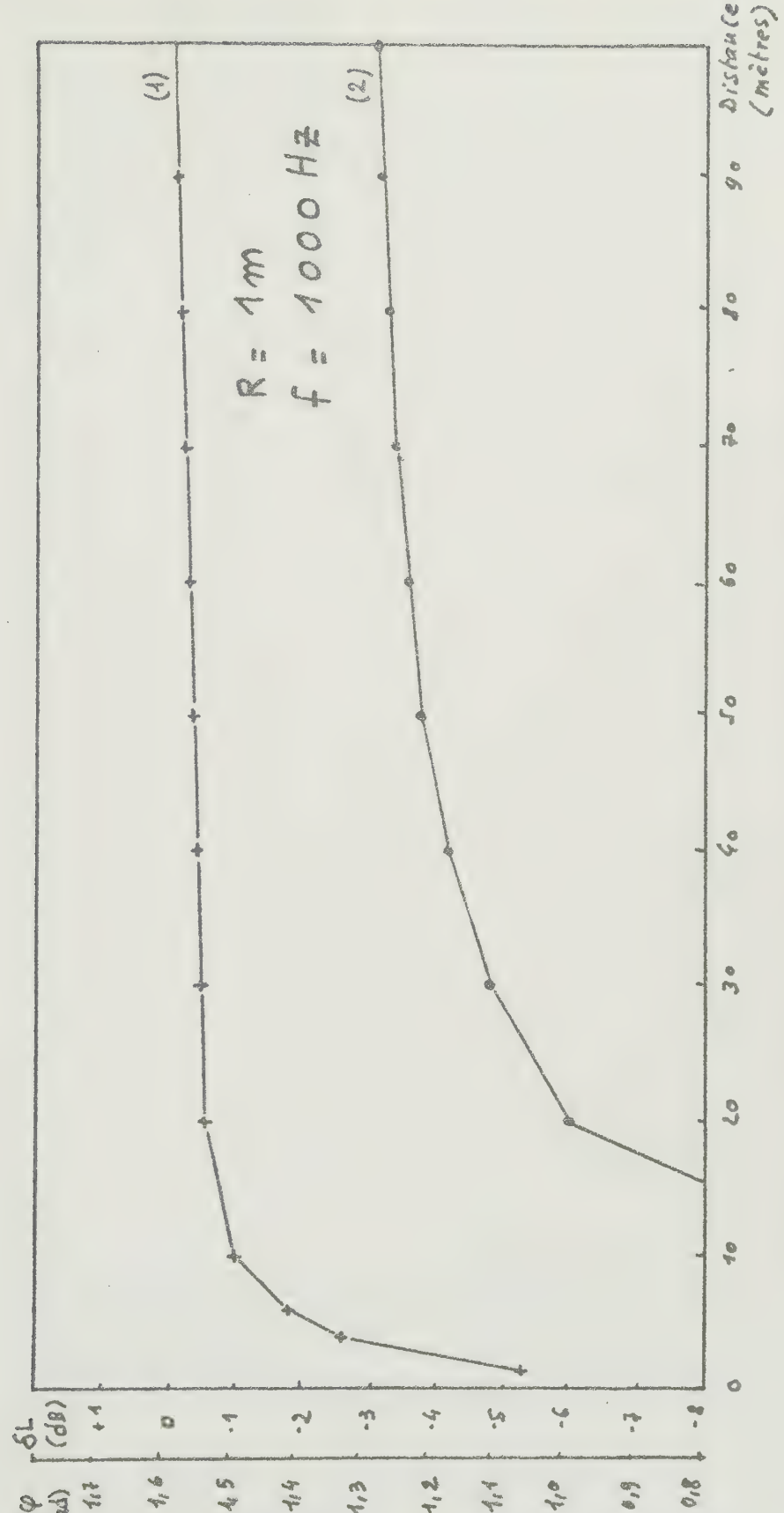
(1) Ecart de niveau (2) Ecart de phase

- Fig. 4.7 -



SOURCES DE HUYGENS SUR UN ICOSAEDRE COMPAREES A UNE SOURCE SIMPLE

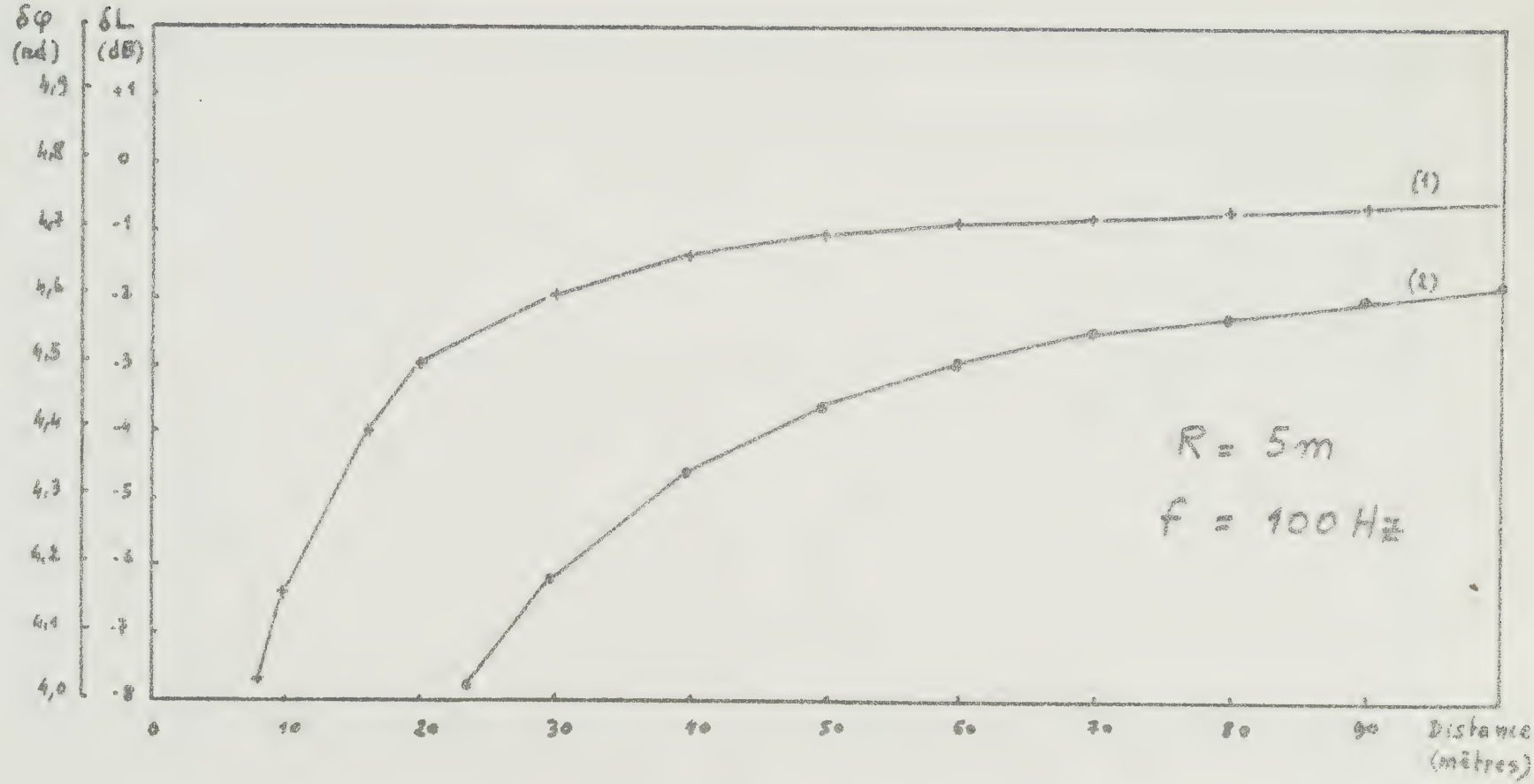
(1) Ecart de niveau (2) Ecart de phase



SOURCES DE HUYGENS SUR UN ICOSAEDRE COMPAREES A UNE SOURCE SIMPLE

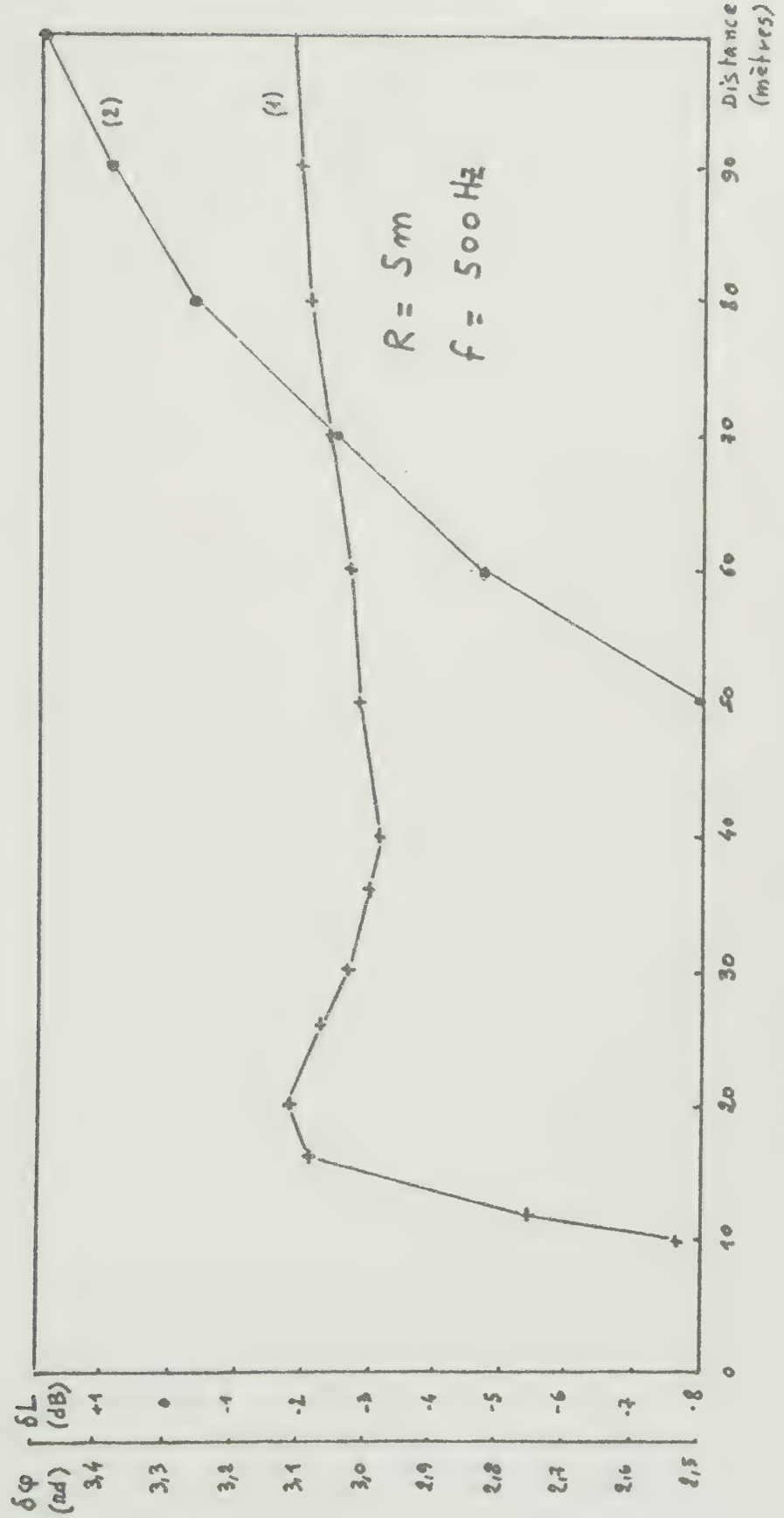
(1) Ecart de niveau (2) Ecart de phase

- Fig. 4.9 -



SOURCES DE HUYGENS SUR UN ICOSAEDRE COMPAREES A UNE SOURCE SIMPLE

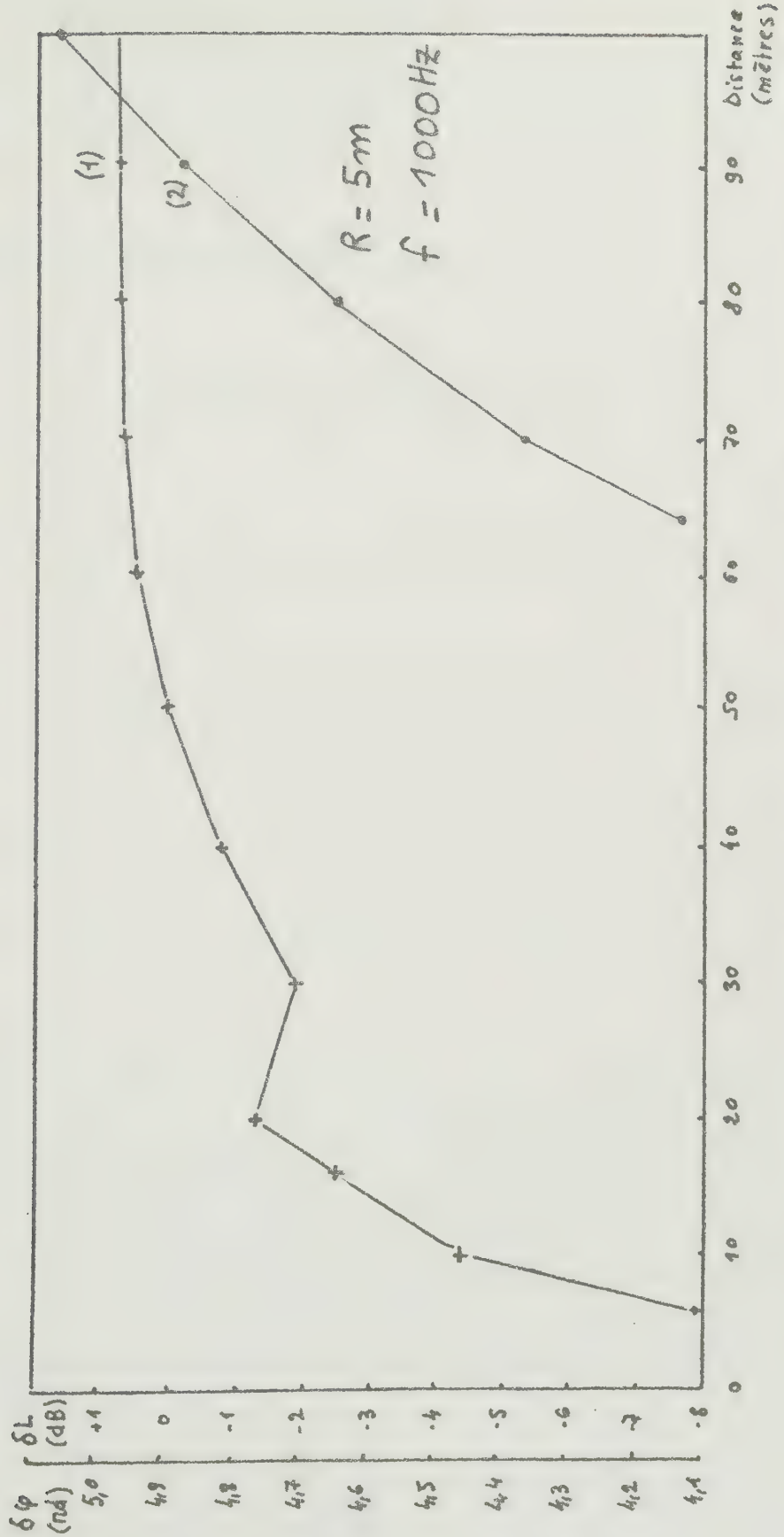
(1) Ecart de niveau (2) Ecart de phase



SOURCES DE HUYGENS SUR UN ICOSAEDRE COMPAREES A UNE SOURCE SIMPLE

(1) Ecart de niveau (2) Ecart de phase

- Fig. 4.11 -



SOURCES DE HUYGENS SUR UN ICOSAEDRE COMPAREES A UNE SOURCE SIMPLE

(1) Ecart de niveau (2) Ecart de phase

- Fig. 4.12 -

4.3.2.- Etude de l'affaiblissement -

Pour compenser les variations de $\delta\varphi$ en fonction de d, nous avons multiplié ϕ_{Nk} par un facteur correctif de la forme :

(4.27) $$A = a\, e^{i\psi}$$

Le coefficient d'affaiblissement sera alors défini par :

(4.28) $$\Delta L = 10 \log \left| \frac{G_{ok} + A\tilde{\phi}_{Nk}}{G_{ok}} \right|^2$$

soit :

(4.29) $$\Delta L = 10 \log \left\{ 1 + \frac{\pi^2 a^2 R^2}{36 \lambda^2} \sum_{m=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} t_m t_n \cos \left[2\pi \frac{R}{\lambda} (\cos \xi_m - \cos \xi_n) \right] \ldots \right.$$

$$\ldots - \left. \frac{\pi a R}{3\lambda} \sum_{m=1}^{N} t_m \sin \left[2\pi \frac{R}{\lambda} (\cos \xi_m - 1) + \psi \right] \right.$$

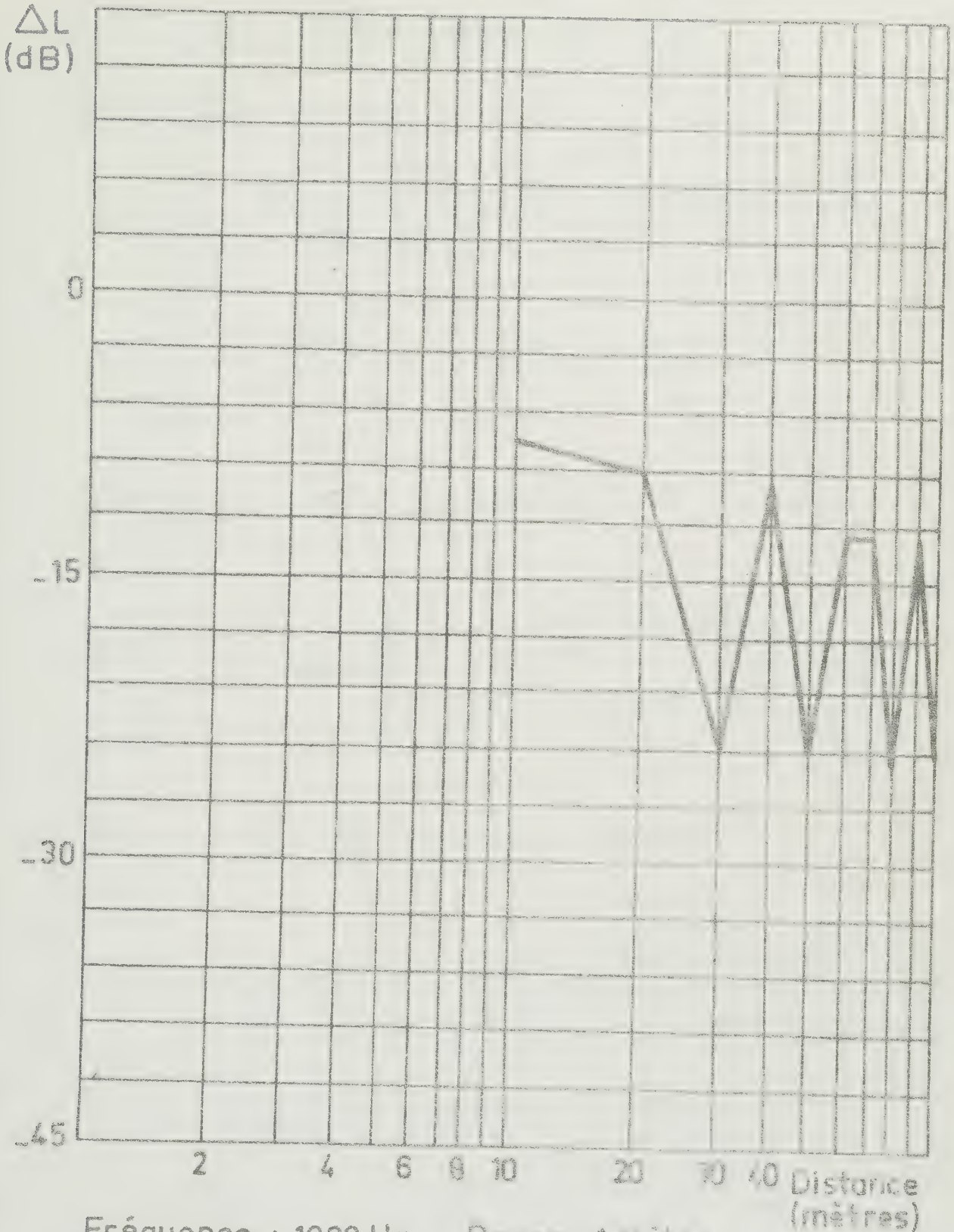
où on a posé :

(4.30) $$t_m = \left(1 + \frac{R}{d} \cos \xi_m\right) (1 + \cos \xi_m)$$

Nous avons d'abord étudié le cas où a = 1 et $\psi = \pi$, valeurs que prendraient ces coefficients dans l'expression intégrale exacte. Le graphe obtenu est représenté par la figure 4.13 pour une sphère de rayon 1 m et une fréquence de 1000 Hz. Les affaiblissements obtenus sont notables, avec des pointes de l'ordre de 25 dB, mais varient irrégulièrement le long de l'axe car le déphasage $\delta\varphi$ n'est pas constant. Il nous a donc paru plus intéressant de choisir a et ψ de façon que l'affaiblissement ΔL soit maximum en un point donné. On explore ensuite l'axe pour voir si l'atténuation du champ incident persiste autour de ce point.

Pour cela, on a posé :

(4.31) $$H(a, \psi) = 10^{\frac{\Delta L}{10}}$$



Fréquence : 1000 Hz Rayon : 1 mètre

Nature des sources : HUYGENS

Fig. 4.13

Sources de Huygens non

et on a cherché à annuler les dérivées : $\frac{\partial H}{\partial a}$ et $\frac{\partial H}{\partial \psi}$.

On peut écrire :

$$(4.32)\quad \frac{\partial H}{\partial a} = \frac{\pi^2 a^2 R^2}{18\lambda^2} \sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N} t_m t_n \cos\left[2\pi\frac{R}{\lambda}(\cos\xi_m - \cos\xi_n)\right] \ldots$$

$$\ldots - \frac{\pi R}{3\lambda}\sum_{m=1}^{N} t_m \sin\left[2\pi\frac{R}{\lambda}(\cos\xi_m - 1) + \psi\right]$$

On en déduit que cette dérivée s'annulera pour :

$$(4.33)\quad a_0 = \frac{6\lambda}{\pi R}\cdot \frac{\sum_{m=1}^{N} t_m \sin\left[2\pi\frac{R}{\lambda}(\cos\xi_m - 1) + \psi\right]}{\sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N} t_m t_n \cos\left[2\pi\frac{R}{\lambda}(\cos\xi_m - \cos\xi_n)\right]}$$

En reportant cette valeur dans $H(a,\psi)$ on obtient :

$$(4.34)\quad H(a_0,\psi) = 1 - \frac{\left\{\sum_{m=1}^{N} t_m \sin\left[2\pi\frac{R}{\lambda}(\cos\xi_m - 1) + \psi\right]\right\}^2}{\sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N} t_m t_n \cos\left[2\pi\frac{R}{\lambda}(\cos\xi_m - \cos\xi_n)\right]}$$

Dérivons cette expression par rapport à ψ . On trouve :

$$(4.35)\quad \frac{\partial}{\partial\psi}\cdot H(a_0,\psi) = -2\cdot \frac{\sum_{m=1}^{N} t_m \sin\left[2\pi\frac{R}{\lambda}(\cos\xi_m - 1) + \psi\right]\sum_{n=1}^{N} t_n \sin\left[2\pi\frac{R}{\lambda}(\cos\xi_n - 1) + \psi\right]}{\sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N} t_m t_n \cos\left[2\pi\frac{R}{\lambda}(\cos\xi_m - \cos\xi_n)\right]}$$

$H(a_0, \psi)$ sera minimum lorsque :

$$(4.36) \qquad \sum_{m=1}^{N} t_m \cos\left[2\pi \frac{R}{\lambda}(\omega \xi_m - 1) + \psi\right] = 0$$

soit :

$$(4.37) \qquad \operatorname{tg} \psi_0 = \frac{\sum_{m=1}^{N} t_m \sin\left[2\pi \frac{R}{\lambda}(\omega \xi_m - 1)\right]}{\sum_{m=1}^{N} t_m \cos\left[2\pi \frac{R}{\lambda}(\omega \xi_m - 1)\right]}$$

Les valeurs a_0 et ψ_0 ainsi trouvées dépendent de la distance d par l'intermédiaire des coefficients t_m et t_n. Nous avons tracé (Fig.4.14 à 4.27) les variations de ΔL en fonction de d ,pour différentes valeurs du rayon de la sphère et de la fréquence. Les valeurs du facteur correctif choisies ont été, pour chaque cas, A_0 (40), A_0 (80) et A_0 (100), c'est-à-dire que les maxima d'affaiblissement étaient obtenus pour les distances 40 m, 80 m et 100 m. On peut faire sur les courbes ainsi obtenues les remarques suivantes :

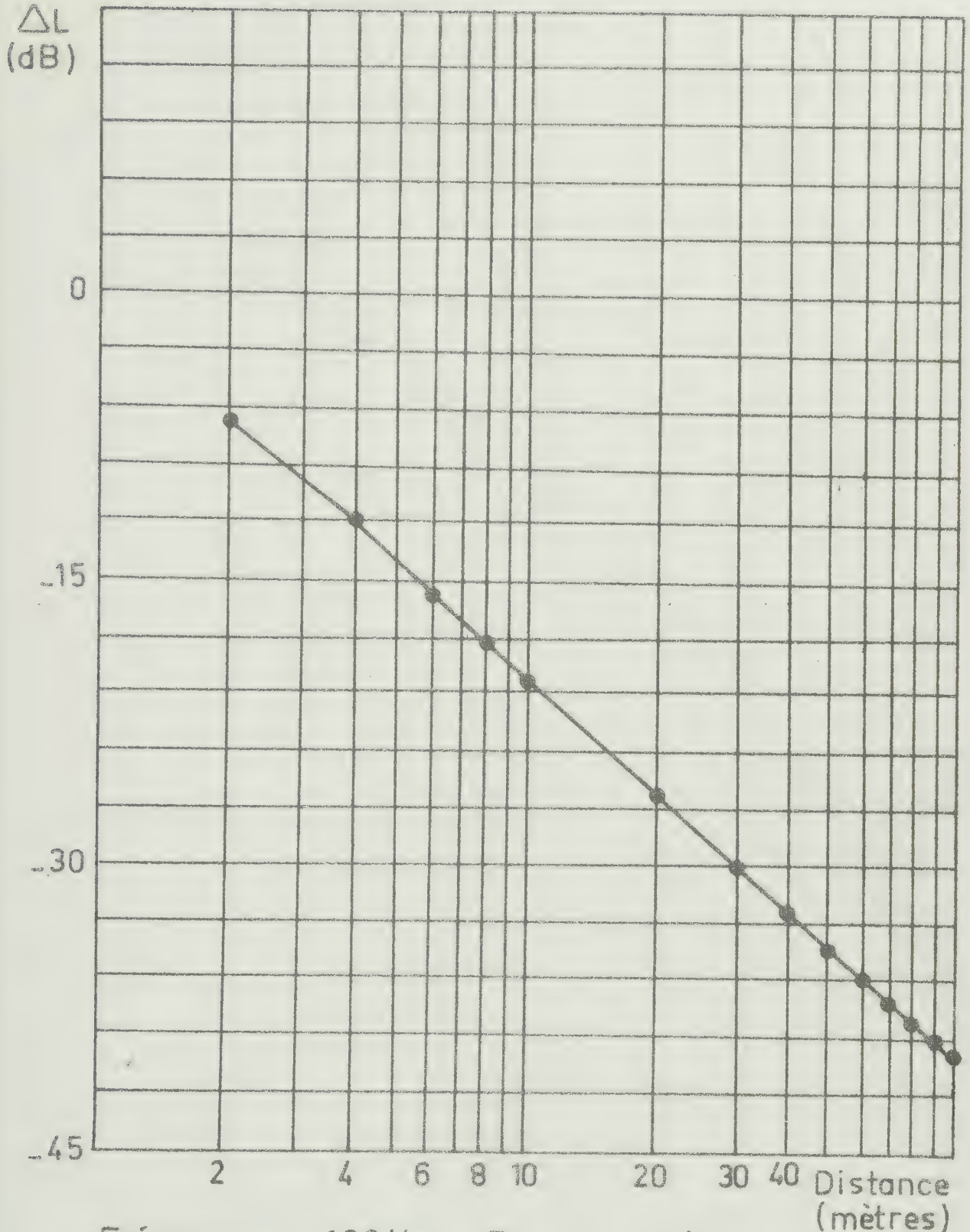
- le Principe de Huygens est respecté par la discrétisation car on a toujours, pour un rayon R donné :

$$\Delta L \simeq 0dB \quad si \quad d \leq R$$
$$\Delta L < 0db \quad si \quad d > R \ .$$

Autrement dit, les sources absorbantes ont un rayonnement arrière pratiquement nul et un rayonnement opposé au rayonnement incident dans la direction de propagation.

- Comme prévu dans l'étude du champ des sources secondaires, les résultats se détériorent lorsque le rayon de la sphère ou la fréquence augmentent.

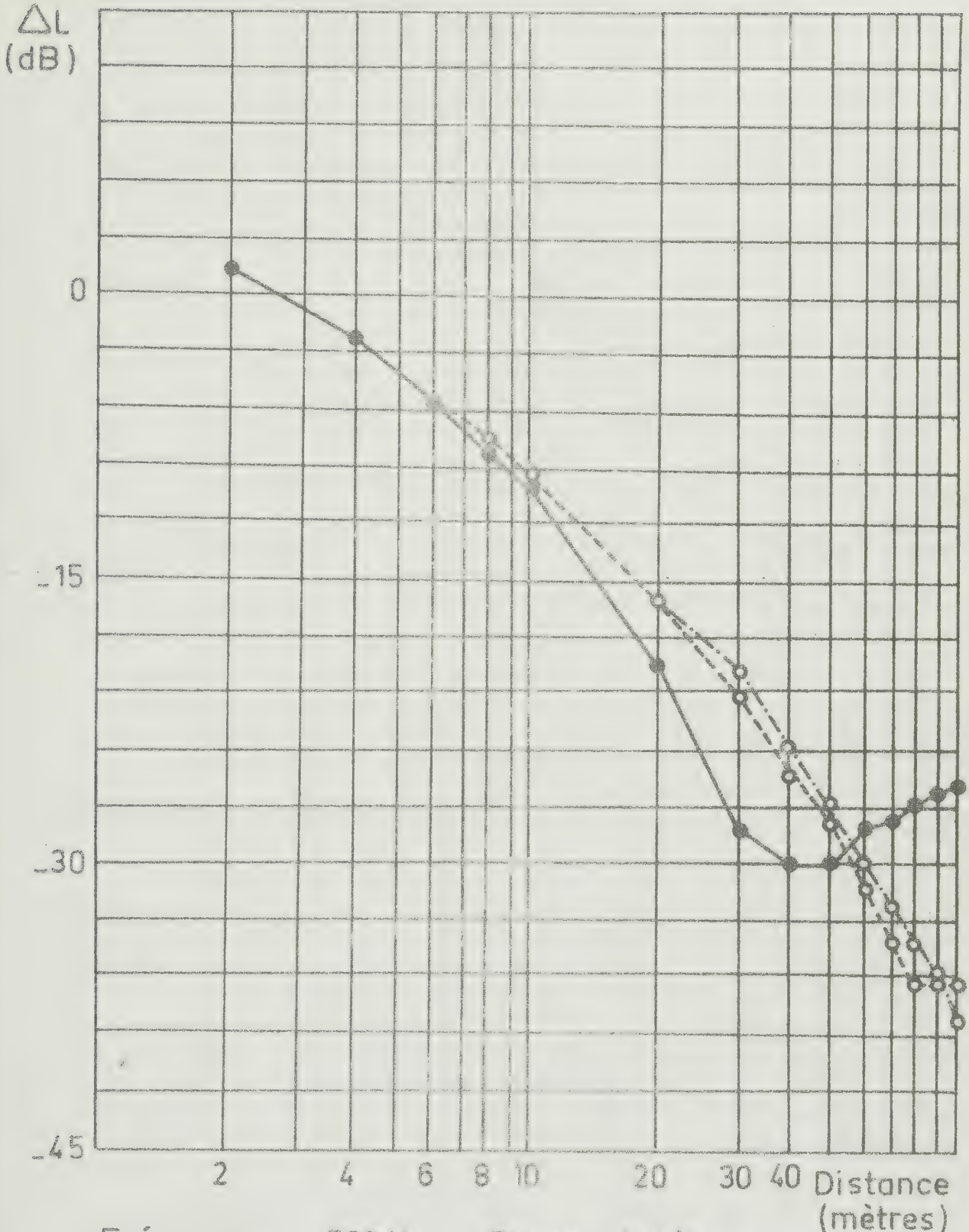
- Enfin, pour un coefficient correctif donné, on constate que la zone d'affaiblissement du champ incident (dans le domaine basse fréquence - faible rayon) déborde largement de part et d'autre du point d'atténuation maximum ; par exemple, pour une sphère de 5 m de rayon et une fréquence de 100 Hz, on voit que la zone d'atténuation ($\Delta L \leq 0$ dB) s'étend de 10 m à 100 m.



Fréquence : 100 Hz Rayon : 1 mètre

Nature des sources : HUYGENS

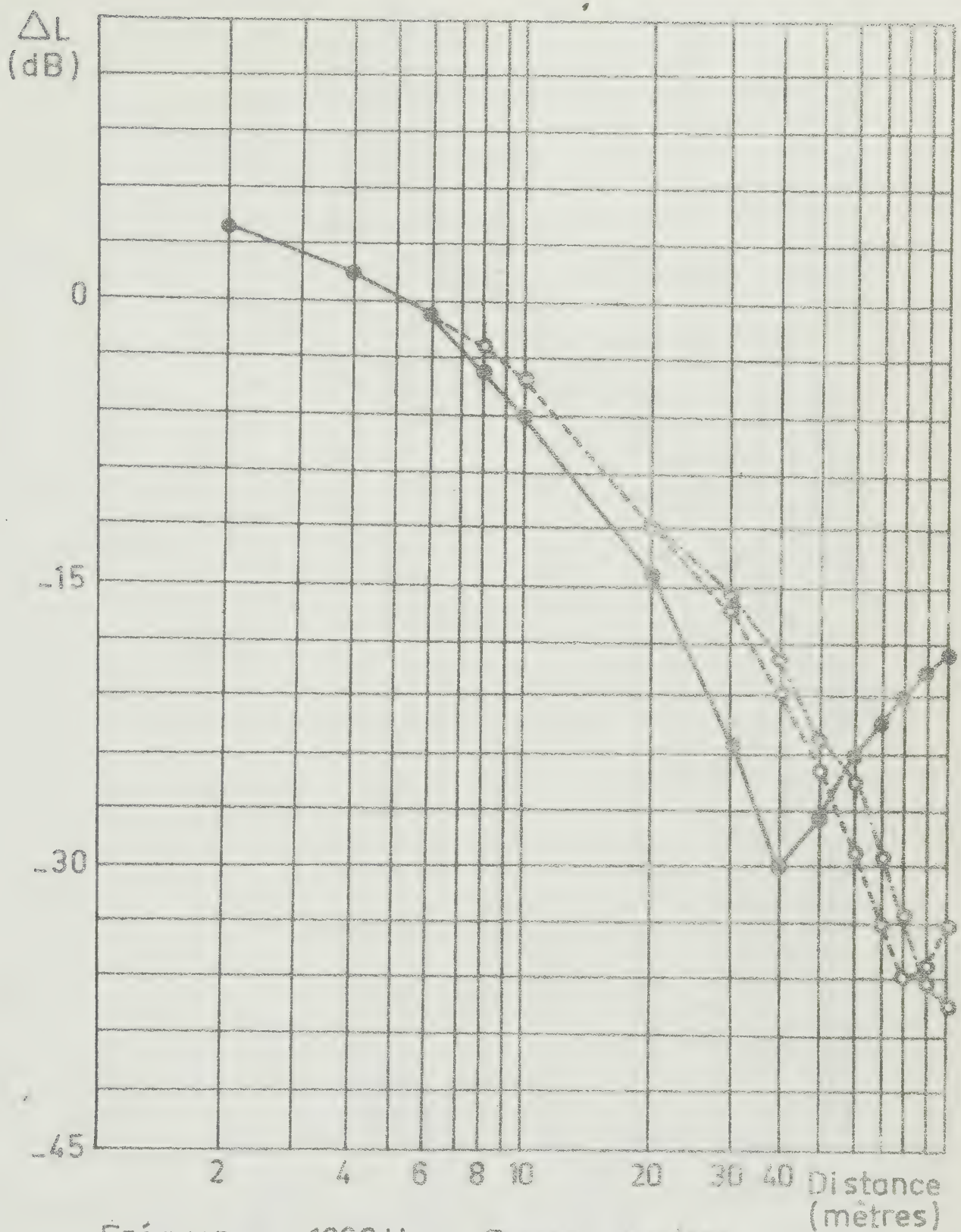
Fig. 4.14



Fréquence : 500 Hz Rayon : 1 mètre

Nature des sources : HUYGENS

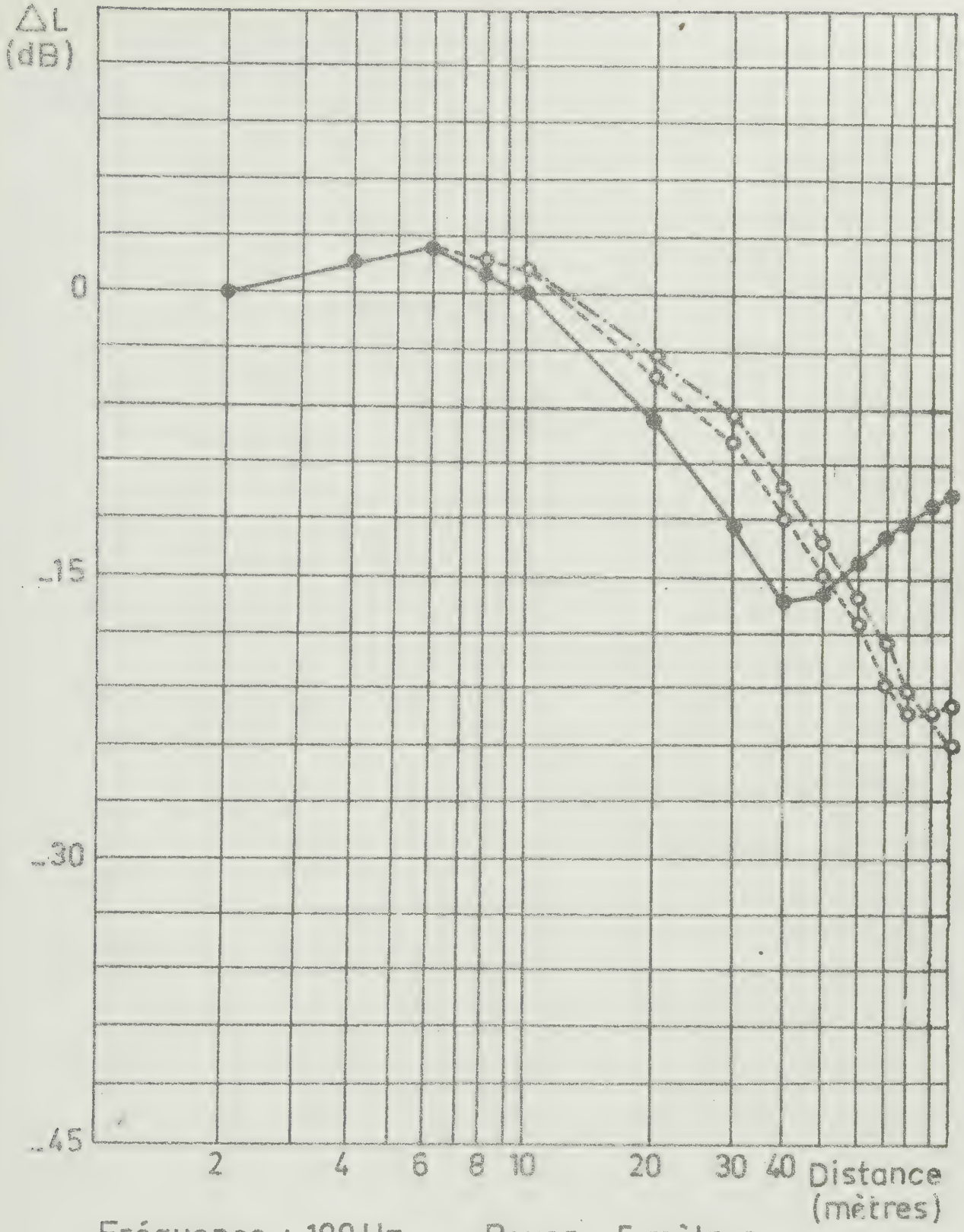
Fig. n° 15



Fréquence : 1000 Hz Rayon : 1 mètre

Nature des sources : HUYGENS

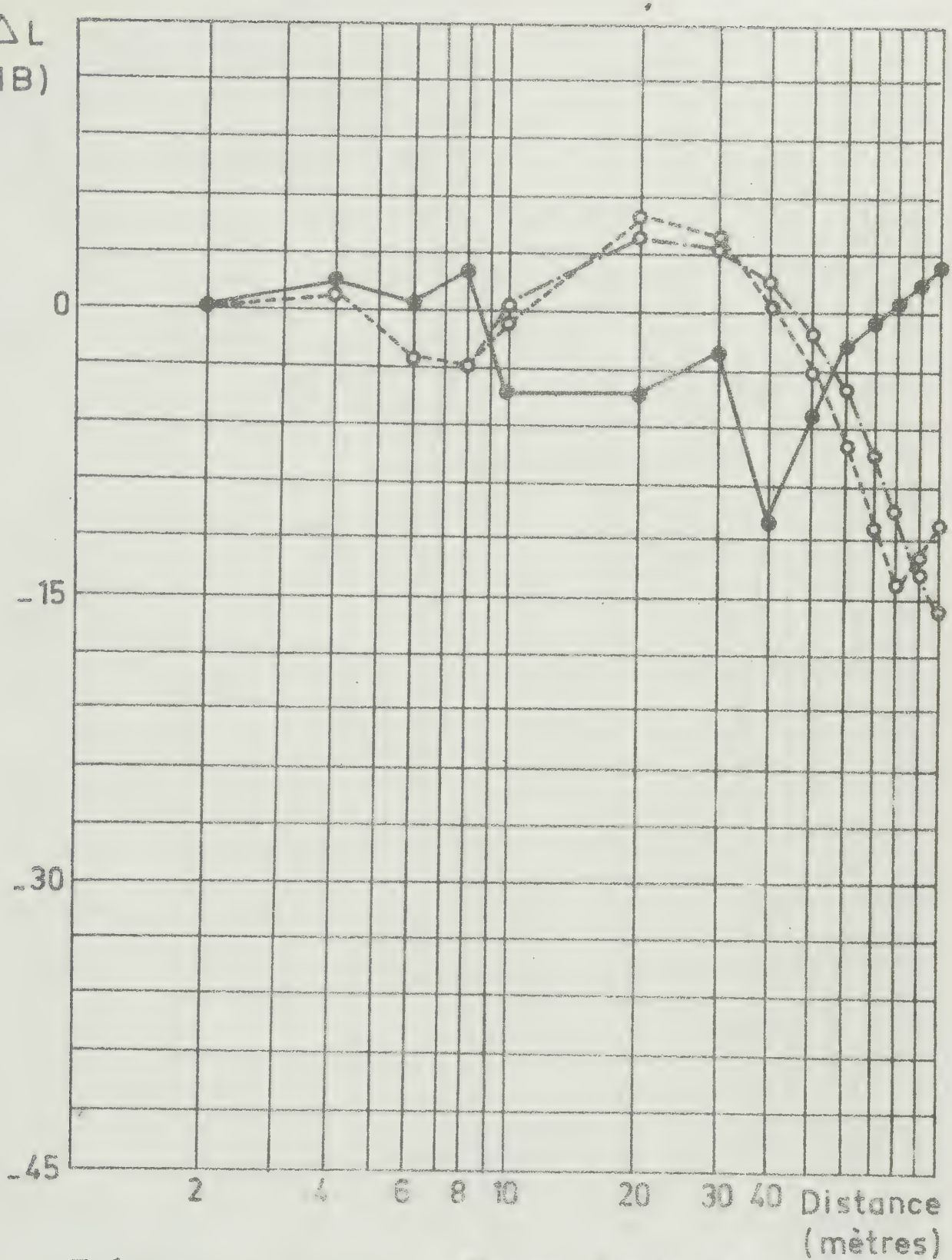
Fig. 4.16



Fréquence : 100 Hz Rayon : 5 mètres

Nature des sources : HUYGENS

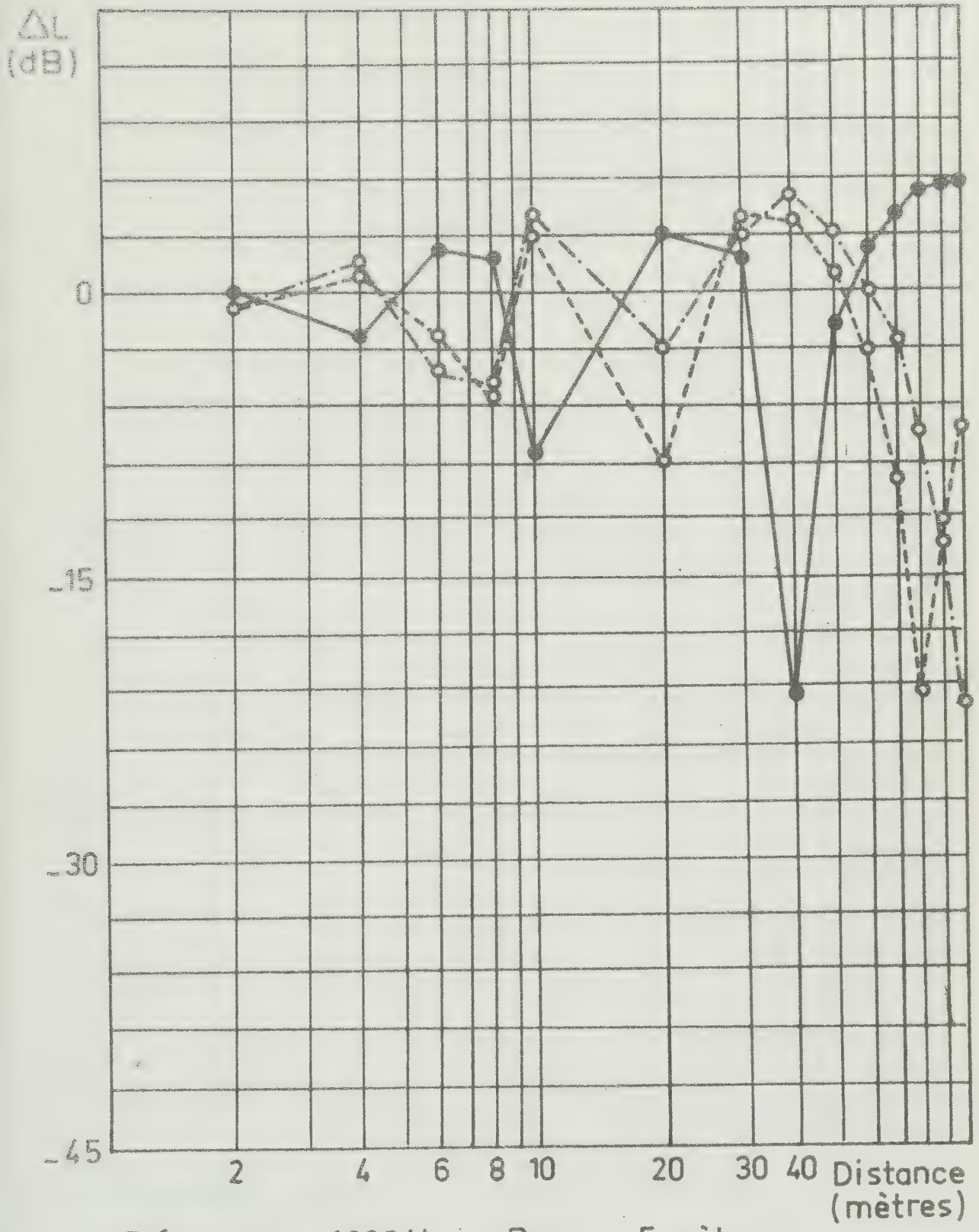
Fig. 4.17



Fréquence : 500 Hz Rayon : 5 mètres

Nature des sources : HUYGENS

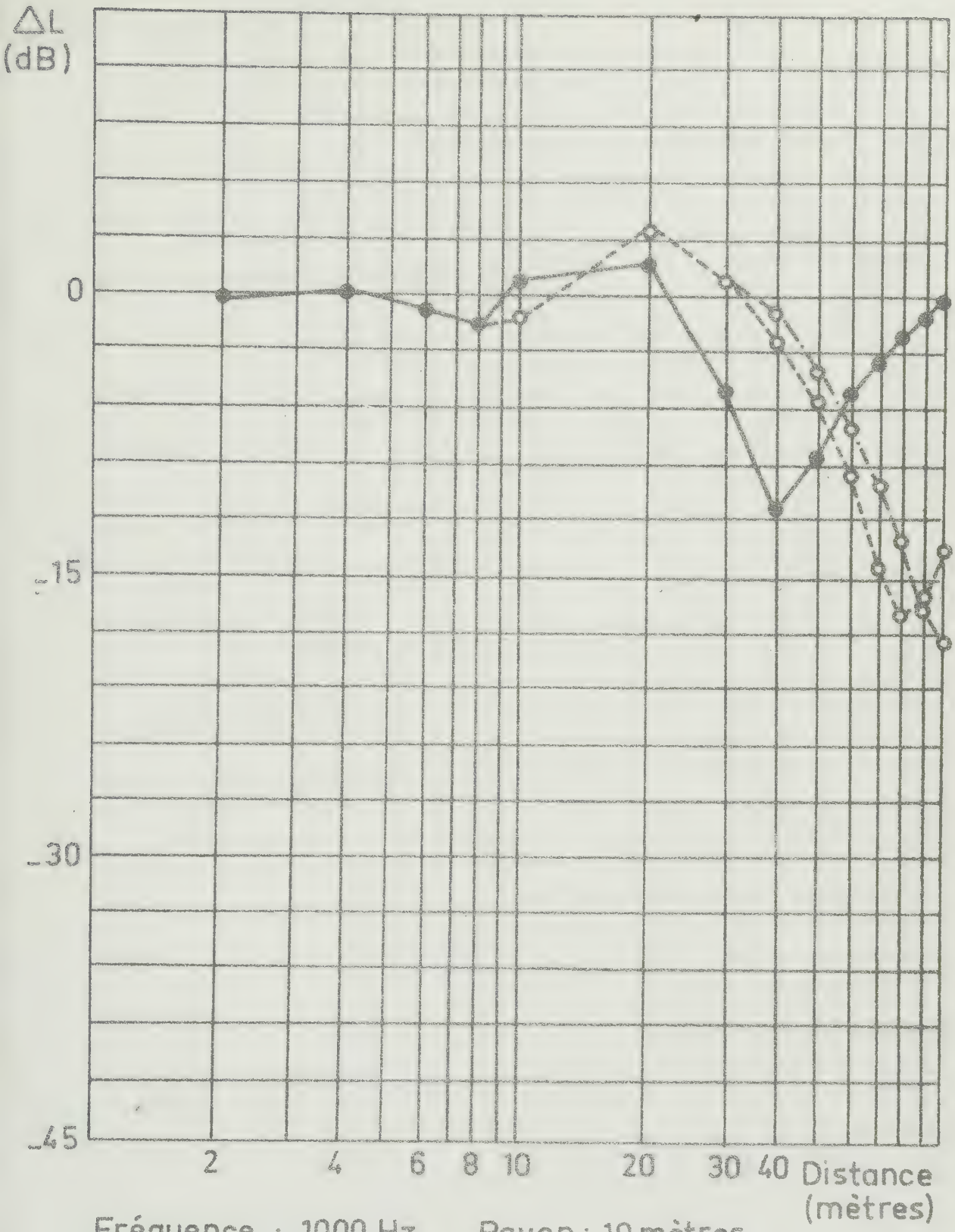
Fig. 4.16



Fréquence : 1000 Hz Rayon : 5 mètres

Nature des sources : HUYGENS

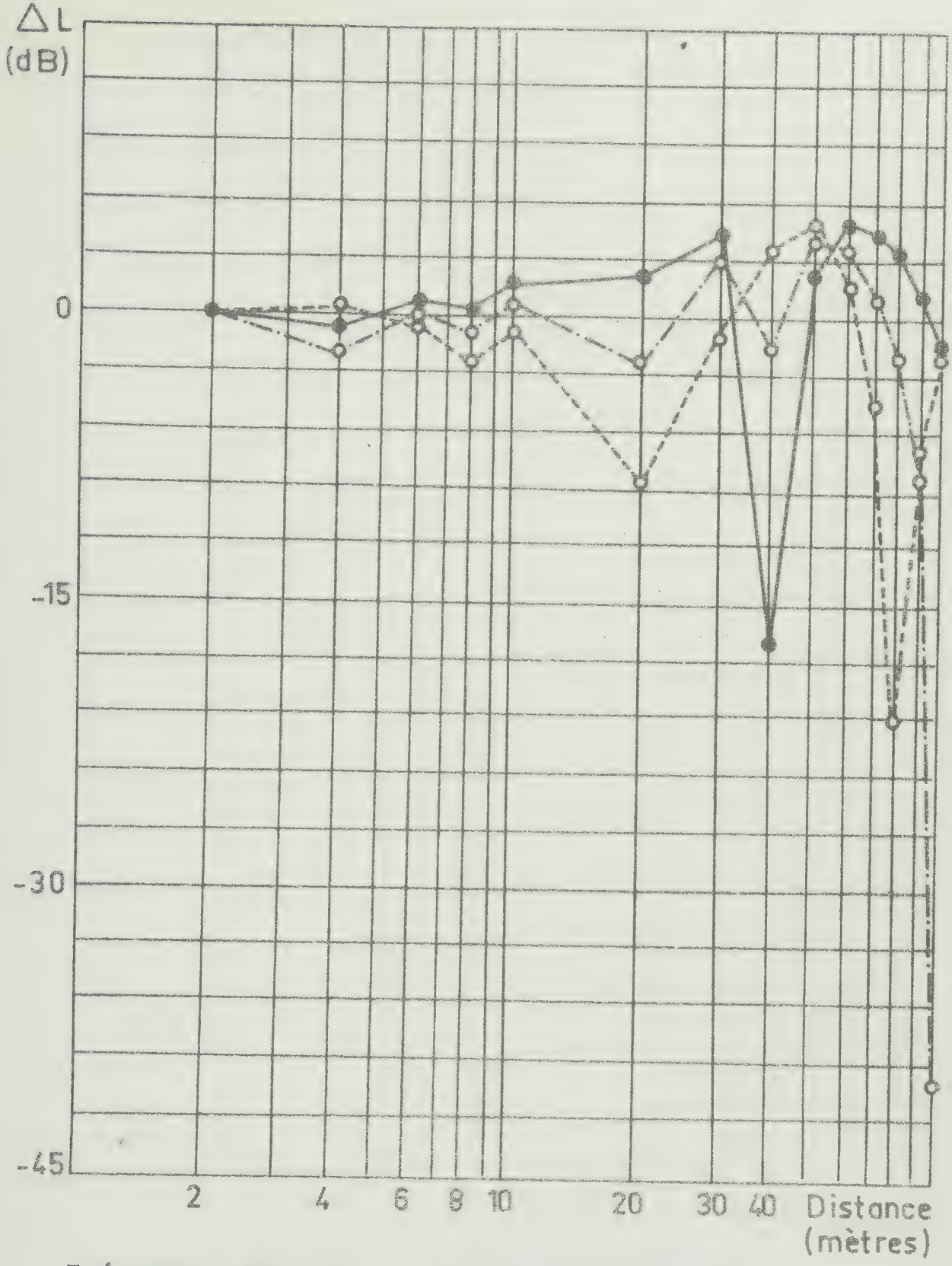
Fig. 4.19



Fréquence : 1000 Hz Rayon : 10 mètres

Nature des sources : HUYGENS

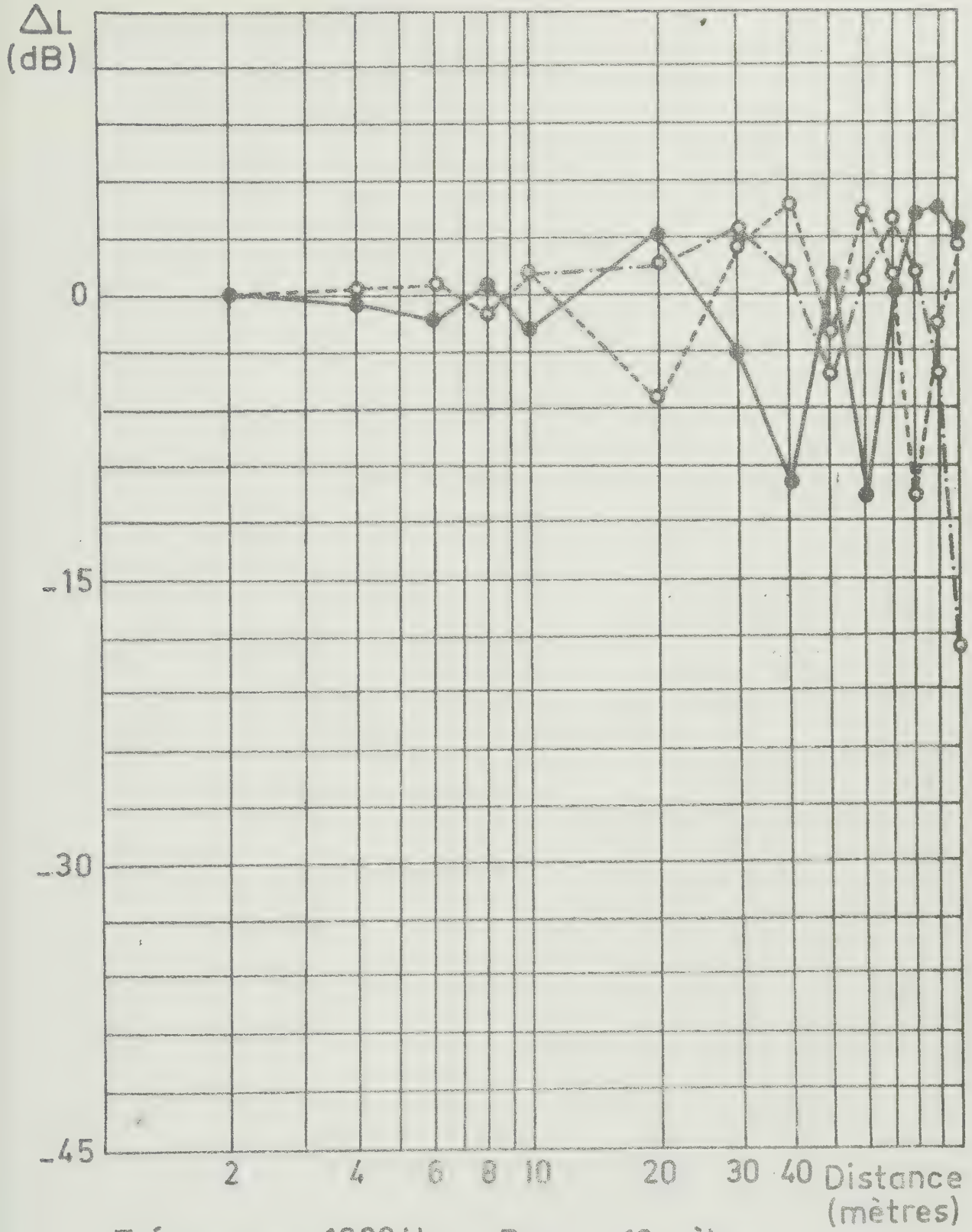
Fig. 4.20



Fréquence : 500 Hz Rayon : 10 mètres

Nature des sources : HUYGENS

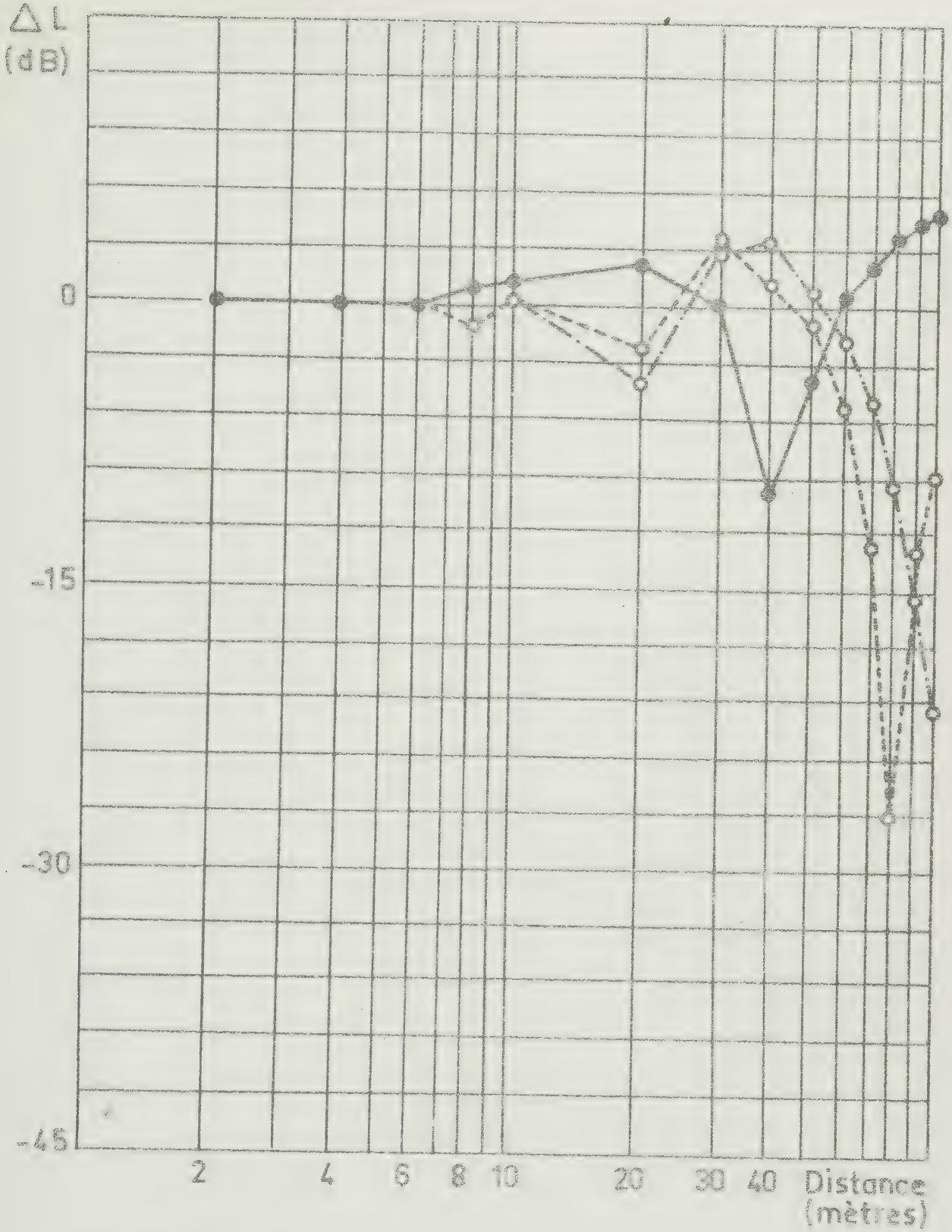
Fig . 4 . 21



Fréquence : 1000 Hz Rayon : 10 mètres

Nature des sources : HUYGENS

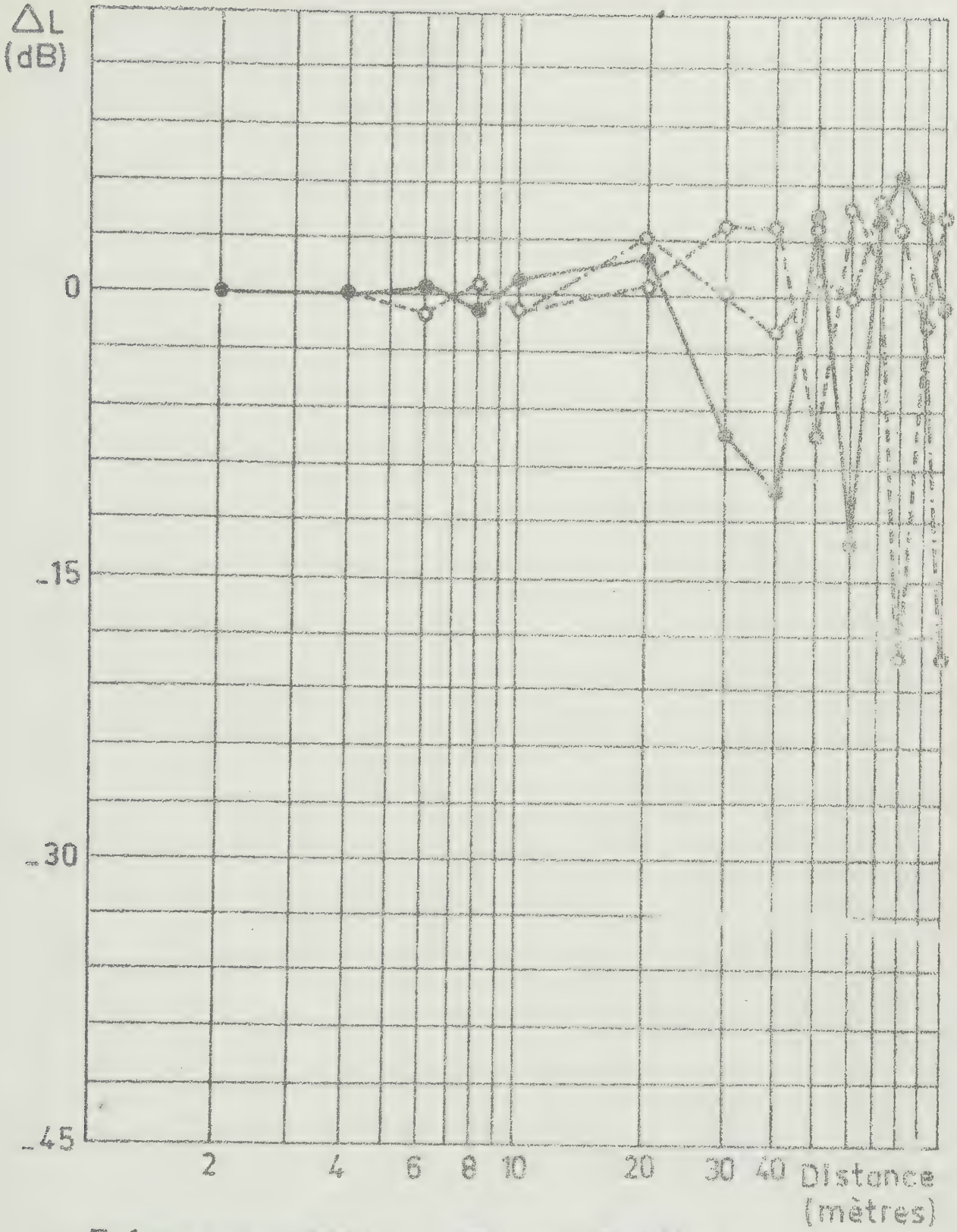
Fig. 4.22



Fréquence : 100 Hz Rayon : 15 mètres

Nature des sources : HUYGENS

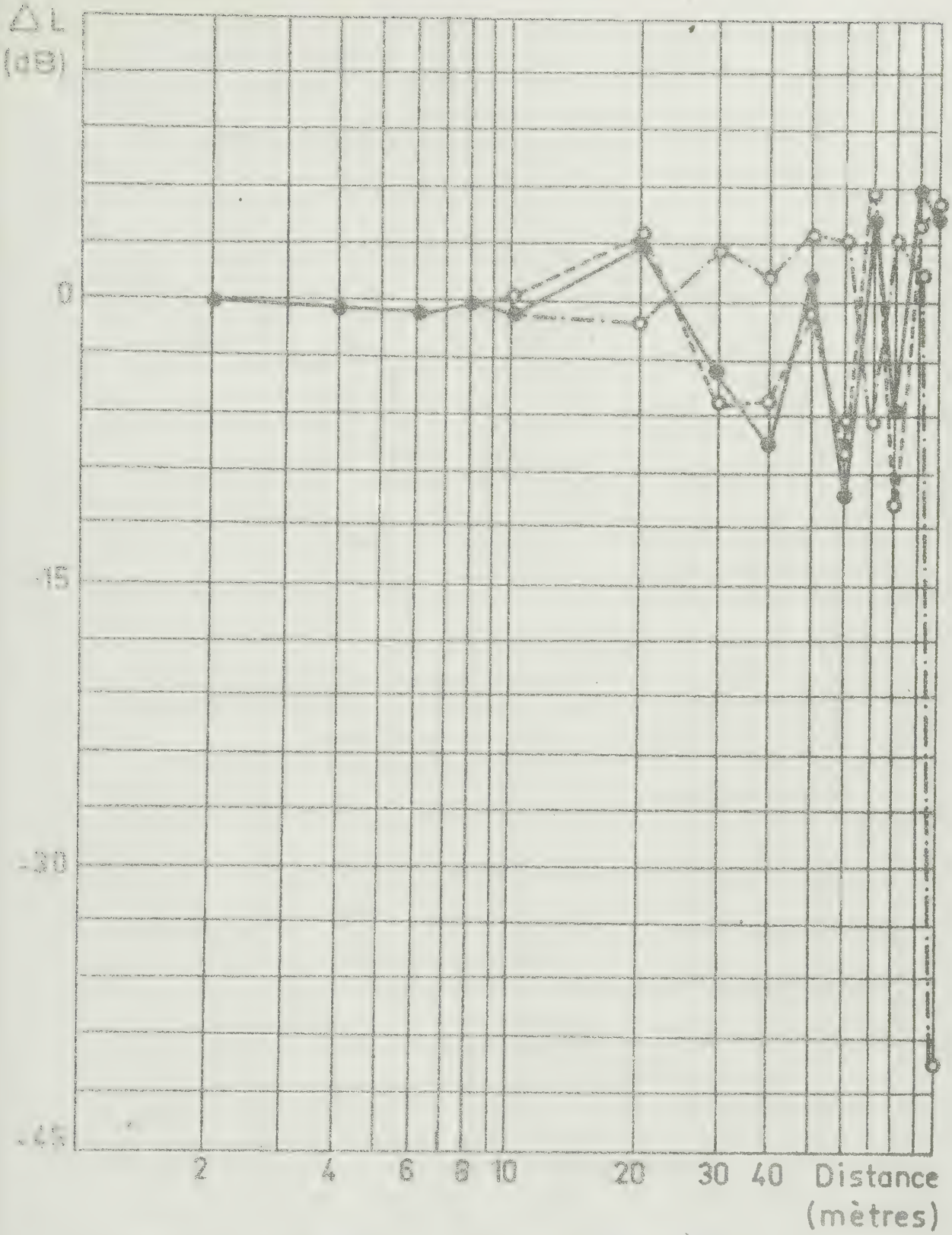
Fig . 4.23



Fréquence : 500 Hz Rayon : 15 mètres

Nature des sources : HUYGENS

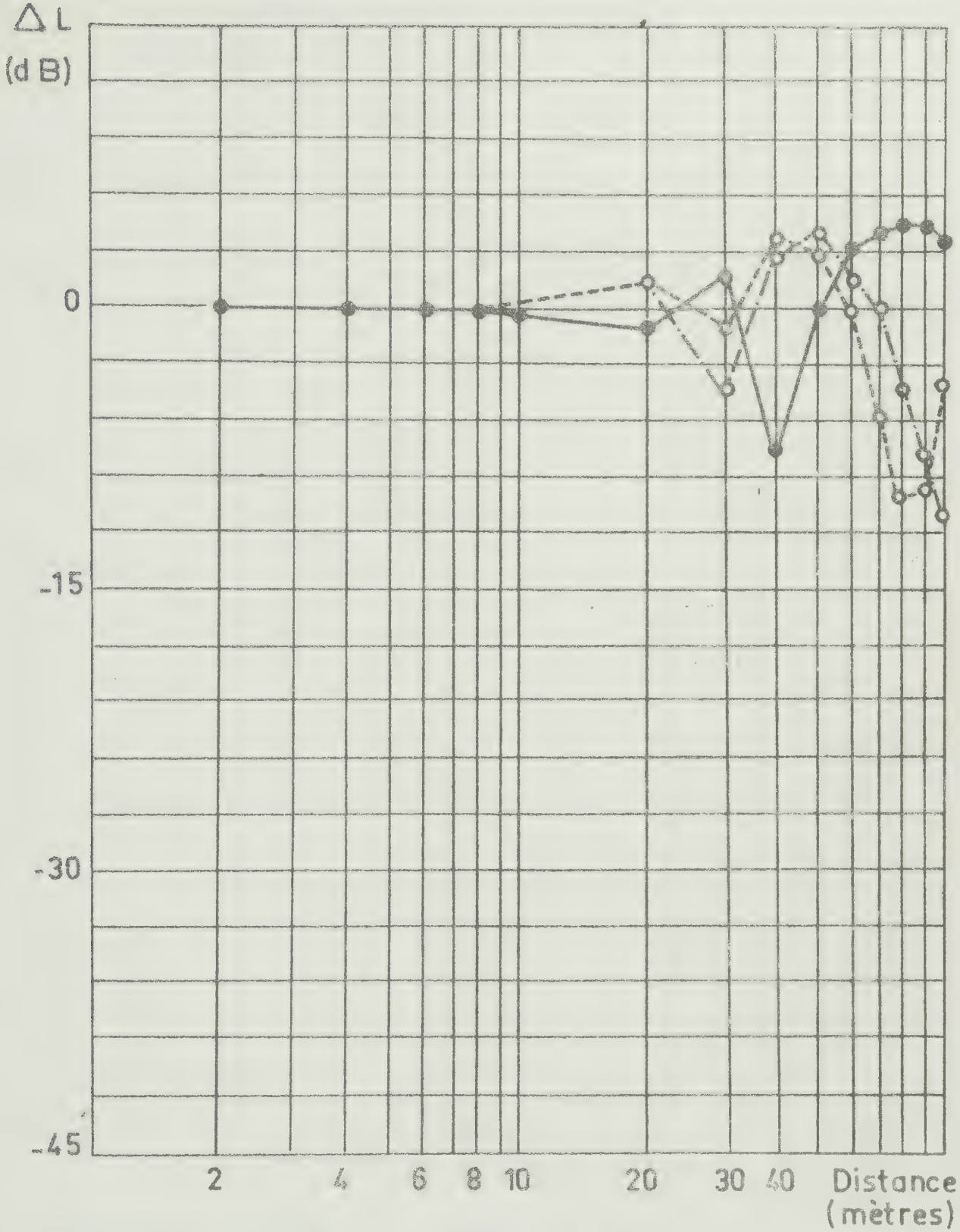
Fig. 4.24



Fréquence : 1000 Hz Rayon : 15 mètres

Nature des sources : HUYGENS

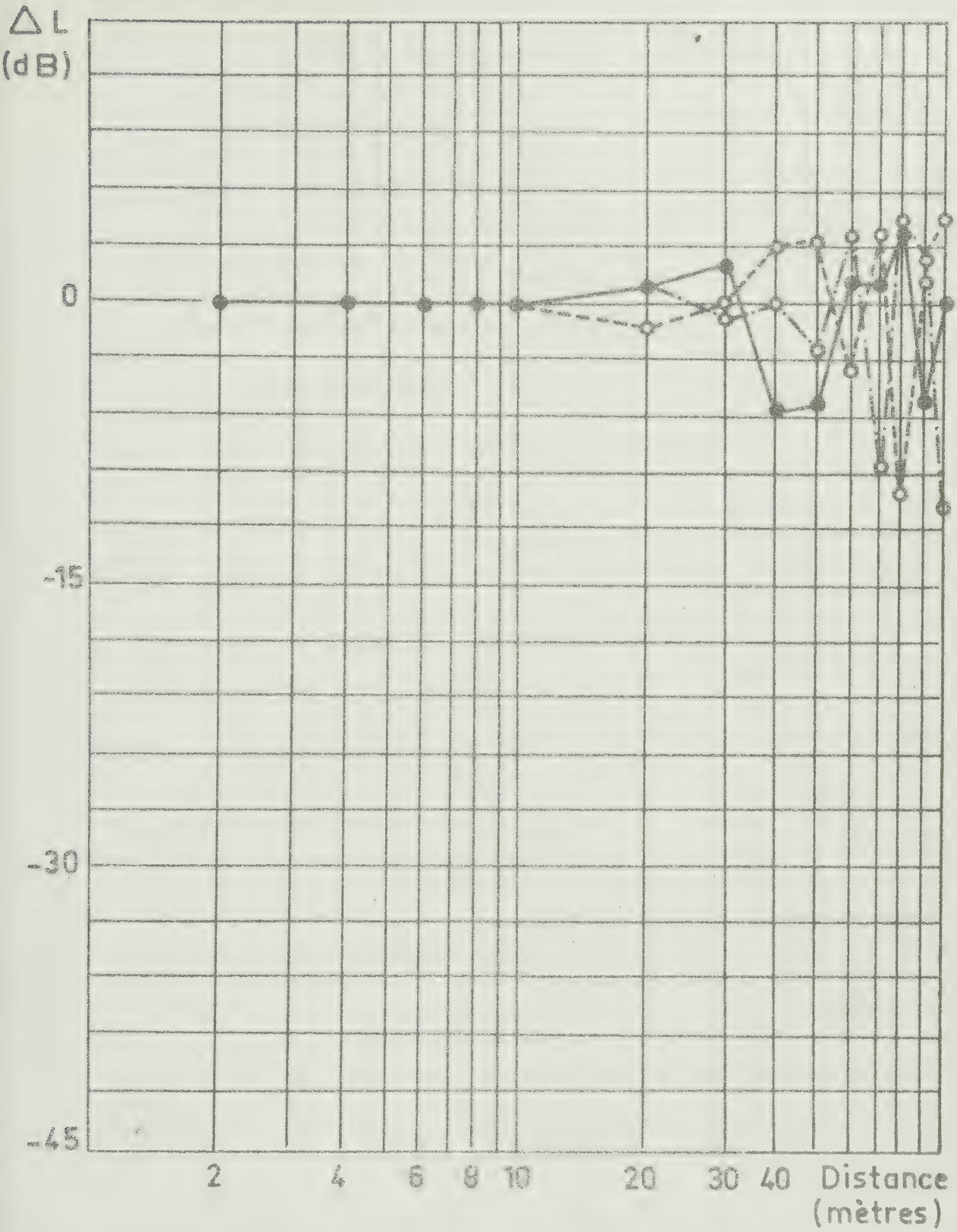
Fig. 4.25



Fréquence : 100 Hz Rayon : 20 mètres

Nature des sources : HUYGENS

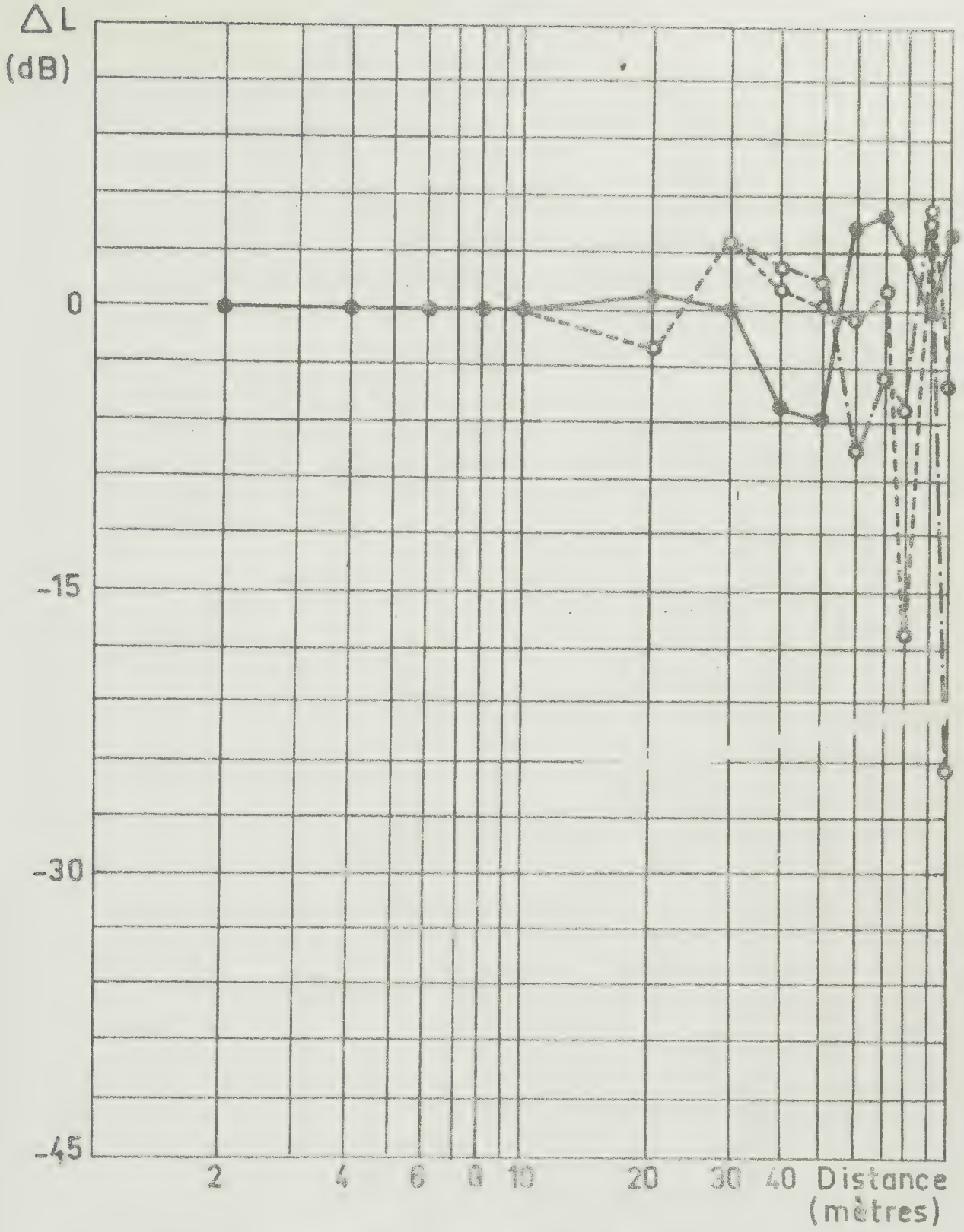
Fig . 4.26



Fréquence : 500 Hz Rayon : 20 mètres

Nature des sources : HUYGENS

Fig . 4.27



Fréquence : 1000 Hz Rayon : 20 mètres

Nature des sources : HUYGENS

Fig 4.28

4.4.- Conclusions.-

La simulation sur ordinateur des deux répartitions de sources absorbantes que nous venons d'étudier permet d'affirmer que la validité du Principe de Huygens subsiste après discrétisation de la densité des sources secondaires. Toutefois, le nombre élevé de sources à utiliser semble restreindre les applications pratiques d'un tel dispositif au domaine des basses fréquences : disons inférieures à 400 Hz. Ceci confirme la complémentarité entre absorbeurs passifs et actifs : le domaine d'utilisation de ces derniers commence là où leurs homologues passifs deviennent inefficaces.

CHAPITRE 5

LES ZONES DE FRESNEL

5.- LES ZONES DE FRESNEL -

5.1.- Généralités.-

Seule l'application du Principe de Huygens permet de résoudre le problème de l'absorption acoustique active pour un bruit et un domaine quelconque. Nous avons vu que, dans ce cas, la surface séparant le domaine de l'espace source doit être tapissée d'un nombre important de sources de Huygens.

On peut cependant envisager un problème, voisin du précédent, mais plus simple : comment protéger le voisinage d'un point M, d'un bruit de largeur de bande Δf, centrée autour de la fréquence f_0 ?

Une réponse satisfaisante peut, dans ce cas, être fournie par l'utilisation des propriétés des zones de Fresnel d'une sphère, que nous allons développer maintenant.

Comme précédemment, l'étude des discrétisations des formules intégrales a été conduite sur ordinateur. La plupart des calculs numériques de ce chapitre ont été effectués au Centre Scientifique et Technique du Bâtiment, à Grenoble, par J.P.Vian.

5.2.- Rappels sur les zones de Fresnel.-

Nous avons vu que, pour une onde monochromatique de la forme :

$$G_{0R}(M) = \frac{e^{-ikd}}{d} \tag{5.1}$$

le Principe de Huygens se traduisait, pour une sphère de rayon R << d, par la relation :

$$\Phi^R(M) \approx \frac{\lambda}{2\pi} \int_\Sigma \frac{e^{-ik(R+r)}}{Rr}\, d\sigma_\Sigma \tag{5.2}$$

Soit : $p = d - R$

la distance du point M à la sphère. On définit les zones de Fresnel en considérant les points dont la distance à M est comprise entre p et $p + \frac{\lambda}{2}$ (1ère zone), $p + \frac{\lambda}{2}$ et $p + 2\frac{\lambda}{2}$ (2ème zone), ... ,

$p + (m-1)\frac{\lambda}{2}$ et $p + m\frac{\lambda}{2}$ ($m^{ième}$ zone), soit au total $4R/\lambda$ zones.

Désignons par ϕ_m la contribution de la $m^{ième}$ zone au point M et par Σ_m sa surface (Fig.5.1)

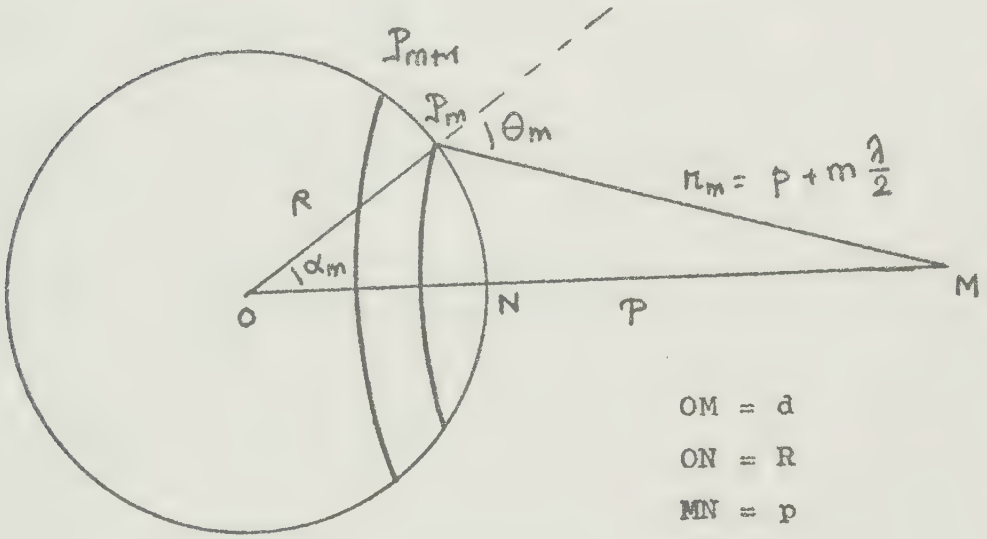


Fig. 5.1 Zones de Fresnel d'une sphère

On peut écrire :

$$\phi_m(M) = \frac{i}{2\lambda R}\int_{\Sigma}\frac{e^{-ik(R+r)}}{r}(1+\cos\theta)\,d\sigma_2 \qquad (5.3)$$

En remarquant que :

$$r^2 = d^2 + R^2 - 2Rd\cos\alpha \qquad (5.4)$$

et

$$d\sigma_2 = 2\pi R^2 \sin\alpha \, d\alpha \tag{5.5}$$

l'intégrale (5.3) s'écrit :

$$\phi_m(M) = \frac{i\pi}{\lambda d} \int_{r_m - \frac{\lambda}{2}}^{r_m} (1+\cos\theta) \, e^{-ik(R+r)} \, dr \tag{5.6}$$

Puisque d >> λ, on peut admettre que θ varie peu à l'intérieur d'une zone, et écrire :

$$\phi_m(M) \simeq \frac{i\pi}{\lambda d} (1+\cos\theta_m) \int_{r_m - \frac{\lambda}{2}}^{r_m} e^{-ik(R+r)} \, dr \tag{5.7}$$

θ_m désignant la valeur moyenne de θ sur la $m^{ième}$ zone. On obtient donc :

$$\phi_m(M) = -\frac{(1+\cos\theta_m)}{d} \, e^{-ik(R+r_m)} \tag{5.8}$$

Remplaçons r_m par sa valeur :

$$\phi_m(M) = -\frac{(1+\cos\theta_m)}{d} \, e^{-ik\left(d + m\frac{\lambda}{2}\right)} \tag{5.9}$$

soit :

$$\phi_m(M) = (-1)^{m+1} \frac{(1+\cos\theta_m)}{d} \, e^{-ikd} \tag{5.10}$$

c'est-à-dire :

$$\boxed{\phi_m(M) = (-1)^{m+1} (1+\cos\theta_m) \, \phi_0(M)} \tag{5.11}$$

On en déduit que la contribution de la première zone de Fresnel est :

$$\phi_1(M) = \phi_0(M) \, (1+\cos\theta_1) \tag{5.12}$$

l'angle θ_1 étant très faible, cos $\theta_1 \simeq 1$ d'où, finalement :

(5.13) $$\phi_1(M) \approx 2\,\phi_0(M)$$

On retrouve le résultat, classique en optique, montrant que la contribution de la première zone de Fresnel est égale au double de la contribution de la sphère complète. La figure 5.2 représente les contributions des différentes zones de Fresnel au point M.

5.3.- Sources sur la première zone de Fresnel.-

Les propriétés de la première zone de Fresnel suggèrent de tapisser celles-ci de sources secondaires afin d'obtenir au point M une atténuation notable du champ incident. On divise pour cela cette zone en couronnes sphériques, identiques à celles de la discrétisation 4.1. La figure 5.3 représente les atténuations obtenues en M en fonction du nombre de couronnes. Le nombre de sources que l'on place sur chaque élément est indifférent, vis à vis du point M, pourvu que l'intensité de chacune soit proportionnelle à la surface de couronne qui lui correspond.

R = 50 m d = 500 m f_o = 100 Hz

Fig.5.2 - CONTRIBUTION DES DIFFERENTES ZONES DE FRESNEL (d'après VIAN)

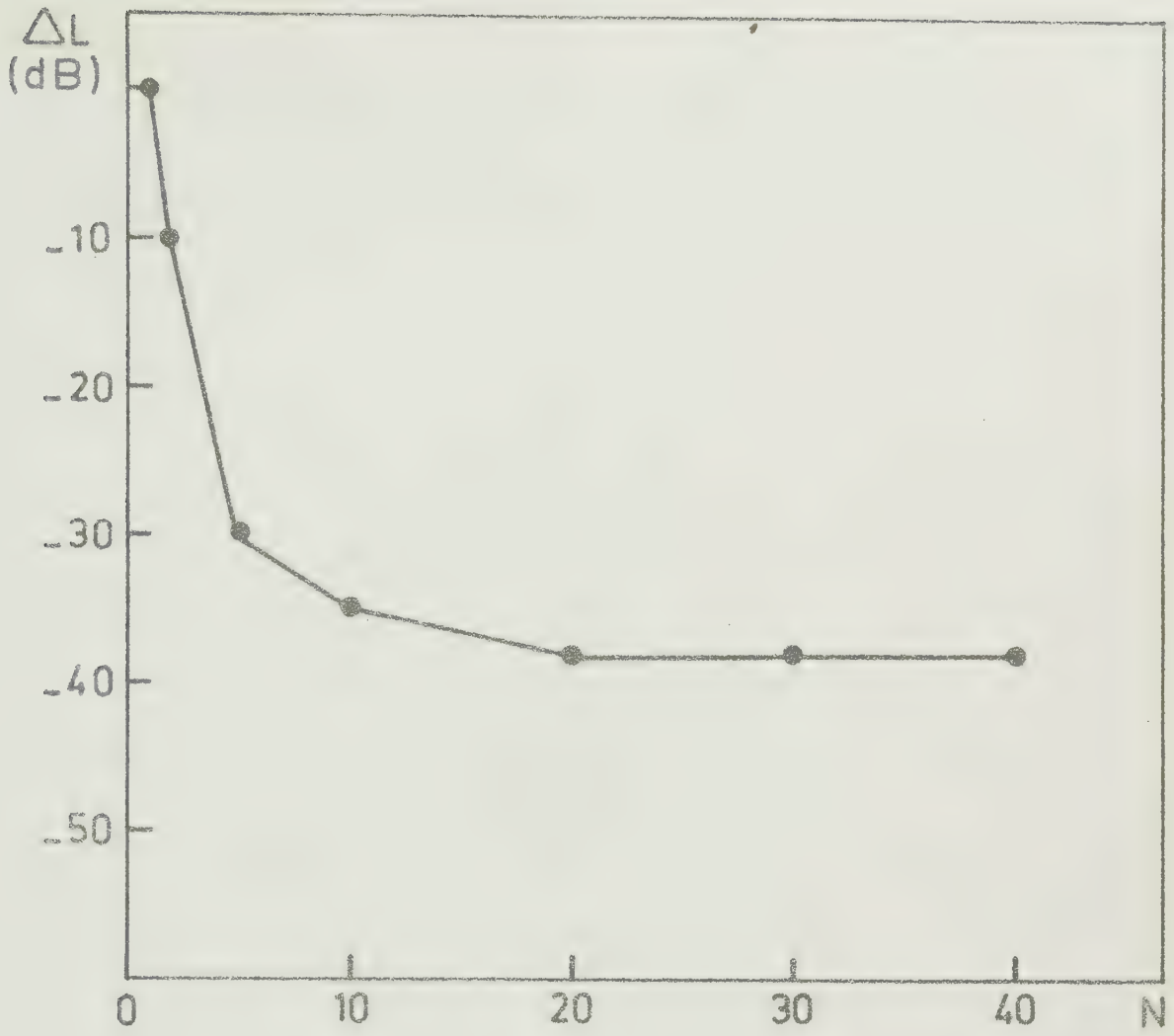


Fig.5.3 - ATTENUATION AU POINT M EN FONCTION DU NOMBRE DE COURONNES PARTAGEANT LA PREMIERE ZONE -

5.3.1.- Atténuation hors de l'axe OM.-

Divisons la première zone de Fresnel en N couronnes sphériques sur chacune desquelles on dispose M sources secondaires (Fig.5.4).

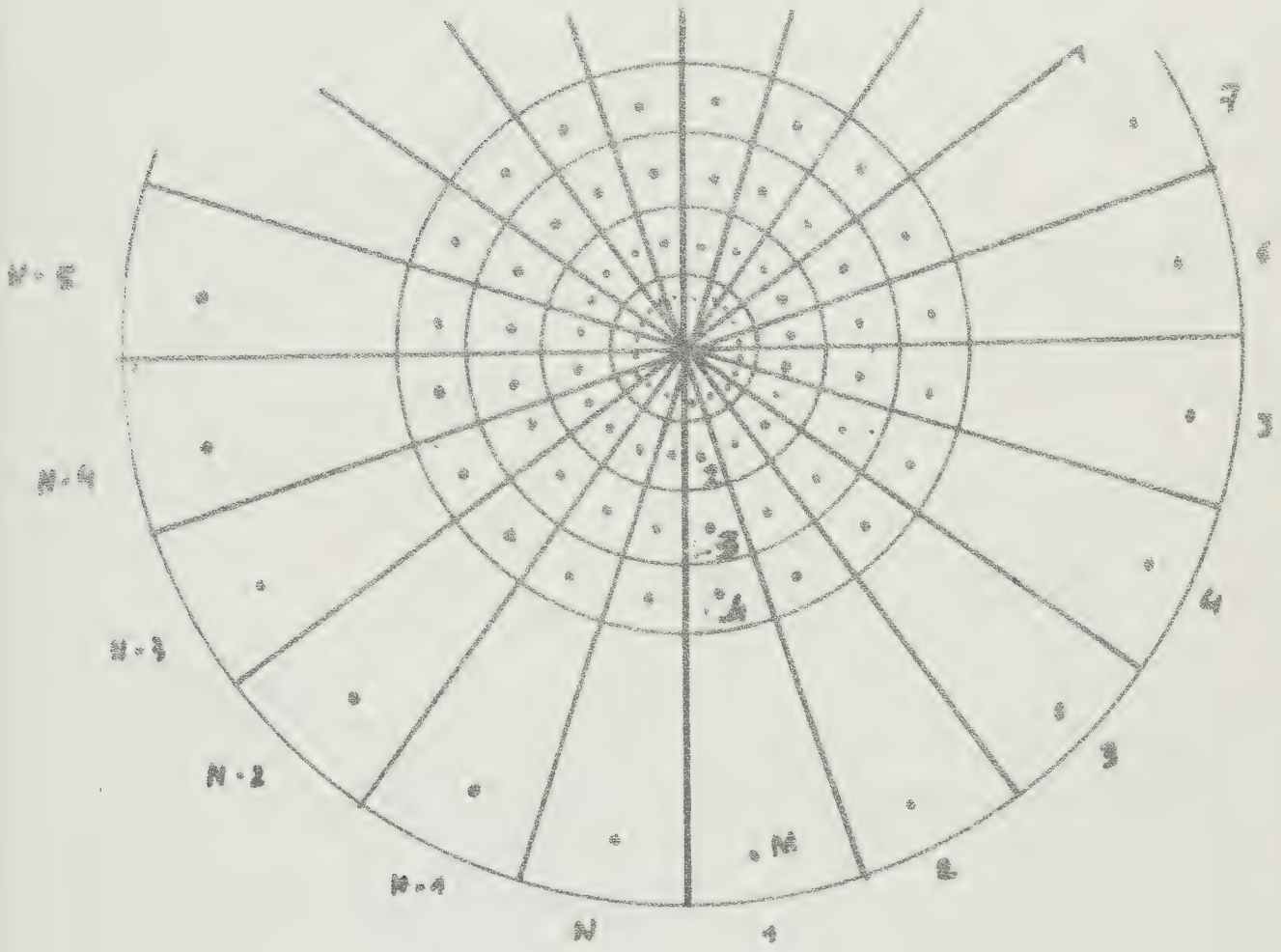


Fig. 5.4.- Discrétisation de la première zone de Fresnel.-

On va calculer le champ rayonné par l'ensemble de ces sources en un point M' situé hors de l'axe OM. Par commodité de calcul, le triangle OMM' a été choisi dans le plan xOz, le point M étant sur l'axe Oz (Fig.5.5)

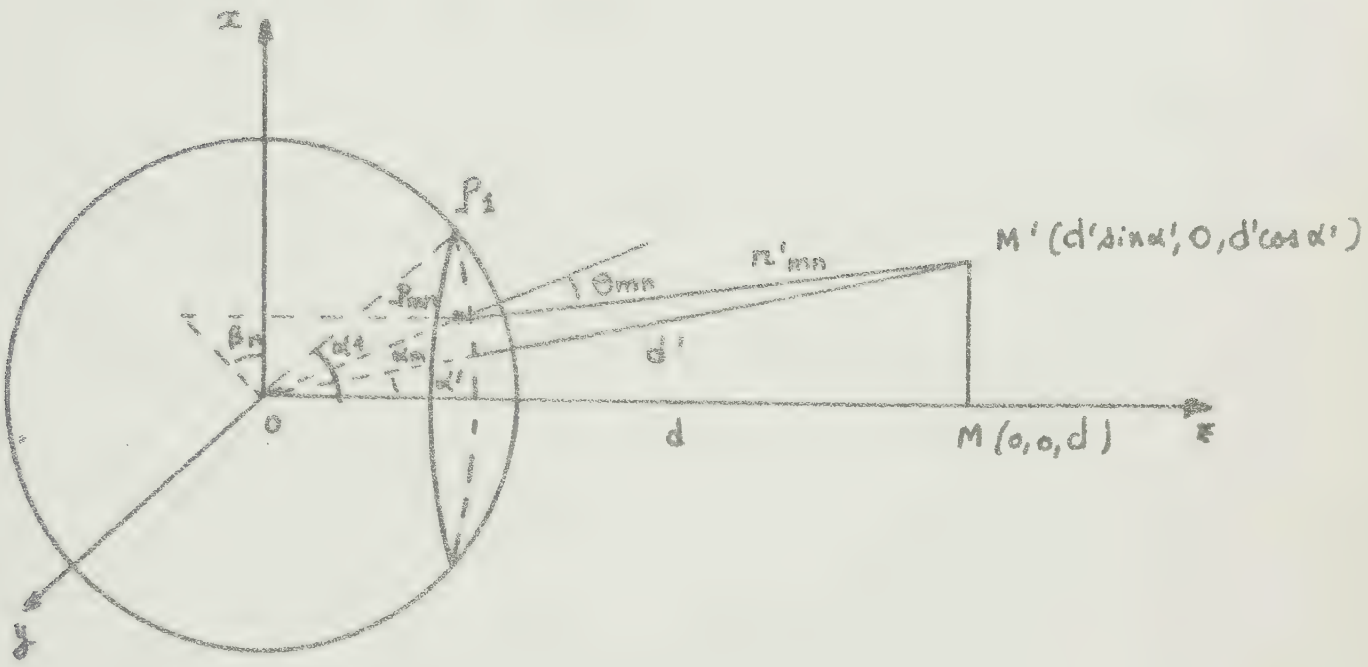


Fig. 5.5 Première zone de Fresnel

Notations :

α_1 = ouverture de la première zone de Fresnel relative au point M(o,o,d);

P_{mn} = centre de l'élément de surface Δo_{mn} supportant la $n^{ième}$ source de la $m^{ième}$ couronne ;

x_{mn}, y_{mn}, z_{mn} = coordonnées de P_{mn}

$$x_{mn} = R \sin \alpha_m \cos \beta_n$$

$$y_{mn} = R \sin \alpha_m \sin \beta_n$$

$$z_{mn} = R \cos \alpha_m$$

ϕ_o = rayonnement incident ($\phi_o \equiv G_{ok}$) ;

ϕ_1 = rayonnement de la première zone de Fresnel ;

ϕ_1 = valeur discrétisée de ce rayonnement.

Calculs préliminaires :

- ouverture de la première zone de Fresnel : en utilisant les relations trigonométriques élémentaires du triangle OP_1M, on trouve :

$$\alpha_1 = \text{Arc cos} \left\{ 1 - \frac{\lambda(d-R)}{2Rd} - \frac{\lambda^2}{8Rd} \right\} \tag{5.14}$$

- élément de surface $\Delta\sigma_{mn}$: on calcule d'abord la surface $\delta\sigma_m$ de la $m^{ième}$ couronne. On trouve :

$$\delta\sigma_m = 2\pi R^2 \sin\alpha_m \cdot \frac{\alpha_1}{N} \tag{5.15}$$

N désignant le nombre de couronnes.

On en déduit :

$$\Delta\sigma_{mn} = 2\pi R^2 \frac{\alpha_1}{MN} \sin\alpha_m \tag{5.16}$$

où M est le nombre de sources par couronne.

L'expression (5.3) permet d'écrire :

$$\overline{\Phi}_1(M') = \frac{i}{2\lambda R} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} (1+\cos\theta_{mn}) \cdot \frac{e^{-ik(R+r'_{mn})}}{r'_{mn}} \cdot \Delta\sigma_{mn} \tag{5.17}$$

avec :

$$(r'_{mn})^2 = (d'\sin\alpha' - R\sin\alpha_m\cos\beta_n)^2 + R^2\sin^2\alpha_m\sin^2\beta_n + (d'\cos\alpha' - R\cos\alpha_m)^2 \tag{5.18}$$

Soit, en développant

$$\tilde{\Phi}_1(M') = \frac{\pi a_1}{2\lambda MN} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-ik(R+r'_{mn})} \cdot \frac{[(R-h'_{mn})^2 - d^2]\sin\varphi_{mn}}{(r'_{mn})^2} \tag{5.19}$$

où a_m a pour expression :

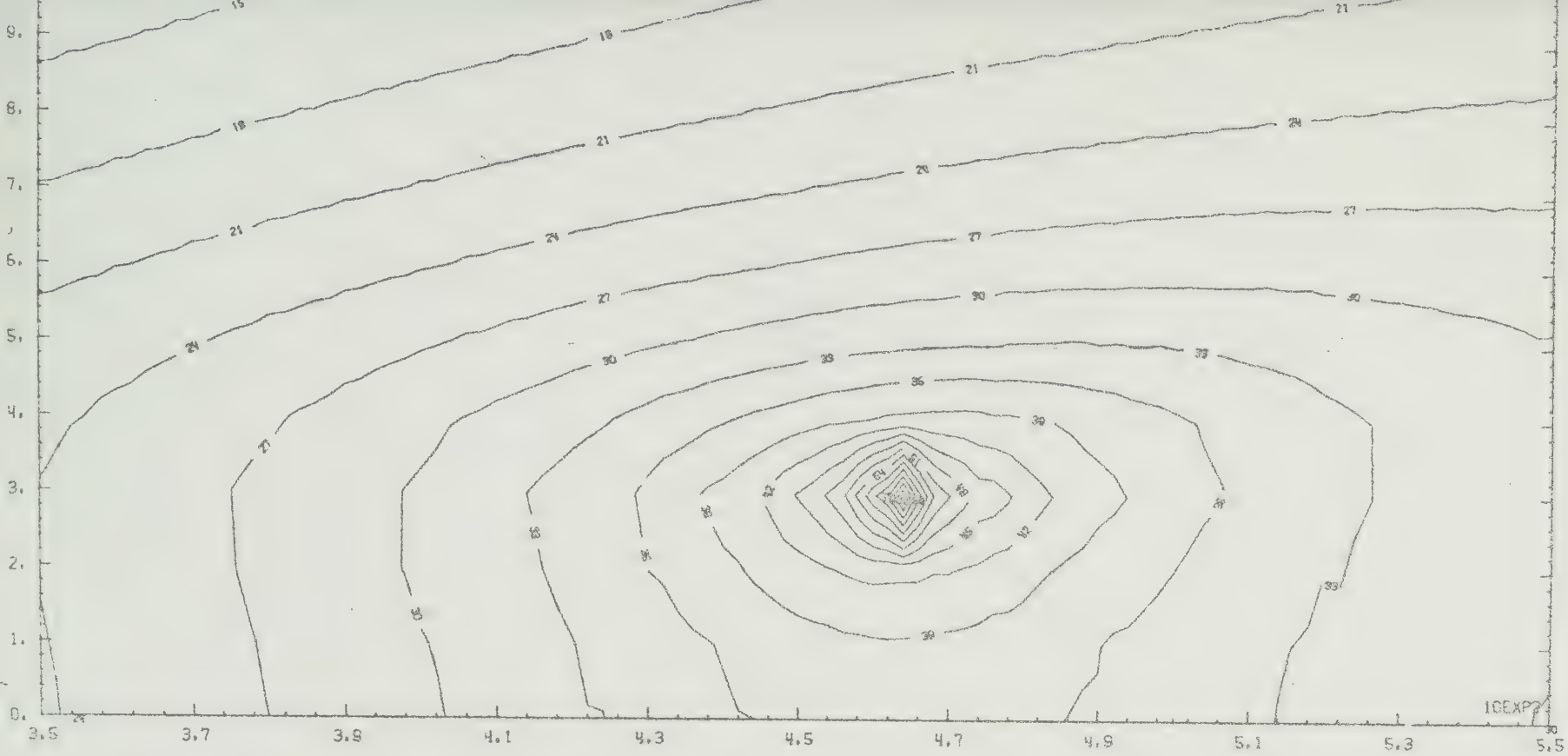
$$a_m = \frac{a_1}{2N}(2m+1) \tag{5.20}$$

On en déduit le coefficient d'affaiblissement par :

$$\Delta L = 10 \log \left| \frac{\Phi_0 - \tilde{\Phi}_1}{\Phi_0} \right|^2 \tag{5.21}$$

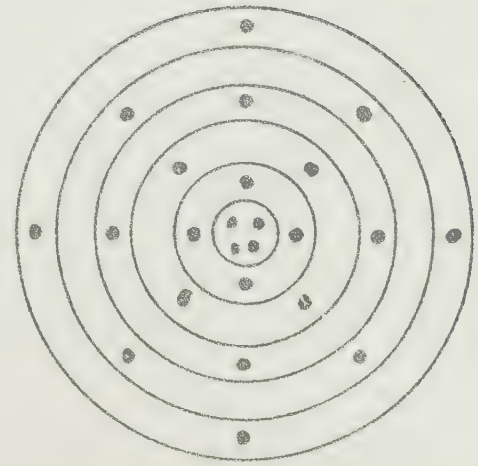
Les figures (5.6) à (5.11) représentent, d'après Vian, les courbes d'égal affaiblissement dans le plan xOz, pour différentes positions du point M' et différentes répartitions de sources sur la première zone de Fresnel.

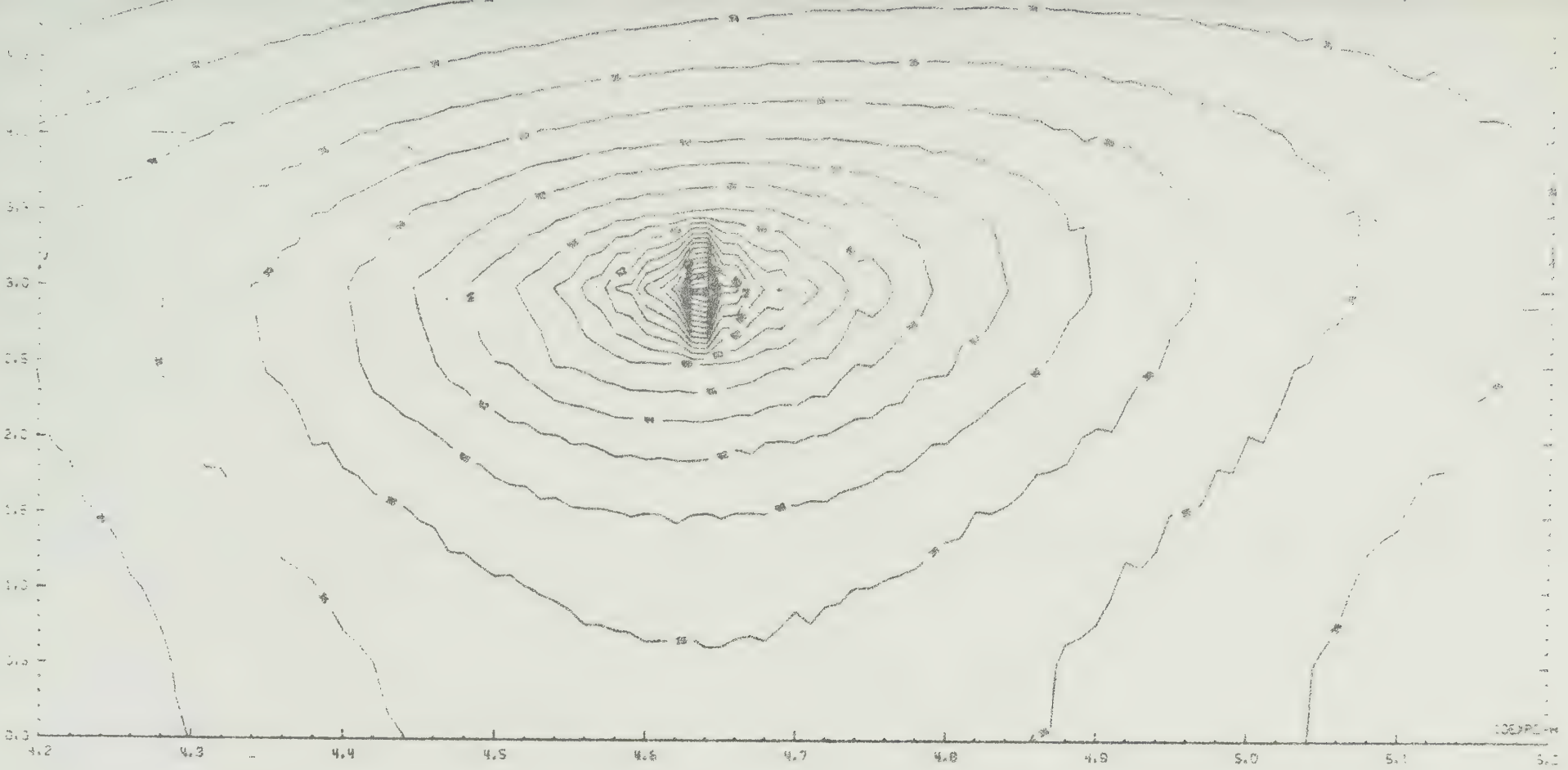
On remarque que l'atténuation reste notable lorsqu'on s'éloigne du point M : par exemple avec 9 sources réparties sur 3 couronnes, on obtient une atténuation supérieure à 18 dB sur un espace de 400 m de longueur, 60 m de largeur et 30 m de hauteur en moyenne. Notons que, comme pour les répartitions de sources sur la sphère complète, les résultats sont intéressants principalement dans le domaine des basses fréquences.



- Fig. 5.6 -

24 sources
croisées
N = 6 M = 4



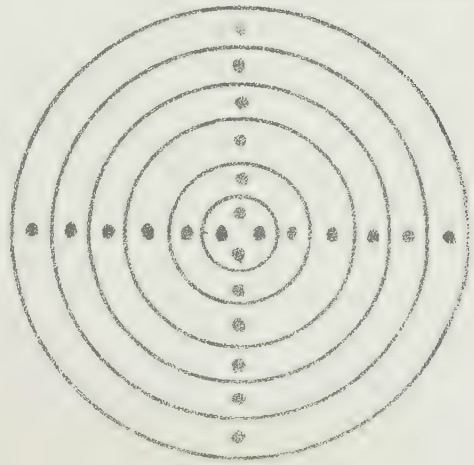


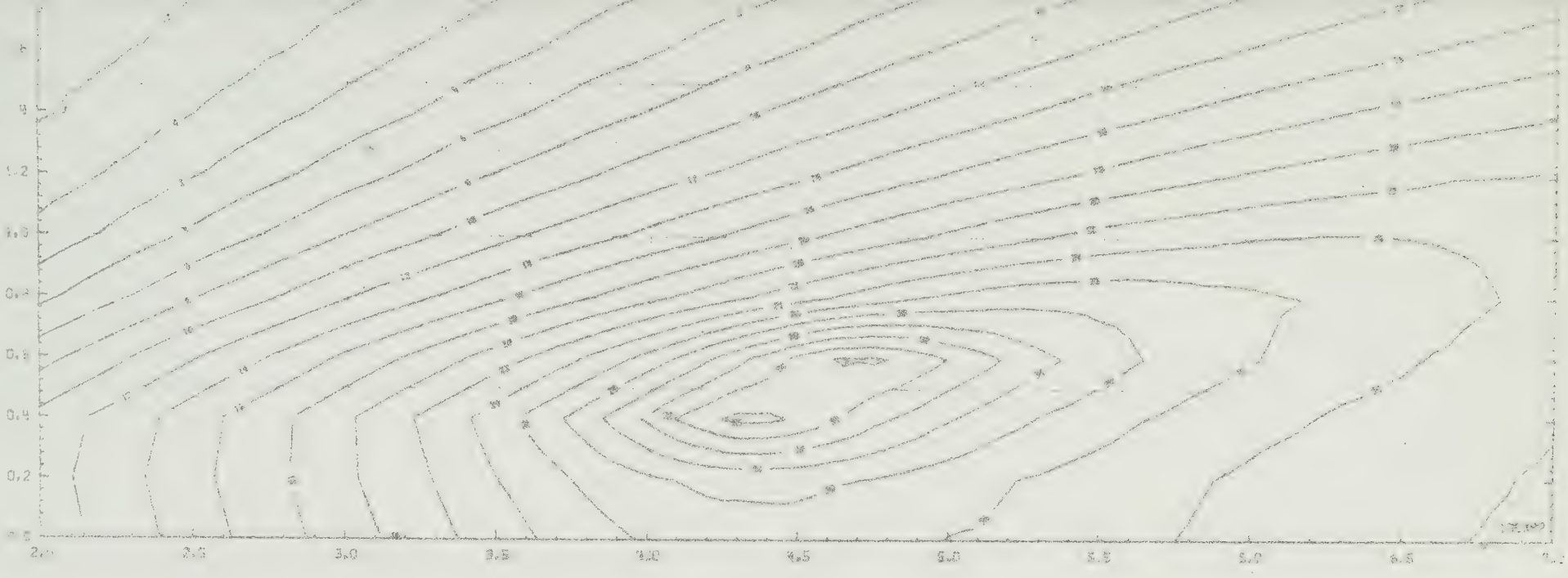
- Fig. 5.7 -

24 sources

en croix

N = 6 M = 4

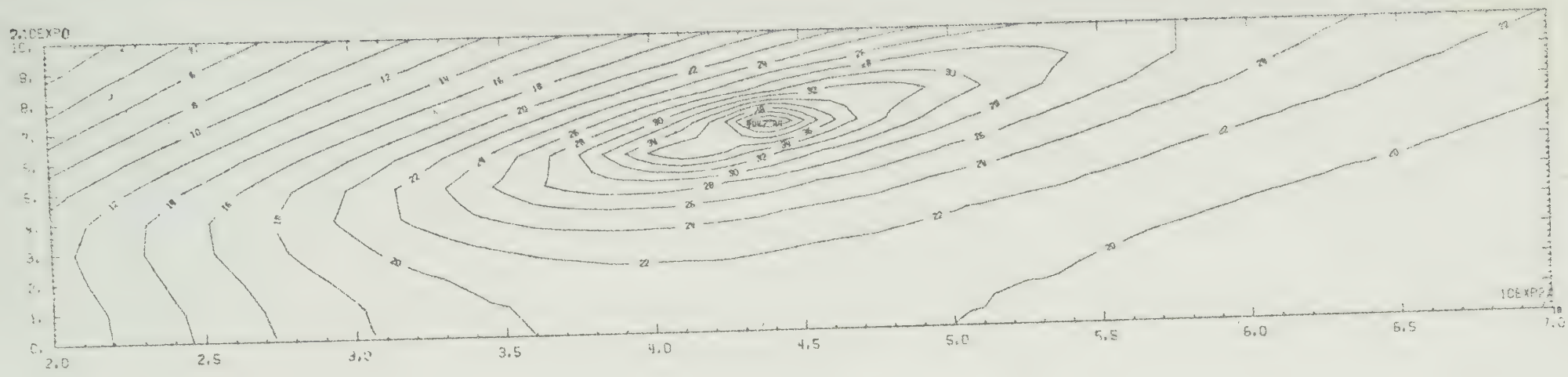




- Fig. 5.8 -

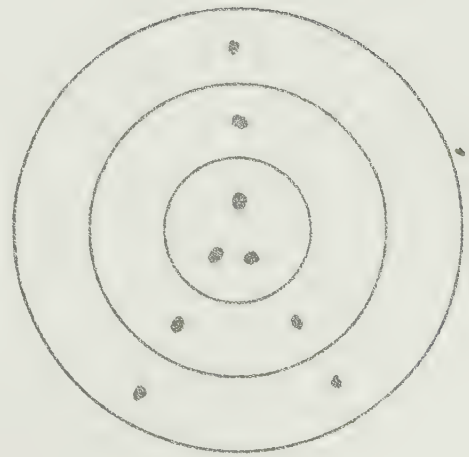
12 sources

N = 4 M = 3

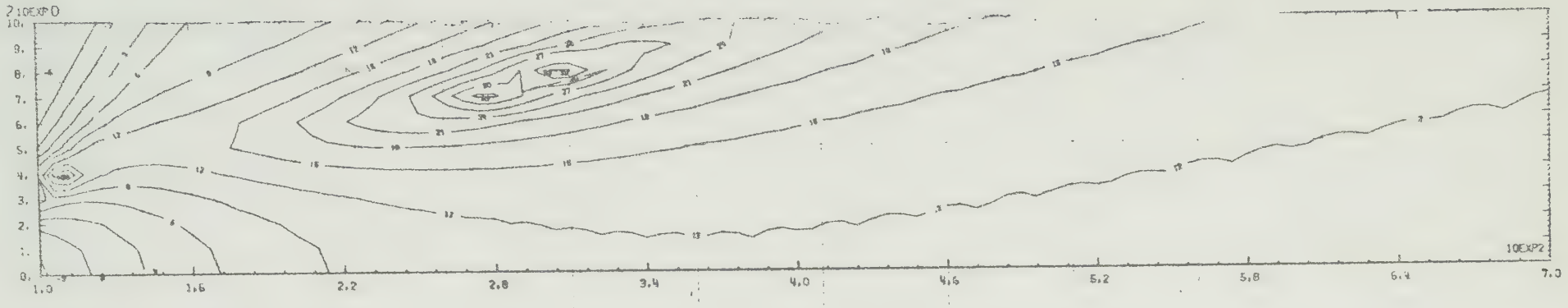


9 sources

N = 3 M = 3



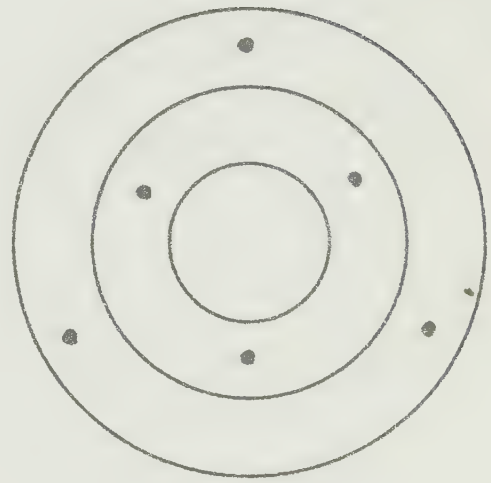
- Fig. 5.9 -



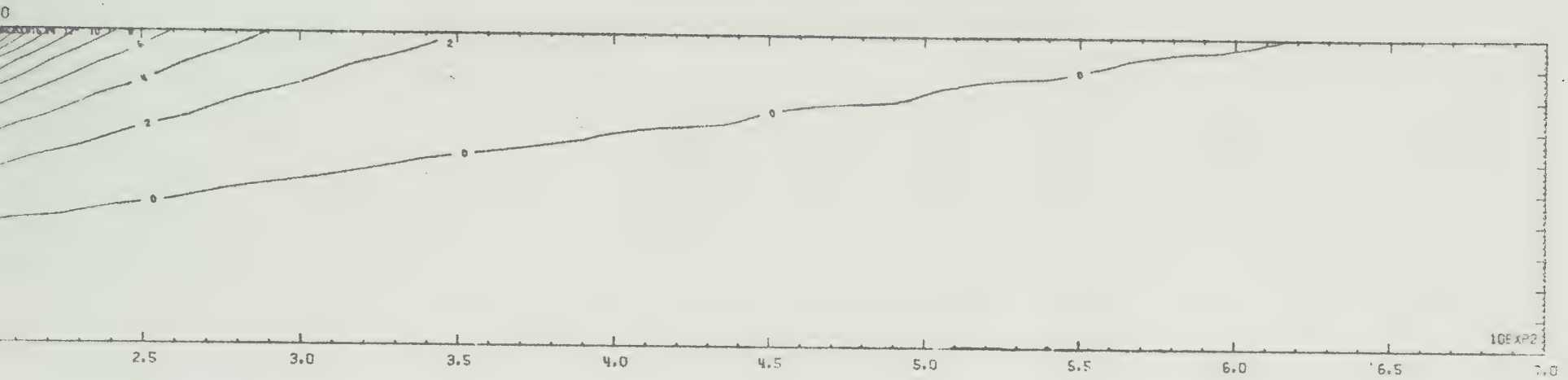
6 sources

N = 2

M = 3

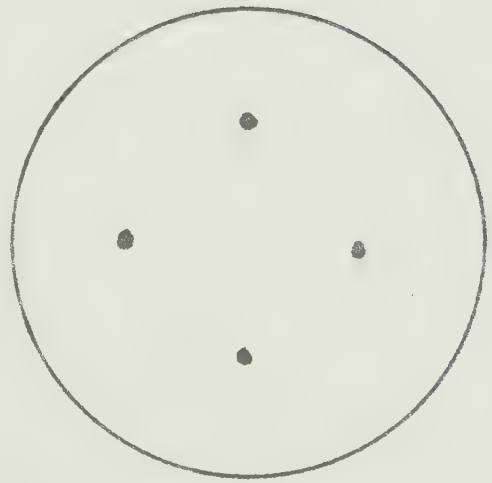


- Fig.5.10 -



- Fig. 5.11 -

4 Sources
N = 1
M = 4



5.3.2.- Variations de l'atténuation en fonction de la fréquence.-

La première zone de Fresnel étant choisie pour un point M et une fréquence donnée f_0, on fait varier la fréquence du rayonnement primaire. Les figures (5.12), (5.13) et (5.14) représentent les courbes d'égale atténuation pour les fréquences 141, 160, 178, 200, 224, 250 et 281 Hz, en conservant les dimensions de la première zone de Fresnel pour la fréquence f_0 = 200 Hz. Ces valeurs ont été choisies parce qu'elles correspondent aux bornes et aux fréquences centrales des tiers d'octave 160 Hz, 200 Hz et 250 Hz. On constate la persistance d'atténuations notables autour du point M mais inférieures à celles obtenues pour la fréquence f_0, ce qui était prévisible.

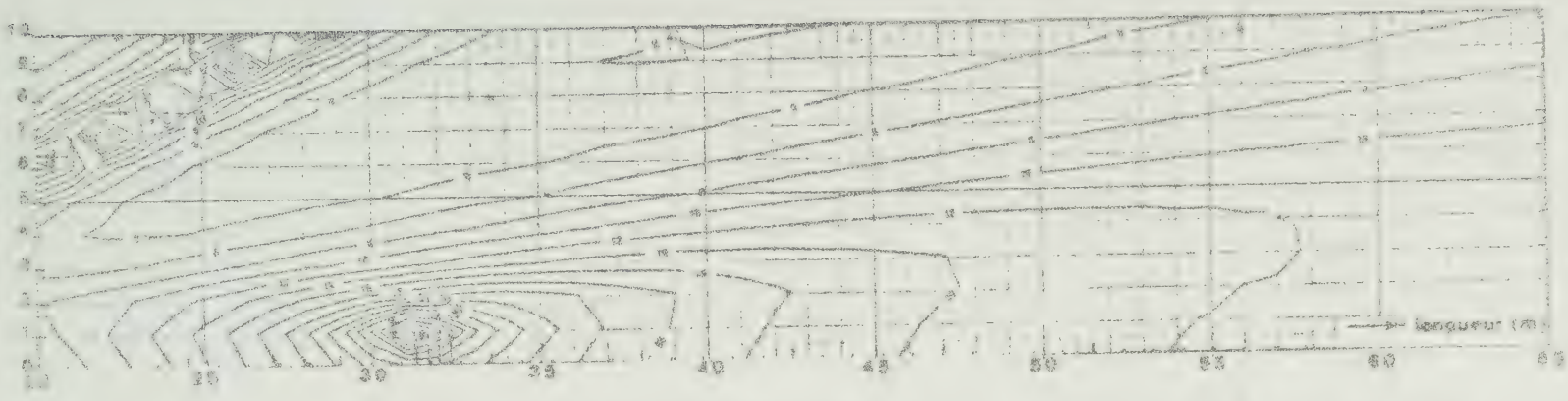
Nous avons vu, au chapitre 2, que dans le cas où le rayonnement primaire se composait de N raies de même intensité sonore, le coefficient d'affaiblissement était donné par :

$$\Delta L = -10 \log N + 10 \log \sum_{M=1}^{N} 10^{\frac{\Delta L_M}{10}} \qquad (5.22)$$

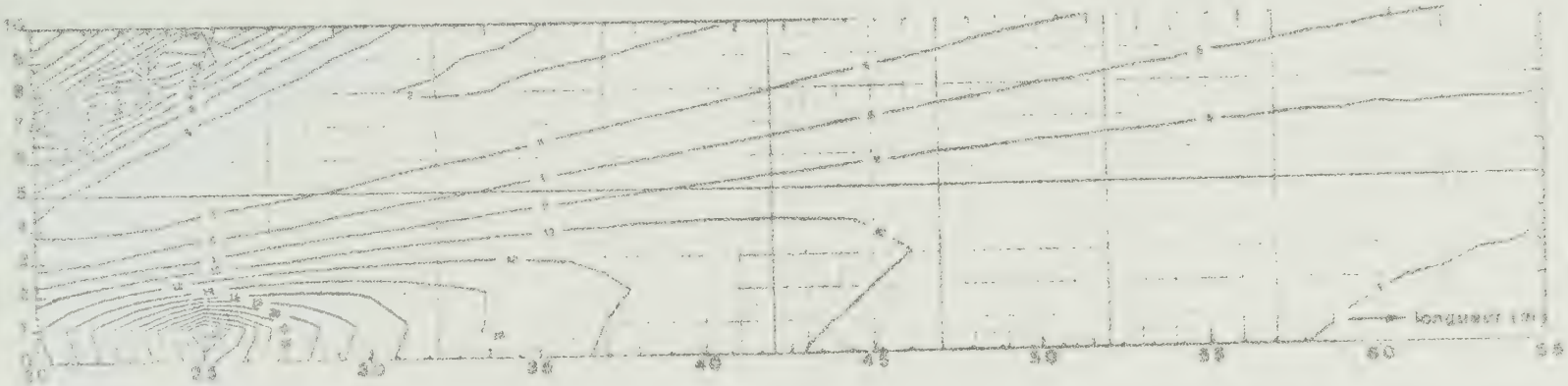
En appliquant ce résultat aux tiers d'octave 160 Hz, 200 Hz et 250 Hz, on a pu tracer les courbes d'égal affaiblissement dans le plan xOz, la zone de Fresnel étant toujours calculée pour la fréquence 200 Hz et le point M. Les résultats sont représentés par la figure 5.15. Ils montrent qu'un dispositif d'absorption acoustique active basé sur les zones de Fresnel permet de passer une largeur de bande notable autour de la fréquence centrale f_0.

TIERS D'OCTAVE 160 Hz

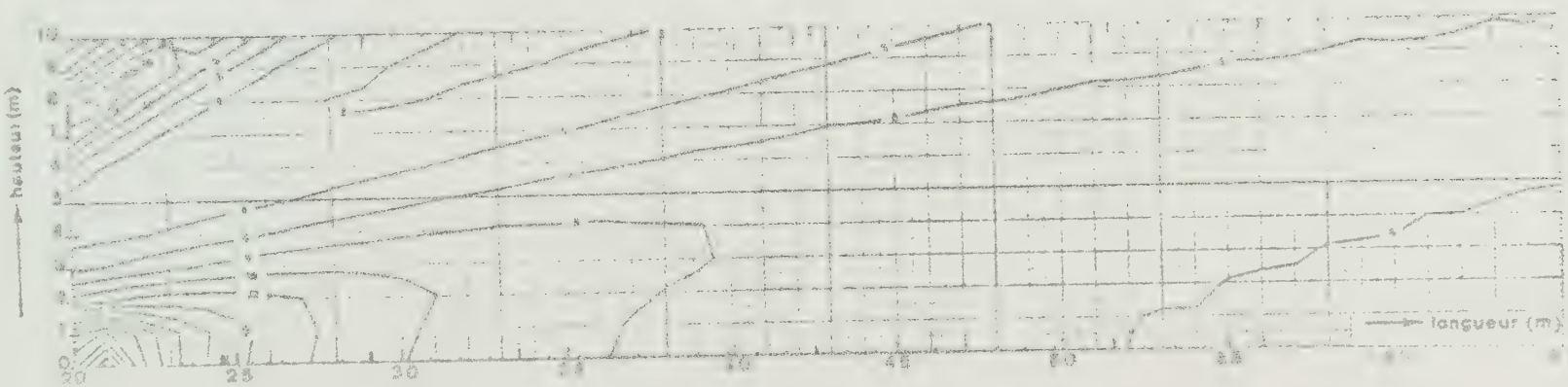
ISOΔL dans le plan de symétrie vertical du système



F = 178 Hz



F = 160 Hz



F = 141 Hz

a = 10 m
d = 50 m
N = 2
M = 4

TIERS D'OCTAVE 200 Hz

ISOΔL dans le plan de symétrie vertical du système

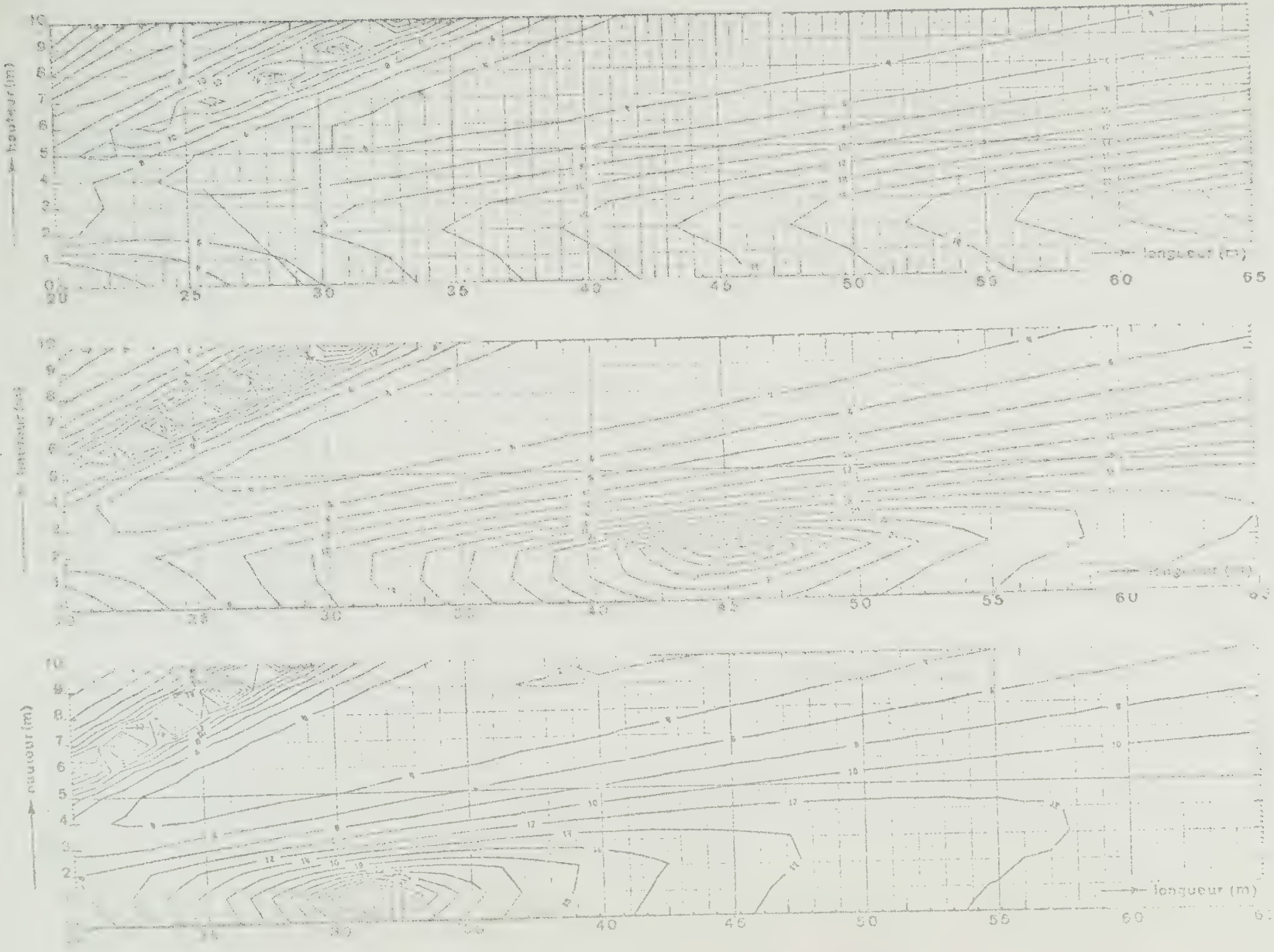


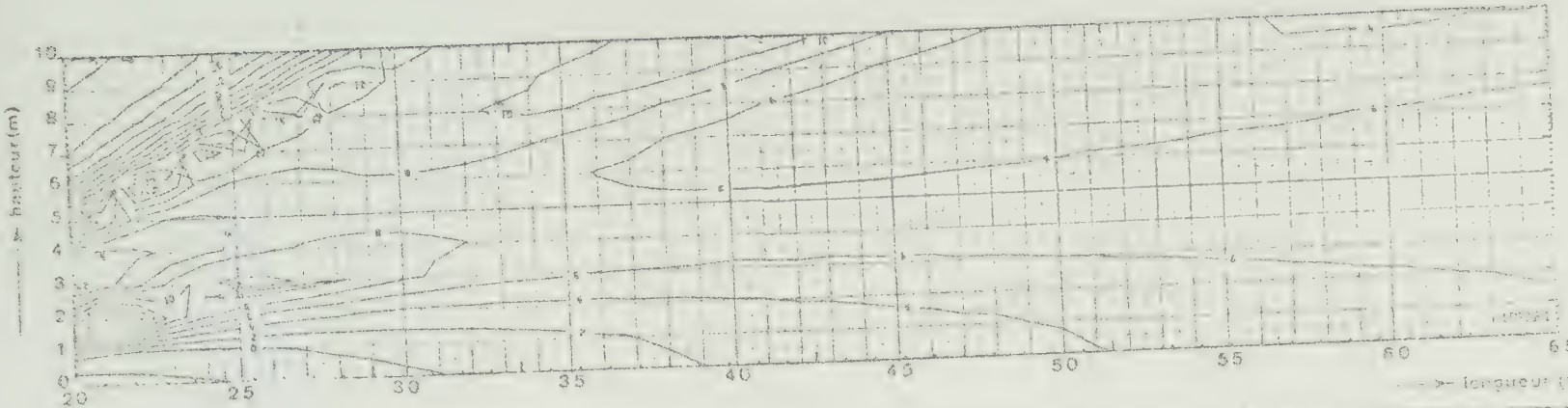
Fig. III.3

TIERS D'OCTAVE 250 Hz

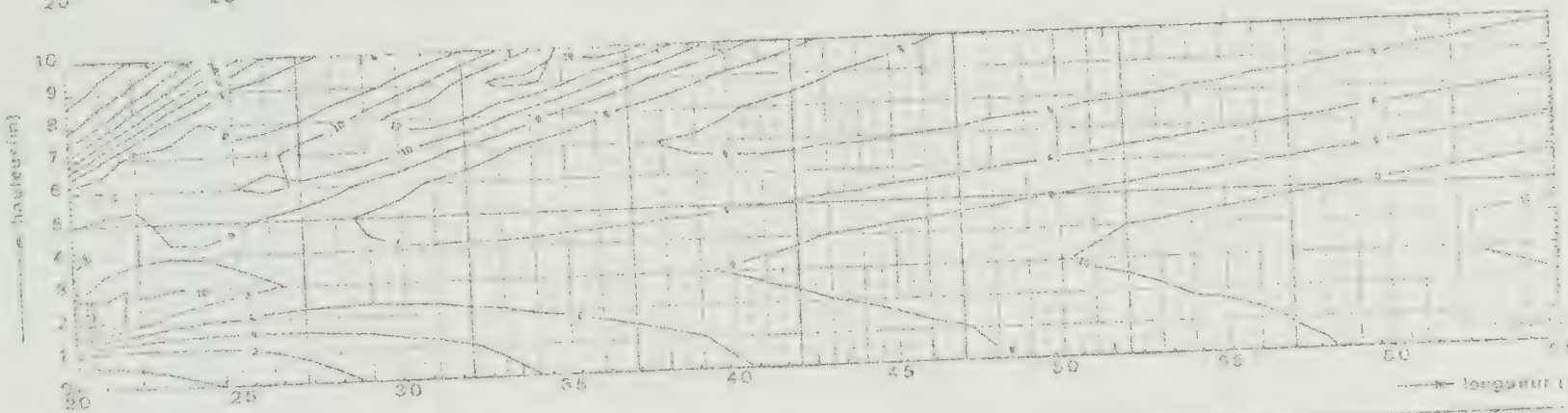
ISOΔL dans le plan de symétrie vertical du système

a = 10 m
d = 50 m
N = 3
M = 4

F = 281 Hz



F = 250 Hz



F = 224 Hz

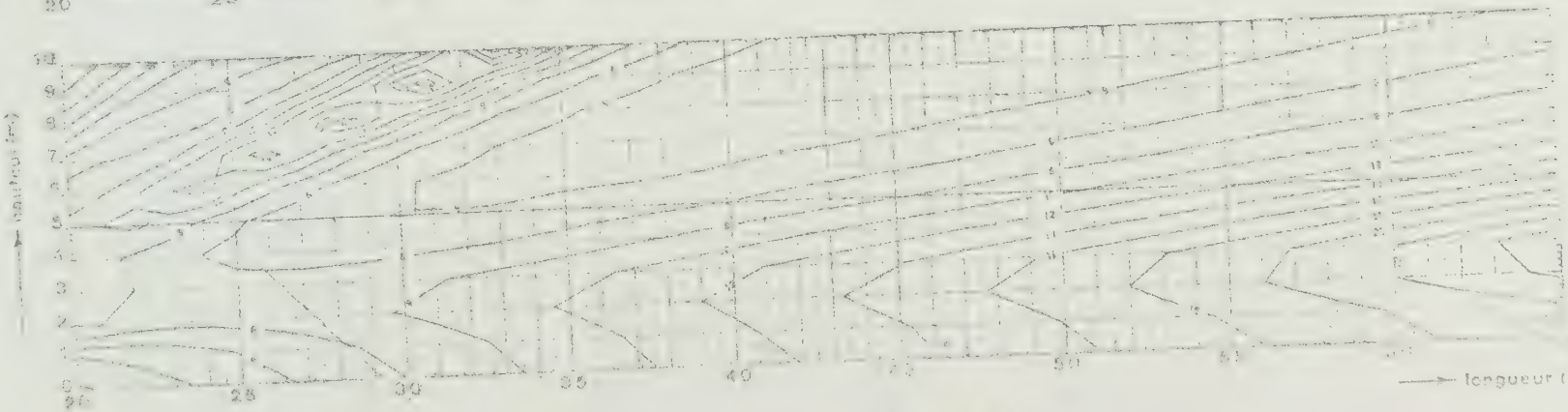
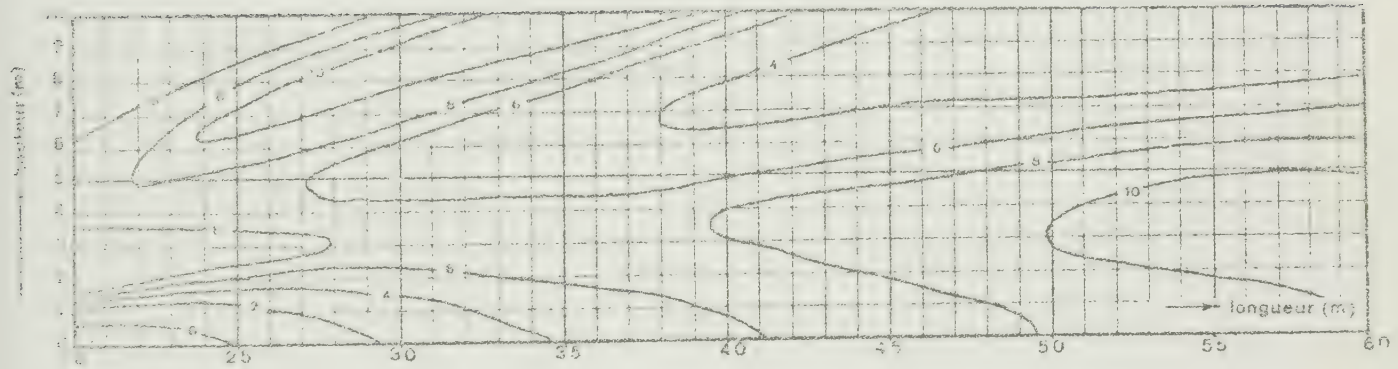


Fig. 5.14

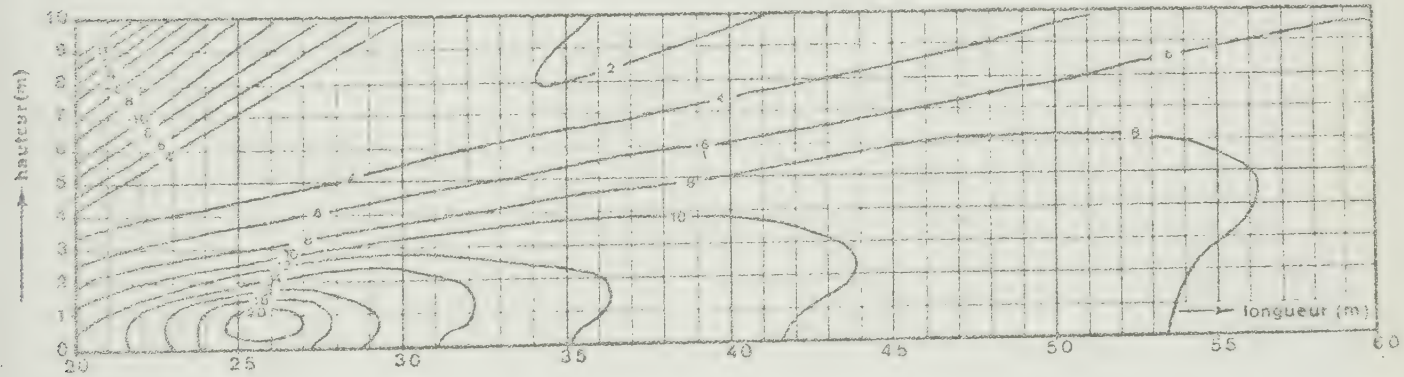
ISOΔL dans le plan de symétrie vertical du système

a = 10 m
d = 50 m
N = 3
M = 4

TIERS D'OCTAVE 250 Hz



TIERS D'OCTAVE 160 Hz



TIERS D'OCTAVE 200 Hz

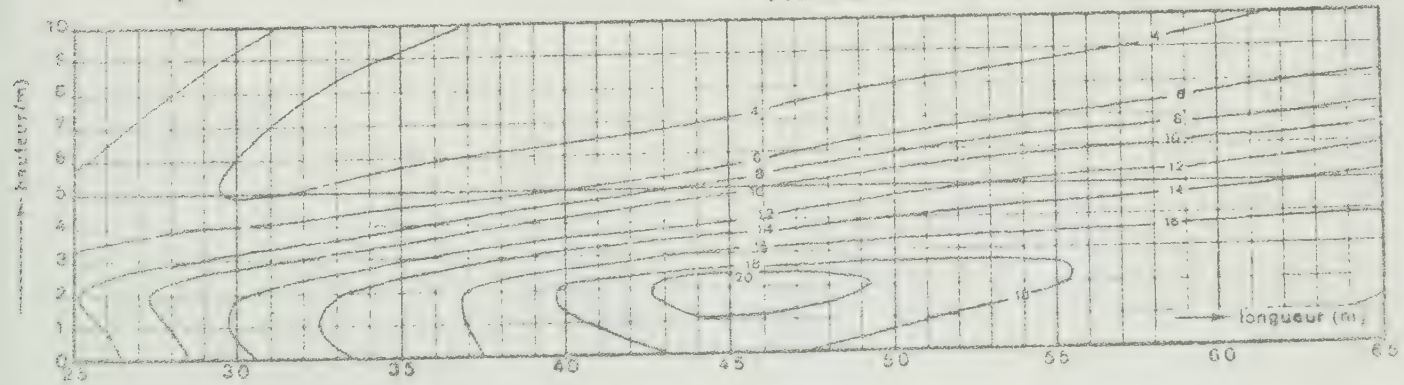


Fig.5.15

5.4.- Conclusions.-

Dans le domaine des basses fréquences, et pour des bruits à faible largeur de bande, on peut espérer protéger, grâce à des sources disposées sur la première zone de Fresnel, le voisinage d'un point M. Par rapport à l'utilisation stricte du Principe de Huygens, ce procédé présente l'avantage d'utiliser moins de sources secondaires. Malheureusement, en dehors du voisinage de M, les interférences entre son primaire et son secondaire peuvent être constructives, renforçant ainsi le niveau sonore, ce qui limite peut-être les applications pratiques d'un tel dispositif.

x
x x
x

CHAPITRE 6

APPLICATION DU SEMI-PRINCIPE DE HUYGENS AUX ABSORBEURS ACOUSTIQUES ACTIFS

6.- APPLICATION DU SEMI-PRINCIPE DE HUYGENS AUX ABSORBEURS ACOUSTIQUES ACTIFS

6.1.- Généralités.-

Les sources de Huygens ont un rayonnement unidirectionnel, imposé par la seconde condition de Croze et Darmois. Cette propriété, essentielle lorsqu'il s'agit d'expliquer la propagation de proche en proche d'une onde, n'est pas absolument indispensable vis à vis de l'absorption acoustique active. Dans ce cas elle se traduit par un niveau sonore inchangé hors du domaine protégé, condition souhaitable mais non indispensable. On peut très bien envisager, en effet, lorsque la surface Σ entoure complétement l'espace source, que le niveau sonore soit renforcé dans Ω, sans inconvénient majeur.

Ces considérations nous ont amené à utiliser pour la résolution du problème des absorbeurs acoustiques actifs une solution différente de celles étudiées jusqu'ici, et basée sur le "semi-principe de Huygens" ou "Principe de Huygens au sens faible", que nous allons énoncer maintenant.

6.2.- Le semi-Principe de Huygens.-

Nous énoncerons cette proposition de la façon suivante :

"Etant donné un domaine Ω, complétement séparé d'un espace source v par une surface Σ, il est possible de remplacer les sources de v par des sources réparties sur Σ de façon :

a) que le champ acoustique ϕ^{SH} rayonné par les sources secondaires dans Ω soit égal en tout point du domaine au champ primitif ϕ_0 ;

b) qu'il satisfasse à la même équation que ϕ_0. "

La théorie des potentiels de couches {54},{55},{56}, permet d'exprimer mathématiquement ce semi-Principe. Elle indique en effet que pour un son pur, il est possible d'écrire ϕ^{SH} grâce à un potentiel de couche

d'ordre quelconque. En choisissant une simple couche, il vient :

$$\phi_\omega^{SH} = \mu * G_\omega \tag{6.1}$$

où μ est la densité de sources (ici des sources simples) sur Σ et G_ω la fonction de Green pour la fréquence angulaire ω. Ce résultat s'étend à un son quelconque par transformation de Fourier :

$$\phi^{SH} = \mathcal{F}[\phi_\omega^{SH}] \tag{6.2}$$

Effectuons le calcul dans le cas d'une surface sphérique Σ entourant une source simple disposée en son centre, de rayonnement :

$$G_{0k}(M) = \frac{e^{-ikd}}{d} \tag{6.3}$$

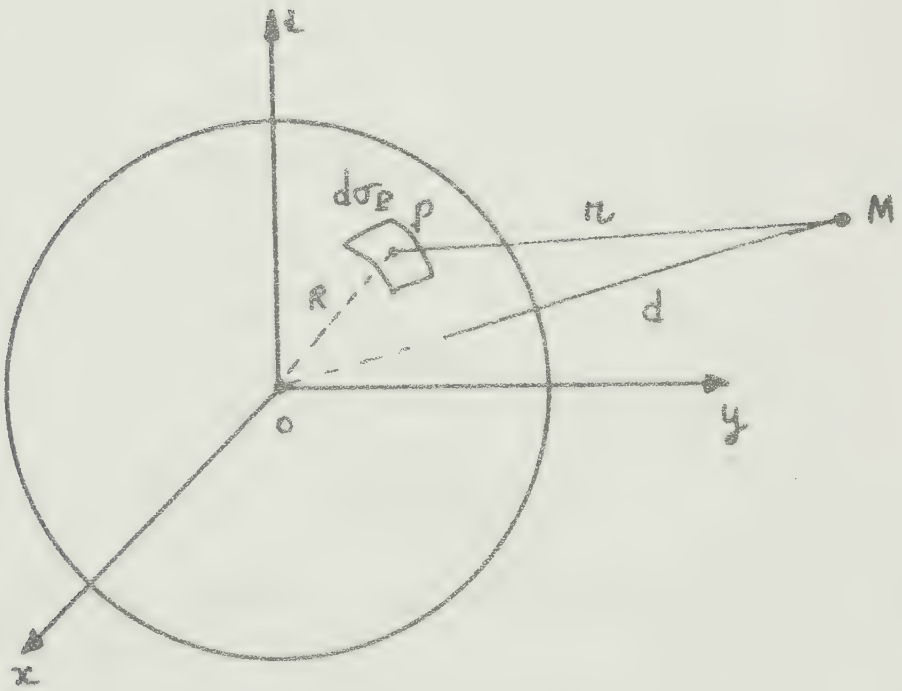


Fig.6.1.- Semi-Principe de Huygens pour une surface sphérique.

On cherche à exprimer le rayonnement des sources secondaires à l'aide d'une simple couche, soit :

$$\phi^{SH}(M) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma} \mu(P)\, G(M|P)\, d\sigma_P \tag{6.4}$$

Pour cela, on calcule d'abord l'intégrale :

$$I(M) = \int_{\Sigma} \frac{e^{-ikr}}{r}\, d\sigma_P \tag{6.5}$$

On trouve :

$$I^{+}(M) = \frac{4\pi R \sin(kR)}{k} \cdot e^{-\frac{ikd}{d}} \tag{6.6}$$

pour un point M extérieur à la sphère, et :

$$I^{-}(M) = \frac{4\pi R\, e^{-ikR}}{k} \cdot \frac{\sin(kd)}{d} \tag{6.7}$$

pour un point intérieur.

On en déduit que la densité $\mu(P)$ peut s'écrire :

$$\mu(P) = \frac{k}{R \sin(kR)} \tag{6.8}$$

pour le problème extérieur, à condition que R ne soit pas un multiple entier de la demi longueur d'onde.

Le rayonnement des sources absorbantes est égal et opposé à celui des sources de Huygens. Dans le domaine Ω, il a pour expression :

$$\phi^{A+}(M) = -\int_{\Sigma} \mu(P)\, G(M|P)\, d\sigma_P \tag{6.9}$$

c'est-à-dire que chaque élément de surface $d\sigma_p$ devra porter une source simple (monopôle), d'amplitude :

$$-\frac{2\pi\, d\sigma_p}{\lambda R \sin(2\pi \frac{R}{\lambda})}$$

La figure (6.2) montre comment chaque source élémentaire contribue à reconstituer le rayonnement primaire.

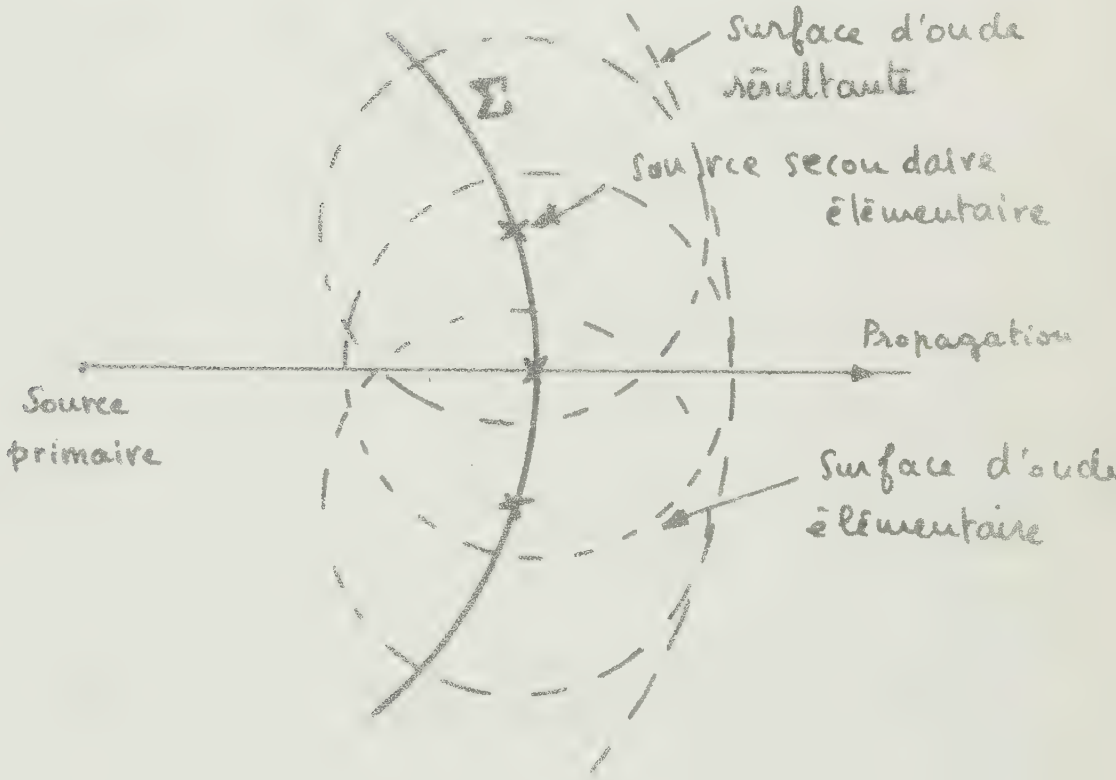


Fig.6.2.- Rayonnement des sources simples.-

A l'intérieur de la sphère, le rayonnement des sources secondaires a pour expression :

$$\phi^{R-}(M) = -\frac{e^{-2i\pi\frac{R}{\lambda}}}{d}\cdot\frac{\sin(2\pi\frac{d}{\lambda})}{\sin(2\pi\frac{R}{\lambda})} \qquad (6.10)$$

soit :

$$\phi^{R-}(M,t) = -\frac{\sin 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{R}{\lambda})}{d}\cdot\frac{\sin(2\pi\frac{d}{\lambda})}{\sin(2\pi\frac{R}{\lambda})} \qquad (6.11)$$

Sa composition avec le rayonnement incident s'écrit :

$$\phi^{-}(M,t) = \phi_0(M,t) + \phi^{R-}(M,t) \qquad (6.12)$$

et, en développant :

$$\phi^{-}(M,t) = \frac{\sin(2\pi\frac{t}{T})}{d}\cdot\frac{\sin(2\pi\frac{R-d}{\lambda})}{\sin(2\pi\frac{R}{\lambda})} \qquad (6.13)$$

Un potentiel de simple couche étant continu à la traversée de la surface Σ, on a :

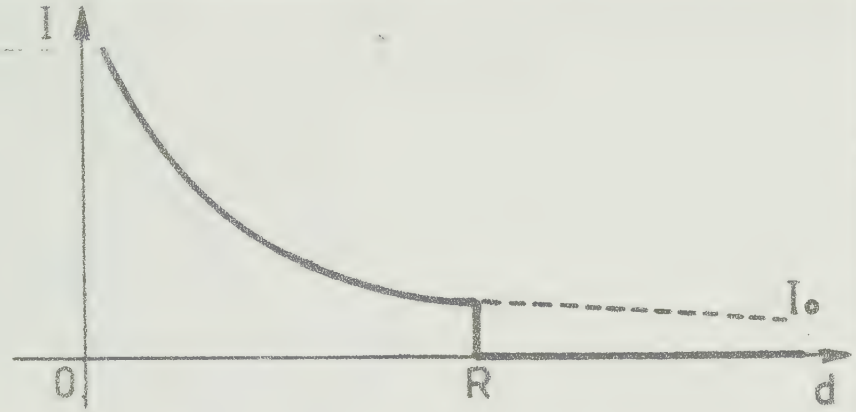
$$\lim_{M\to M_0}\phi^{+}(M,t) = \lim_{M\to M_0}\phi^{-}(M,t) = 0 \quad , \forall M_0\in\Sigma \qquad (6.14)$$

La figure (6.3) compare les résultats obtenus en utilisant le Principe de Huygens au sens strict et le Principe de Huygens au sens [illegible]. On constate, dans la zone non protégée, des renforcements du niveau sonore initial qui ont pour expression :

$$\delta L_M = -20\log\left|\sin(2\pi\frac{R}{\lambda})\right| \qquad (6.15)$$

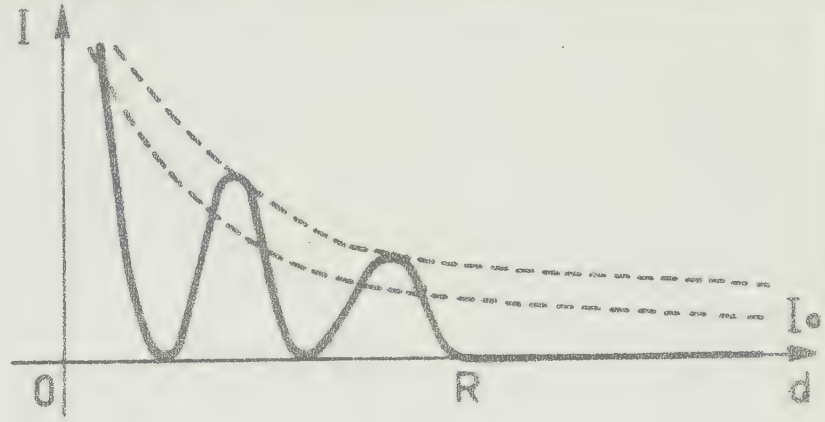
Remarque : $\left|\sin(2\pi\frac{R}{\lambda})\right|$ étant inférieure ou égale à 1, le signe moins dans l'expression (6.15) correspond effectivement à un renforcement.

PRINCIPE DE HUYGENS AU SENS STRICT



$$I_o = \frac{A}{d^2} \qquad I = h(d-R)\, I_o$$

PRINCIPE DE HUYGENS AU SENS FAIBLE



$$I_o = \frac{A}{d^2}$$

$$I^- = I_o \frac{\sin^2\left[2\pi \frac{R-d}{\lambda}\right]}{\sin^2\left[2\pi \frac{R}{\lambda}\right]}$$

$$I^+ = 0$$

Fig.6.3 - COMPARAISON DES DEUX PRINCIPES DE HUYGENS

6.3.- Approximation du Semi-Principe de Huygens.-

Afin de vérifier si la validité des résultats établis au paragraphe précédent subsistait apres discrétisation, nous avons, comme au § 4-2, divisé la sphère en éléments de surface $\Delta\sigma_m$ portant chacun une source simple

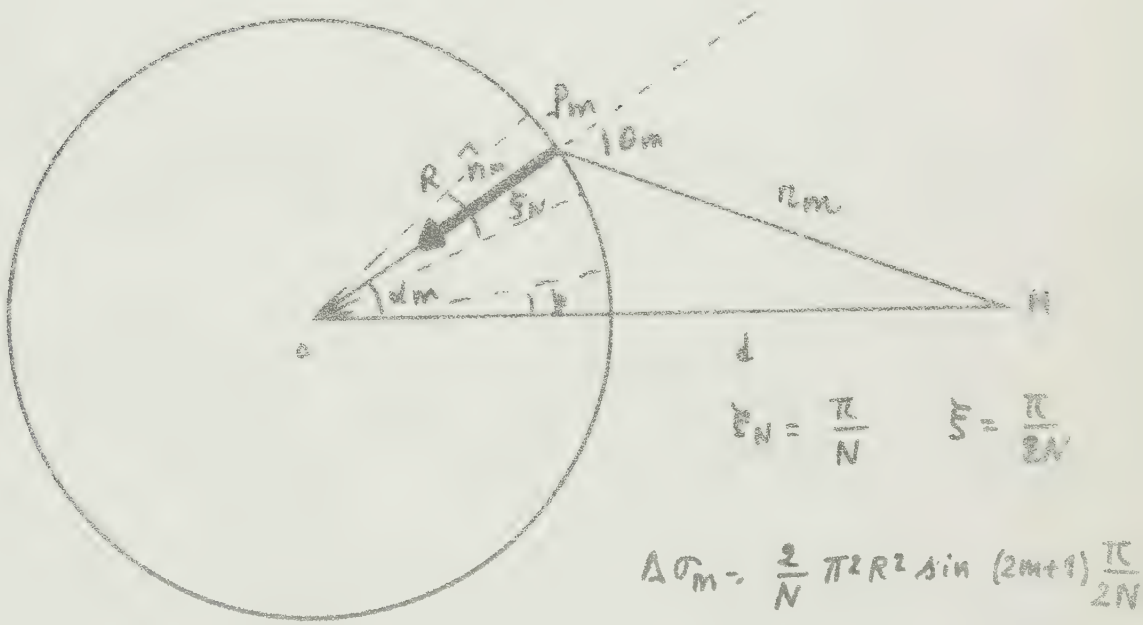


Fig.6.4.- Approximation du Semi-Principe de Huygens -

On place au centre une source simple rayonnant :

$$G_{0k}(M) = \frac{e^{-ikd}}{d} \tag{6.16}$$

Le rayonnement des sources secondaires s'écrit :

$$\tilde{\Phi}_{Nk}(M) = -\frac{4\pi^3 R}{\lambda \sin\left(2\pi\frac{R}{\lambda}\right)} \sum_{m=0}^{N-1} \frac{e^{-ikr_m}}{r_m} \sin(2m+1)\frac{\pi}{2N} \tag{6.17}$$

La composition de ces deux rayonnements a pour expression :

$$(6.18) \qquad \vec{\Phi}_h(M) = \frac{e^{-ikd}}{d} - \frac{4\pi 3R}{\lambda \sin(2\pi \frac{R}{\lambda})} \sum_{m=0}^{N-1} \frac{e^{-ikr_m}}{r_m} \cdot \sin(2m+1)\frac{\pi}{2N}$$

d'où le coefficient d'affaiblissement :

$$(6.19) \qquad \Delta L = 10 \log \left\{ 1 + \frac{16\pi^2 R^2 d^2}{\lambda^2 \sin^2(2\pi \frac{R}{\lambda})} \cdots \right.$$

$$\sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\cos 2\pi \frac{R}{\lambda}(r_m - r_n)}{r_m r_n} \cdot \sin(2m+1)\frac{\pi}{2N} \sin(2n+1)\frac{\pi}{2N} \cdots$$

$$\left. - \frac{8\pi^2 R d}{\lambda \sin(2\pi \frac{R}{\lambda})} \sum_{m=0}^{N-1} \cos \frac{2\pi}{\lambda}(r_m - d) \sin(2m+1)\frac{\pi}{2N} \right.$$

Les figures 6.5 et 6.6 représentent les variations de ΔL en fonction de N et d pour différentes valeurs du rayon R de la sphère et de la fréquence f du rayonnement incident. On constate qu'à l'extérieur de la sphère, les résultats sont comparables à ceux obtenus pour les sources de Huygens.

6.4.- Sources simples aux sommets d'un icosaèdre.-

Comme au chapitre 4, nous avons étudié la répartition de sources absorbantes (simples) disposées aux sommets d'un icosaèdre régulier et repérées par deux angles polaires :

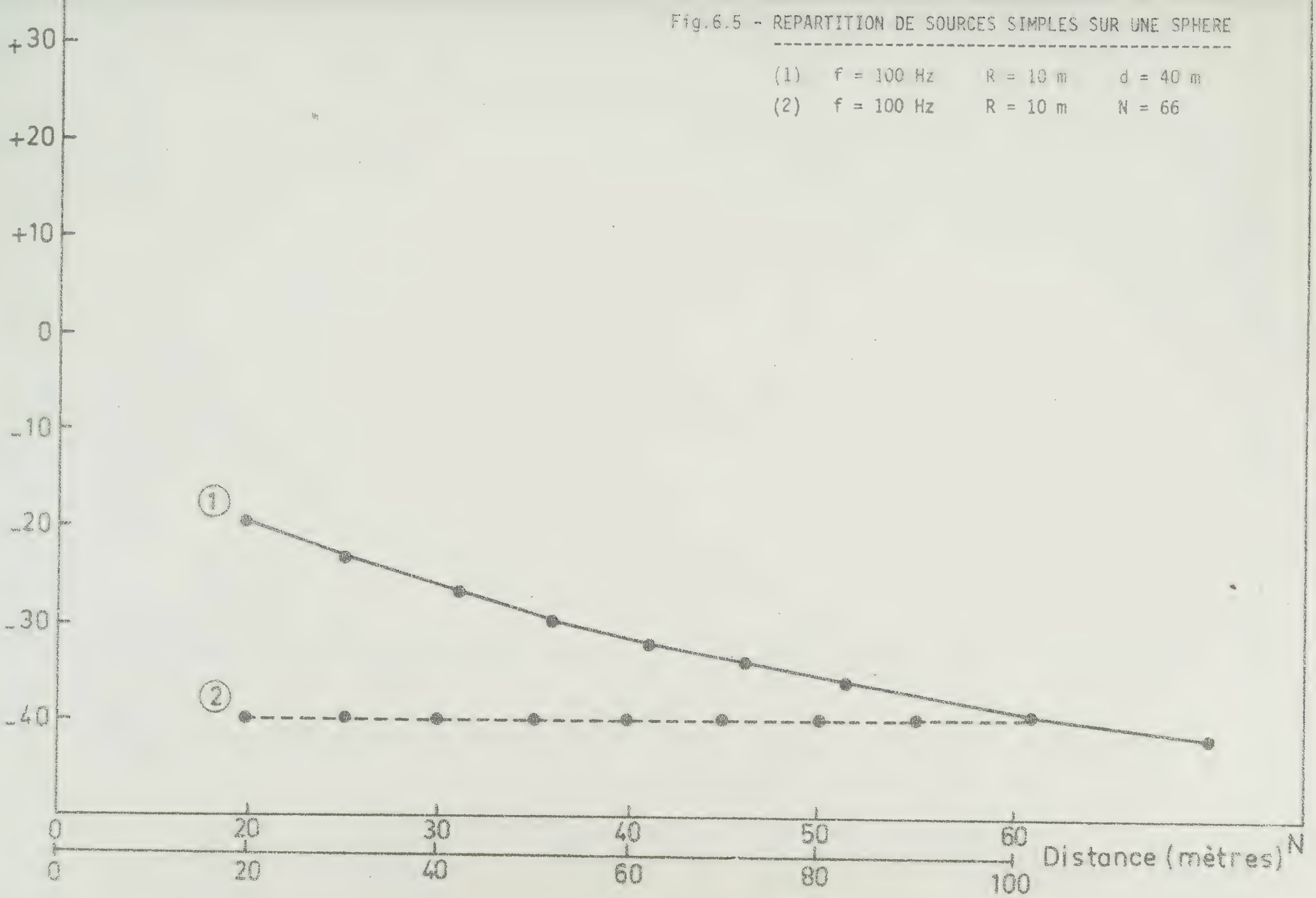
$$\alpha_m = (\vec{Oz}, \vec{OP_m}) \qquad \text{et :} \qquad \beta_m = (\vec{Ox}, \vec{OQ_m})$$

Q_m désignant la projection orthogonale de P_m dans le plan xOy.

Fig.6.5 - REPARTITION DE SOURCES SIMPLES SUR UNE SPHERE

(1) f = 100 Hz R = 10 m d = 40 m

(2) f = 100 Hz R = 10 m N = 66



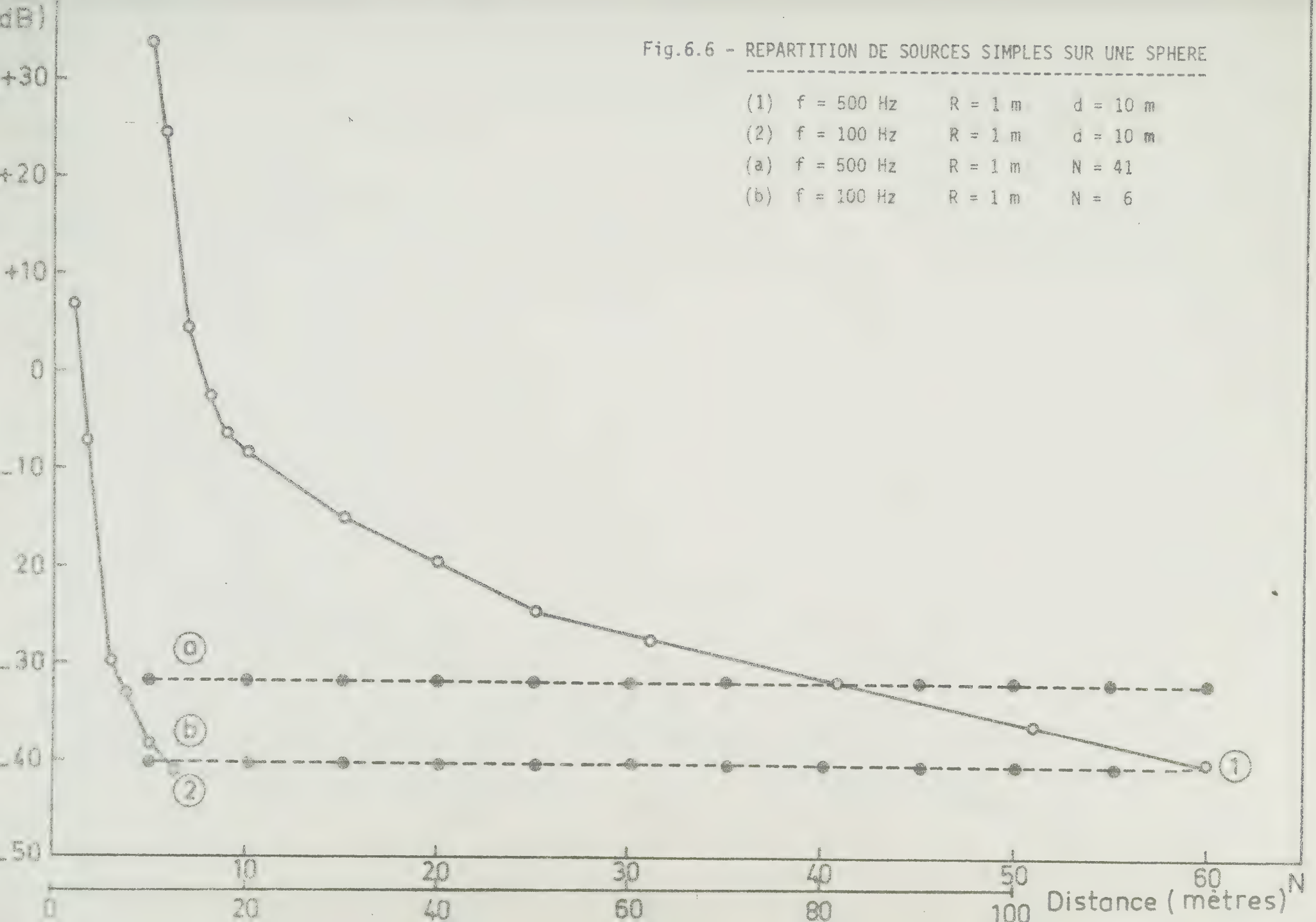
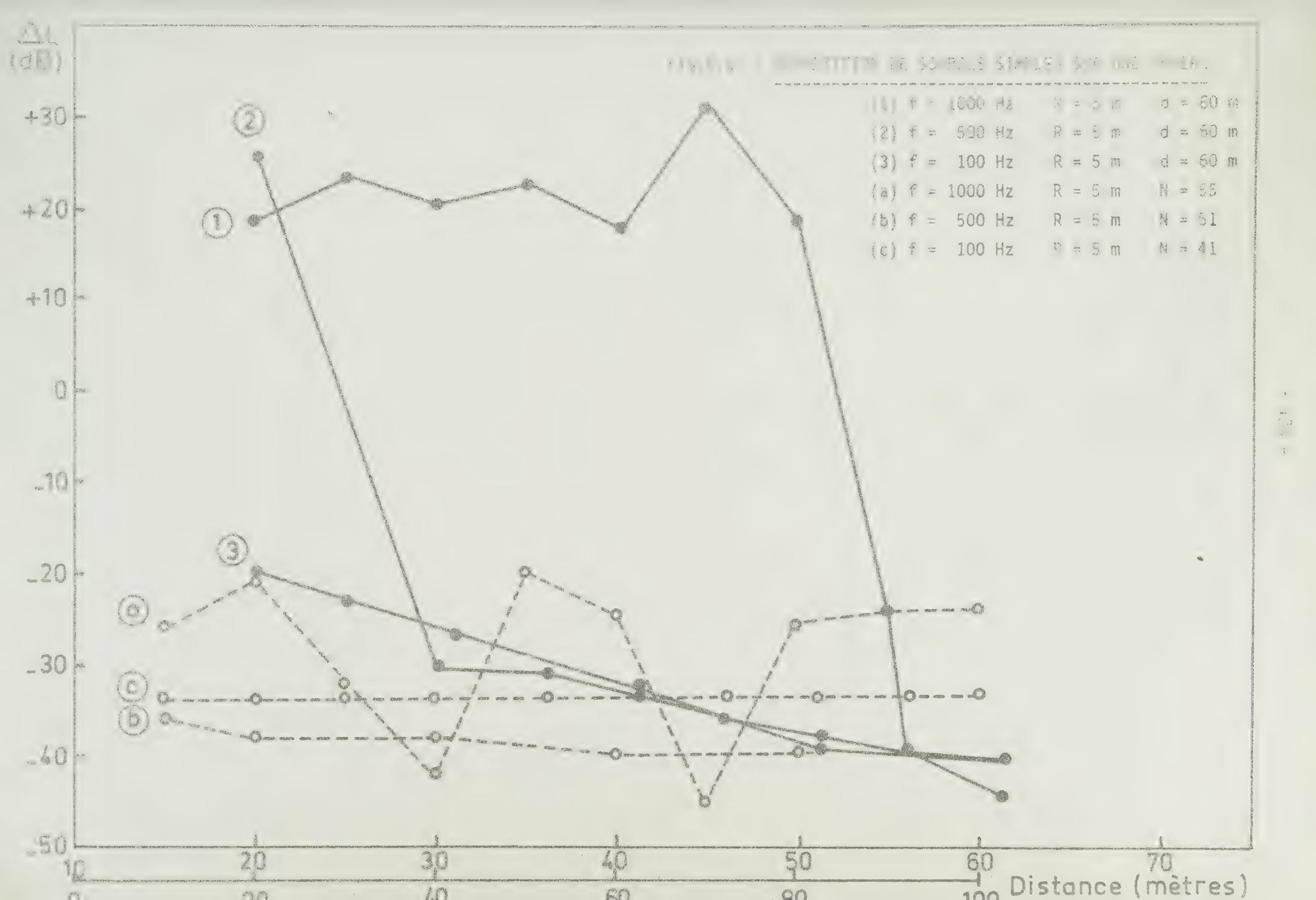


Fig.6.6 - REPARTITION DE SOURCES SIMPLES SUR UNE SPHERE

(1)	f = 500 Hz	R = 1 m	d = 10 m
(2)	f = 100 Hz	R = 1 m	d = 10 m
(a)	f = 500 Hz	R = 1 m	N = 41
(b)	f = 100 Hz	R = 1 m	N = 6


ΔL (dB)
+30
+20
+10
0
-10
-20
-30
-40
-50
10
20
30
40
50
60
70
Distance (mètres)
(1) f = 1000 Hz R = 5 m d = 60 m
(2) f = 500 Hz R = 5 m d = 60 m
(3) f = 100 Hz R = 5 m d = 60 m
(a) f = 1000 Hz R = 5 m N = 55
(b) f = 500 Hz R = 5 m N = 51
(c) f = 100 Hz R = 5 m N = 41

6.4.1.- Etude du champ des sources secondaires.-

Leur rayonnement est de la forme :

$$\widetilde{G}_{NR} = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^{N} \frac{e^{-ikr_m}}{r_m} \qquad \text{avec} \quad N = 12 \tag{6.20}$$

Si le point M est suffisamment loin des sources, on peut écrire :

$$\frac{1}{r_m} \approx \frac{1}{d} \left(1 + \frac{R}{d} \cos \xi_m\right) \tag{6.21}$$

d'où :

$$\widetilde{G}_{NR} = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^{N} \frac{e^{-ikd}}{d} \left(1 + \frac{R}{d} \cos \xi_m\right) e^{ikR \cos \xi_m} \tag{6.22}$$

Soit :

$$\widetilde{G}_{NR} = \frac{G_{0R}}{N} \sum_{m=1}^{N} \left(1 + \frac{R}{d} \cos \xi_m\right) e^{ikR \cos \xi_m} \tag{6.23}$$

et, en module :

$$\left| \frac{\widetilde{G}_{NR}}{G_{0R}} \right|^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{m=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} \left(1 + \frac{R}{d} \cos \xi_m\right) \left(1 + \frac{R}{d} \cos \xi_n\right) \cdots \tag{6.24}$$

$$\cdot\, e^{ikR(\cos \xi_m - \cos \xi_n)}$$

c'est-à-dire :

$$\left| \frac{\widetilde{G}_{NR}}{G_{0R}} \right|^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{m=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} \left(1 + \varepsilon \frac{R}{d} \cos \xi_m\right) \cdots \tag{6.25}$$

$$\cdot\, \cos \left[2\pi \frac{R}{\lambda} (\cos \xi_m - \cos \xi_n)\right]$$

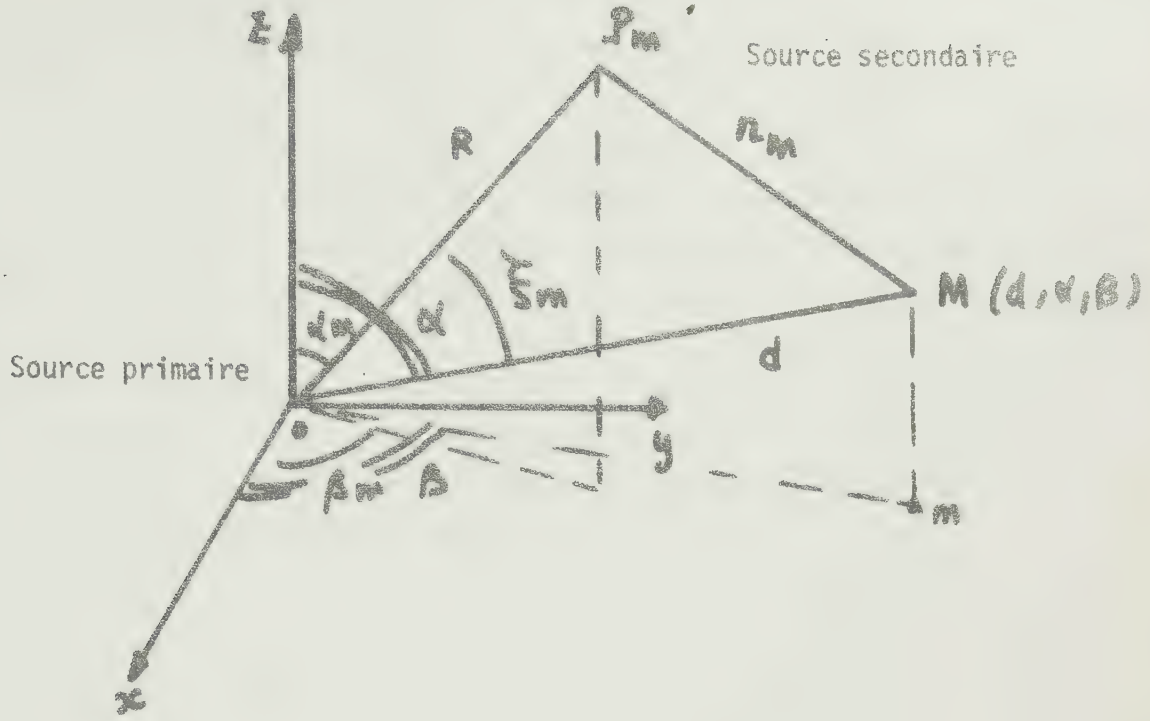


Fig.6.7.- Sources simples sur un icosaèdre -

On en déduit que l'écart de niveau, en dB, entre le champ incident et le champ secondaire est :

$$\delta L = -20 \log N + 10 \log \left\{ \sum_{m=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} \left(1 + 2\frac{R}{d}\cos\xi_m\right) \cos\left[2\pi \frac{R}{\lambda}(\cos\xi_m - \cos\xi_n\right] \right. \quad (6.26)$$

avec :

$$\cos\xi_m = \sin\alpha_m \cos\beta_m \cos\alpha \sin\beta + \sin\alpha_m \sin\beta_m \sin\alpha \sin\beta \ldots$$

$$+ \cos\alpha_m \cos\alpha \quad (6.27)$$

De même, l'écart de phase $\delta\psi$ entre les champs primaires et secondaires est :

$$\delta\psi = \mathrm{Arc\,tg} \left\{ \frac{\sum_{m=1}^{N} \left(1 + \frac{R}{d}\cos\xi_m\right) \sin\left[2\pi \frac{R}{\lambda}\cos\xi_m\right]}{\sum_{m=1}^{N} \left(1 + \frac{R}{d}\cos\xi_m\right) \cos\left[2\pi \frac{R}{\lambda}\cos\xi_m\right]} \right\} \quad (6.28)$$

Les variations de δL et $\delta\varphi$ en fonction de $\frac{R}{\alpha}$ et $\frac{R}{\lambda}$ ont été étudiées sur ordinateur et sont représentées par les figures 6.8 à 6.12.

6.4.1.1.- Influence de la distance -

On a tracé, dans le plan xOz, les graphes $\delta L(d)$ et $\delta\varphi(d)$, la distance d étant mesurée sur l'axe Oz. Les observations du § 4.3 restent valables : la reproduction en amplitude du champ incident devient bonne lorsque la distance d augmente, tous les graphes $\delta L(d)$ possédant l'axe 0dB pour asymptote. Pour les courbes de phase, cette asymptote n'existe que pour les faibles valeurs du couple rayon-fréquence. Pour les valeurs élevées de ce dernier, $\delta\varphi$ varie beaucoup le long de l'axe, rendant ainsi impossible une bonne atténuation tout le long de Oz.

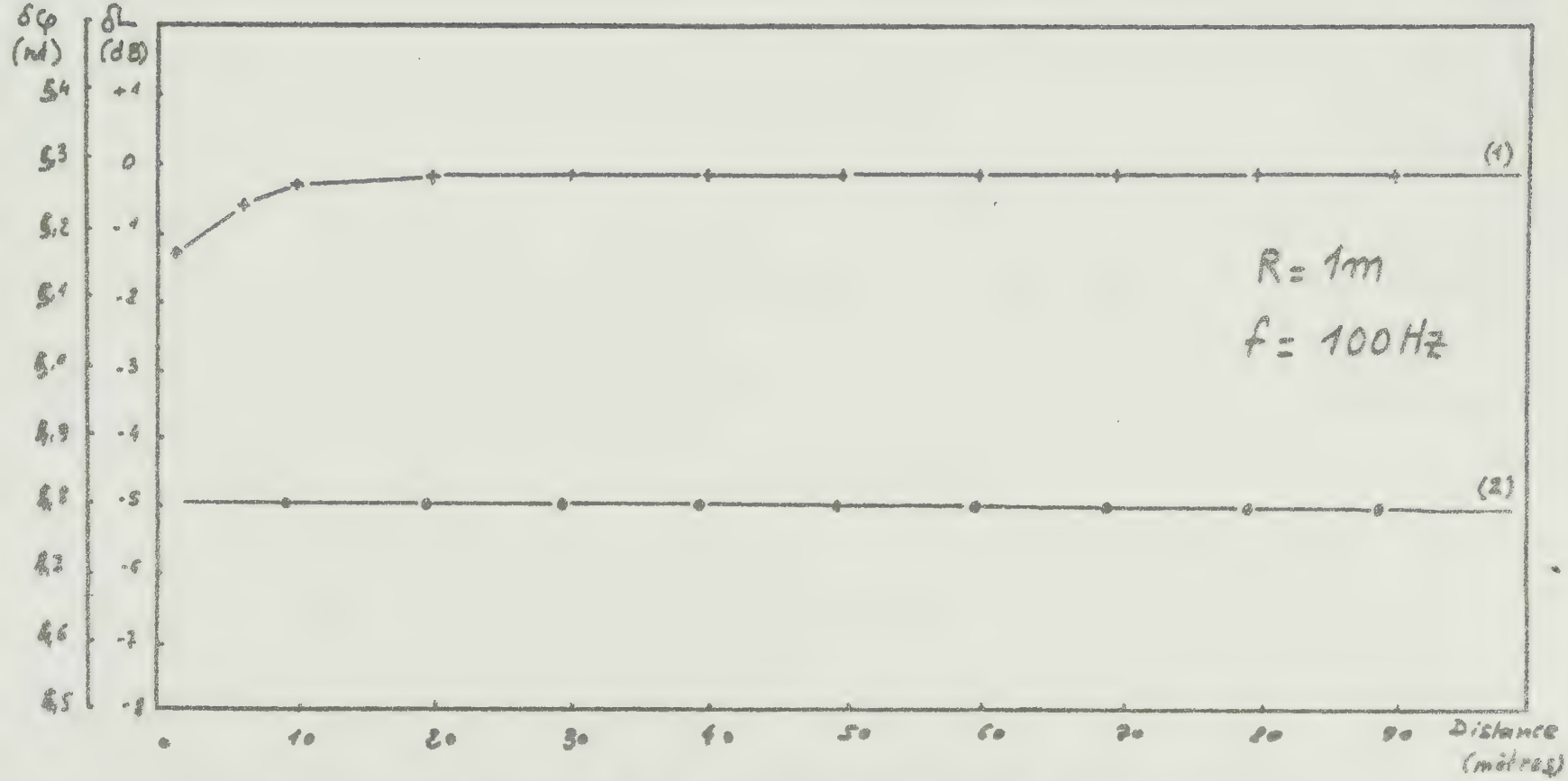


Fig.6.8.- SOURCES SIMPLES SUR UN ICOSAEDRE COMPAREES A UNE SOURCE SIMPLE

(1) Ecart de niveau (2) Ecart de phase

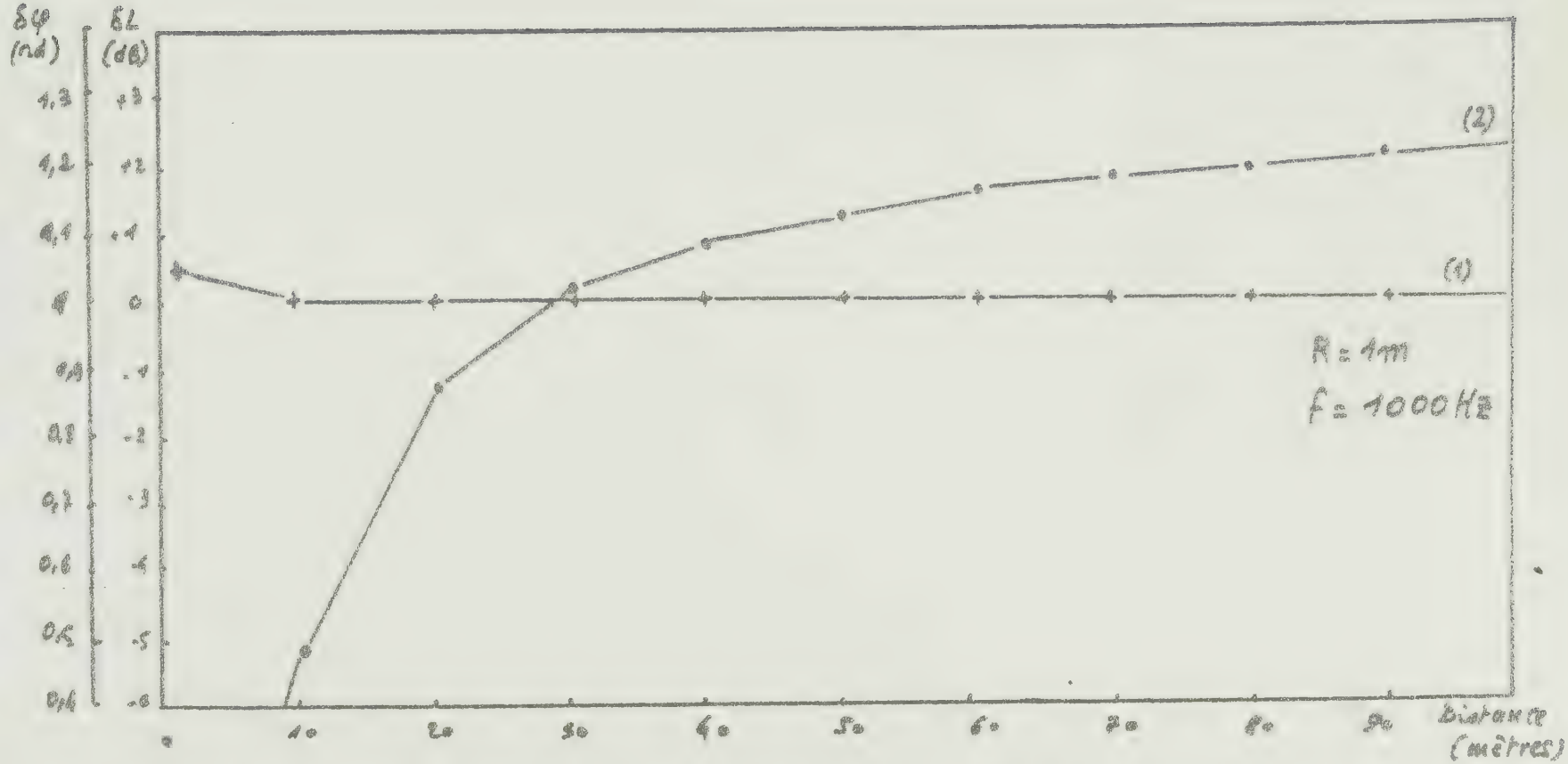


Fig.6.9.- SOURCES SIMPLES SUR UN ICOSAEDRE COMPAREES A UNE SOURCE SIMPLE

(1) Ecart de niveau (2) Ecart de phase

6.4.1.2.- Influence des angles polaires -

Les figures 6.10, 6.11 et 6.12 représentent les variations de δL et $\delta\varphi$ dans les plans xOz et xOy pour différentes valeurs du rapport $\frac{R}{\lambda}$. On voit que seules les faibles valeurs de ce dernier permettent une reconstitution satisfaisante du champ incident, ce qui limite considérablement les applications pratiques de la répartition icosaédrique des sources.

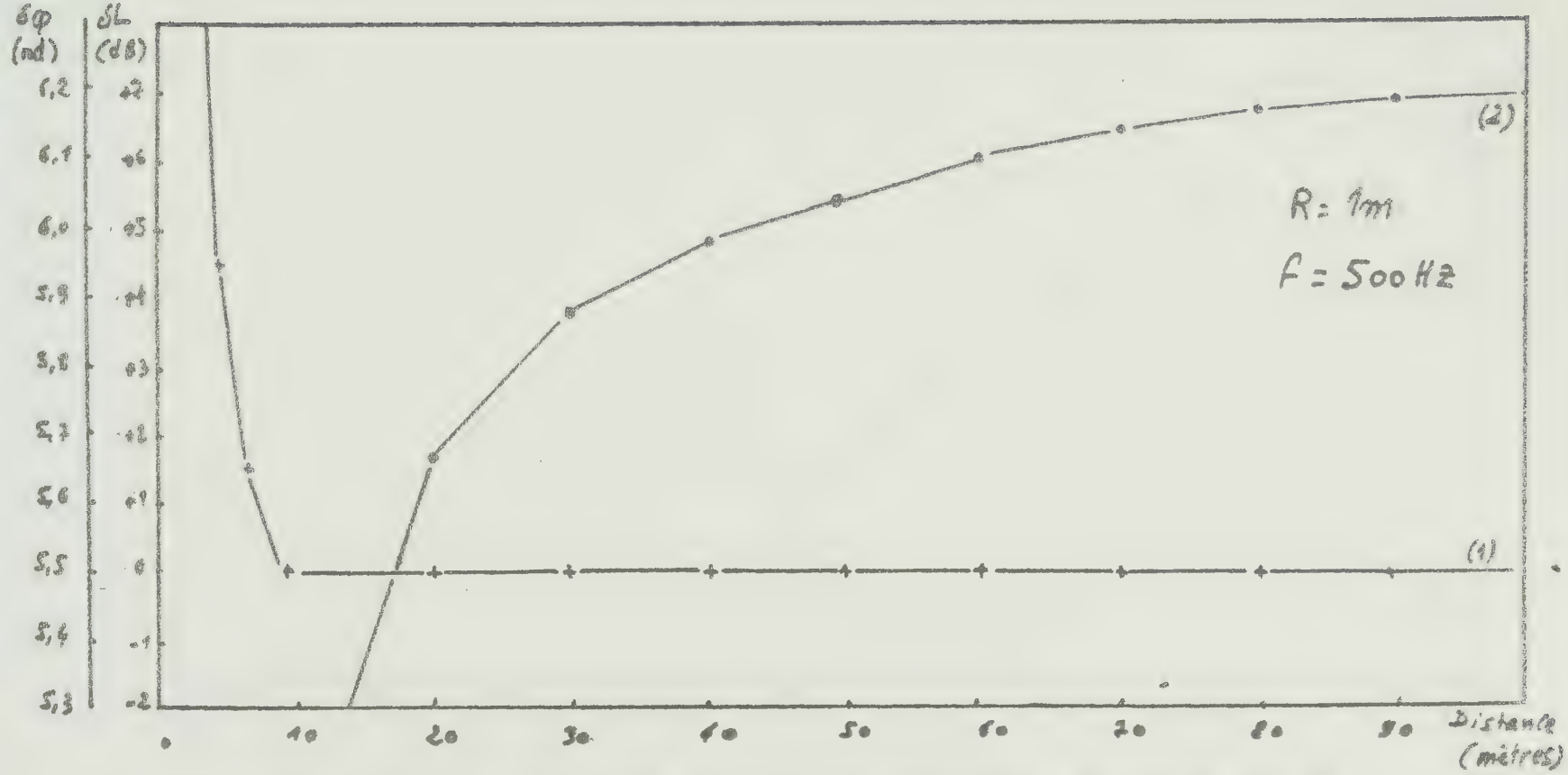


Fig.6.10.- SOURCES SIMPLES SUR UN ICOSAEDRE COMPAREES A UNE SOURCE SIMPLE

(1) Ecart de niveau (2) Ecart de phase

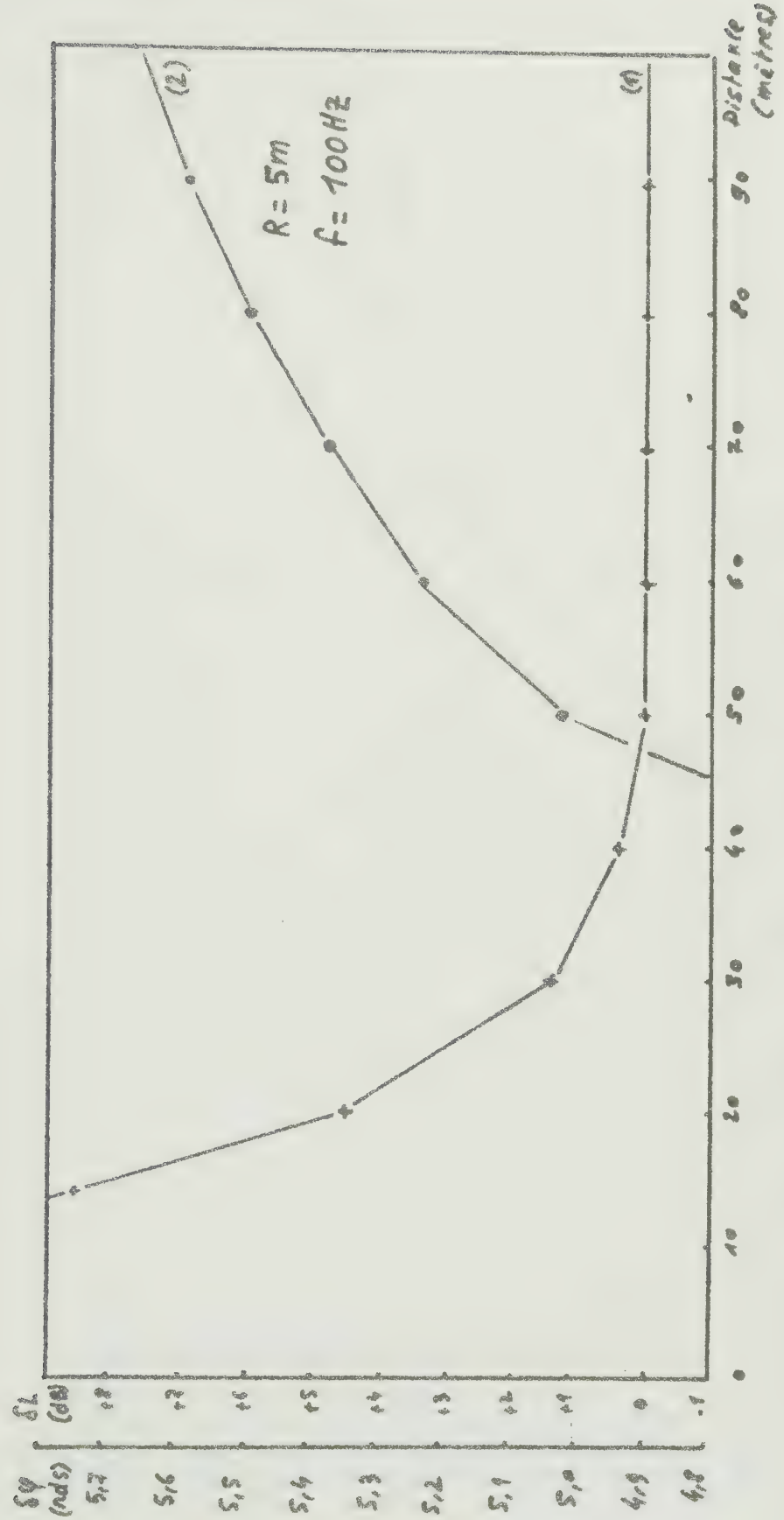


Fig. 6.11.- SOURCES SIMPLES SUR UN ICOSAEDRE COMPAREES A UNE SOURCE SIMPLE

(1) Ecart de niveau (2) Ecart de phase

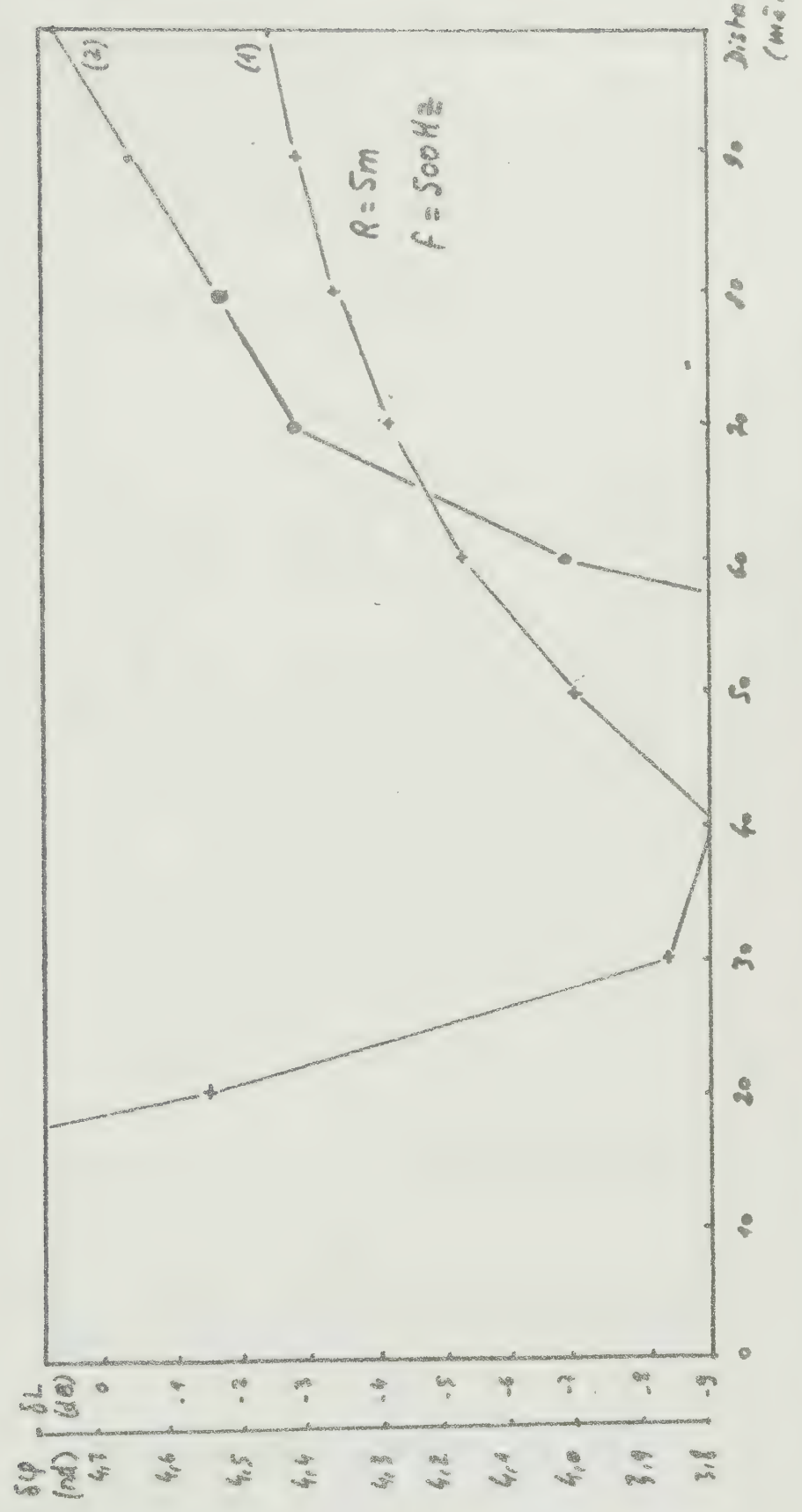


Fig.6.12.- SOURCES SIMPLES SUR UN ICOSAEDRE COMPAREES A UNE SOURCE SIMPLE

(1) Ecart de niveau (2) Ecart de phase

6.4.2.- Etude de l'affaiblissement.-

Afin de compenser, en partie, les variations de δL et $\delta\varphi$ le long de l'axe Oz, nous avons multiplié G_{Nk} par un facteur correctif $A = a\, e^{i\psi}$

Le coefficient d'affaiblissement prend donc la forme :

$$\Delta L = 10 \log \left| \frac{G_{0k} + A \widetilde{G}_{Nk}}{G_{0k}} \right|^2 \tag{6.29}$$

soit :

$$\Delta L = 10 \log \left\{ 1 + \frac{a^2}{N^2} \sum_{m=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} u_m u_n \cos \left[2\pi \frac{R}{\lambda} (\cos \xi_m - \cos \xi_n) \right] \right.$$
$$\left. + 2 \frac{a}{N} \sum_{m=1}^{N} u_m \cos \left[2\pi \frac{R}{\lambda} \cos \xi_m - \psi \right] \right\} \tag{6.30}$$

avec :

$$u_m = 1 + \frac{R}{d} \cos \xi_m$$

Posons :

$$T(a, \psi) = 10^{\Delta L/10} \tag{6.31}$$

et cherchons à rendre cette expression minimum en fonction de a et ψ .

On peut écrire :

$$\frac{\partial T}{\partial a} = 2 \frac{a}{N^2} \sum_{m=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} u_m u_n \cos \left[2\pi \frac{R}{\lambda} (\cos \xi_m - \cos \xi_n) \right] \cdots \tag{6.32}$$
$$+ \frac{2}{N} \sum_{m=1}^{N} u_m \cos \left[2\pi \frac{R}{\lambda} \cos \xi_m - \psi \right]$$

Cette dérivée s'annule pour :

$$a_0 = - \frac{N \sum_{m=1}^{N} u_m \cos\left[2\pi \frac{R}{\lambda} \cos \xi_m - \psi\right]}{\sum_{m=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} u_m u_n \cos\left[2\pi \frac{R}{\lambda} (\cos \xi_m - \cos \xi_n)\right]} \tag{6.33}$$

Reportons cette valeur dans $T(a, \psi)$. On trouve :

$$T(a_0, \psi) = 1 - \frac{\left\{\sum_{m=1}^{N} u_m \cos\left[2\pi \frac{R}{\lambda} \cos \xi_m - \psi\right]\right\}^2}{\sum_{m=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} u_m u_n \cos\left[2\pi \frac{R}{\lambda} (\cos \xi_m - \cos \xi_n)\right]} \tag{6.34}$$

On calcule ensuite la dérivée de cette expression par rapport à ψ.
On trouve :

$$\frac{\partial}{\partial \psi} T(a_0, \psi) = - \frac{\sum_{m=1}^{N} u_m \sin\left[2\pi \frac{R}{\lambda} \cos \xi_m - \psi\right]}{\sum_{m=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} u_m u_n \cos\left[2\pi \frac{R}{\lambda} (\cos \xi_m - \cos \xi_n)\right]} \cdots \tag{6.35}$$

$$\cdot \sum_{m=1}^{N} u_m \cos\left[2\pi \frac{R}{\lambda} \cos \xi_n - \psi\right]$$

On en déduit que $T(a_0, \psi)$ sera minimum si :

$$\sum_{m=1}^{N} u_m \sin\left[2\pi \frac{R}{\lambda} \cos \xi_m - \psi\right] = 0 \tag{6.36}$$

soit :

$$\operatorname{tg} \psi_0 = \frac{\sum_{m=1}^{N} u_m \sin\left(2\pi \frac{R}{\lambda} \cos \xi_m\right)}{\sum_{m=1}^{N} u_m \cos\left(2\pi \frac{R}{\lambda} \cos \xi_m\right)} \tag{6.37}$$

Les valeurs a_o et ψ_o ainsi trouvées dépendent de la distance d par l'intermédiaire des coefficients u_m et u_n. Nous avons tracé (Fig. 6.13 à 6.31) les variations de ΔL en fonction de d, pour différentes valeurs (1 m, 5 m, 10 m, 15 m, 20 m) du rayon de la sphère et de la fréquence (100 Hz, 500 Hz, 1000 Hz). Les valeurs choisies pour le coefficient correctif ont été, comme pour les sources de Huygens $A_o(40)$, $A_o(80)$ et $A_o(100)$.

On constate qu'en basse fréquence et pour un rayon inférieur à 10 m, le coefficient d'affaiblissement demeure négatif dans des régions de dimensions étendues (plusieurs dizaines de mètres) situées de part et d'autre du point d'atténuation maximum.

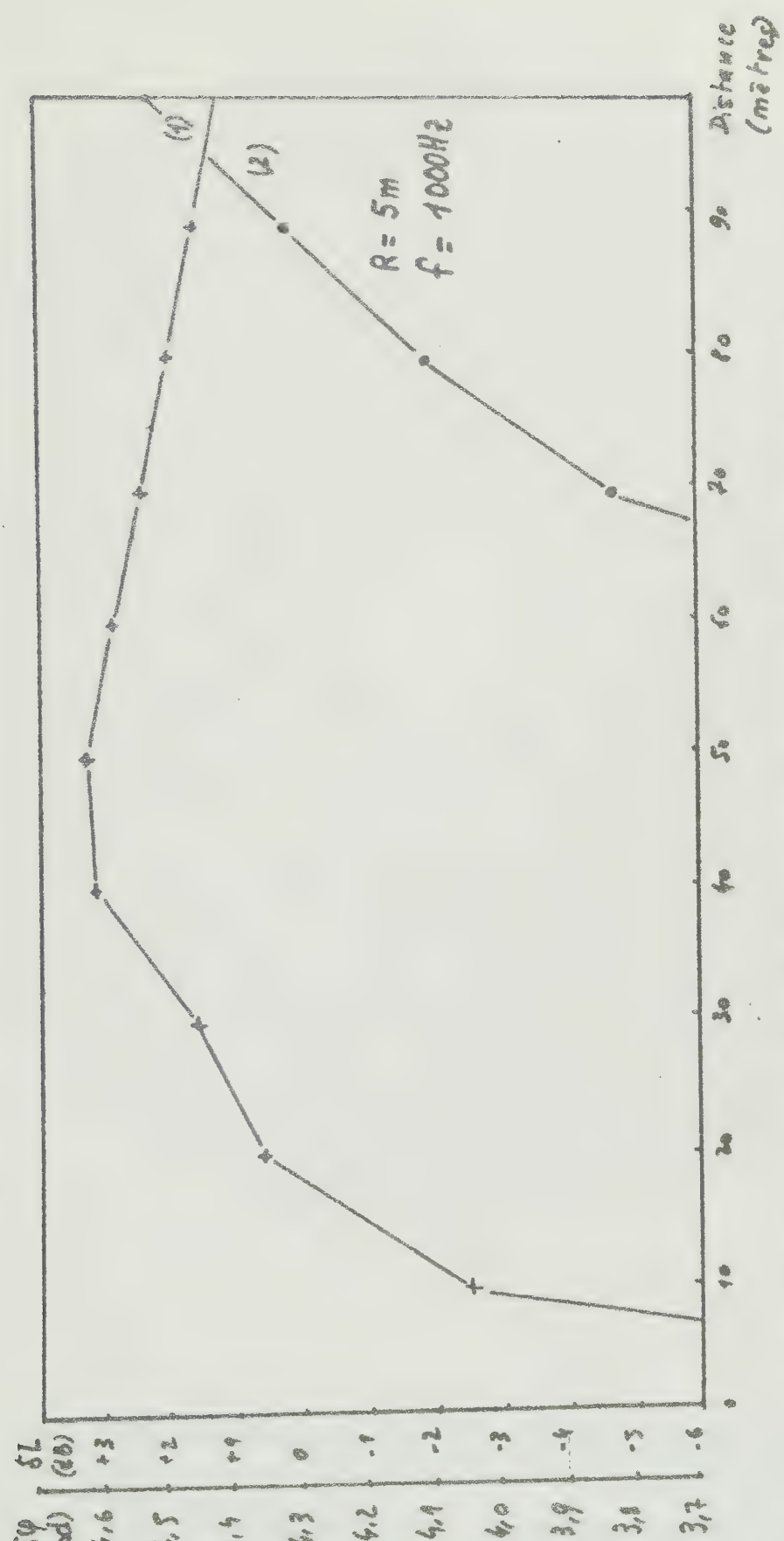
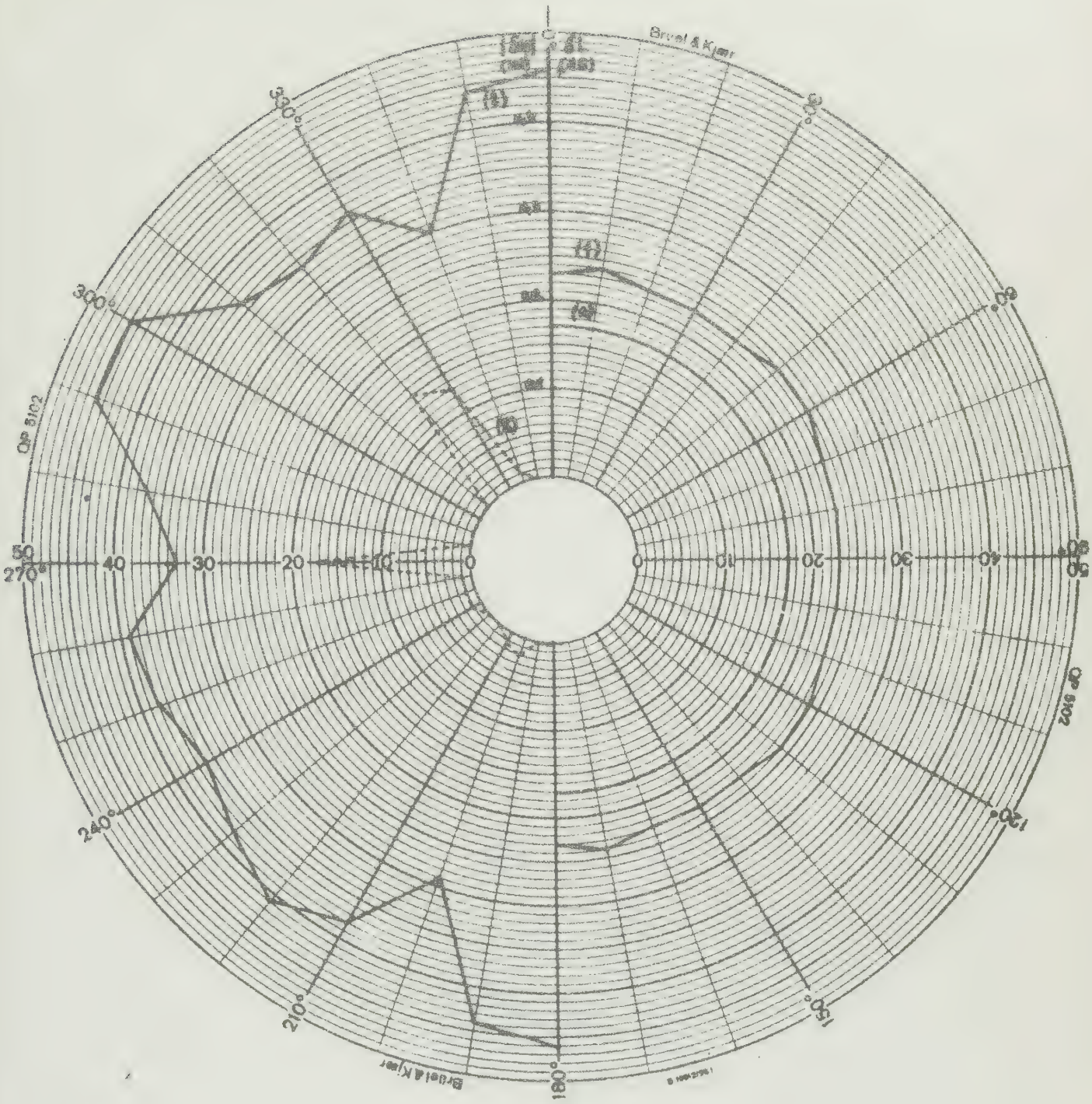


Fig.6.13.- SOURCES SIMPLES SUR UN ICOSAEDRE COMPAREES A UNE SOURCE SIMPLE

(1) Ecart de niveau (2) Ecart de phase

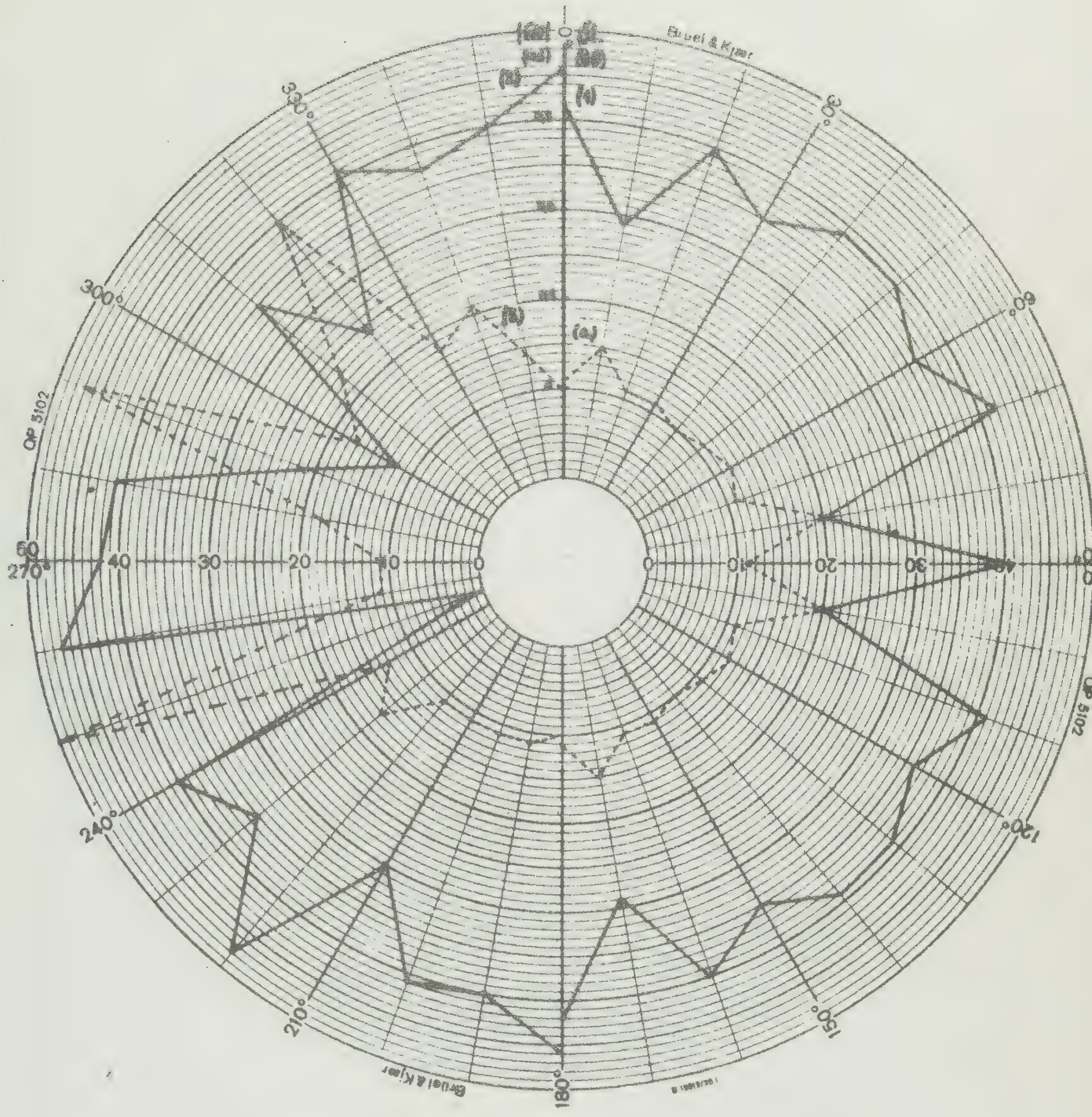


R/d = 0,1

R/λ = 1

Fig.6.14- SOURCES SIMPLES SUR UN ICOSAEDRE COMPAREES A UNE SOURCE SIMPLE

(1) Ecart de niveau (plan horizontal)
(2) Ecart de niveau (plan vertical)
(a) Ecart de phase (plan horizontal)
(b) Ecart de phase (plan vertical)

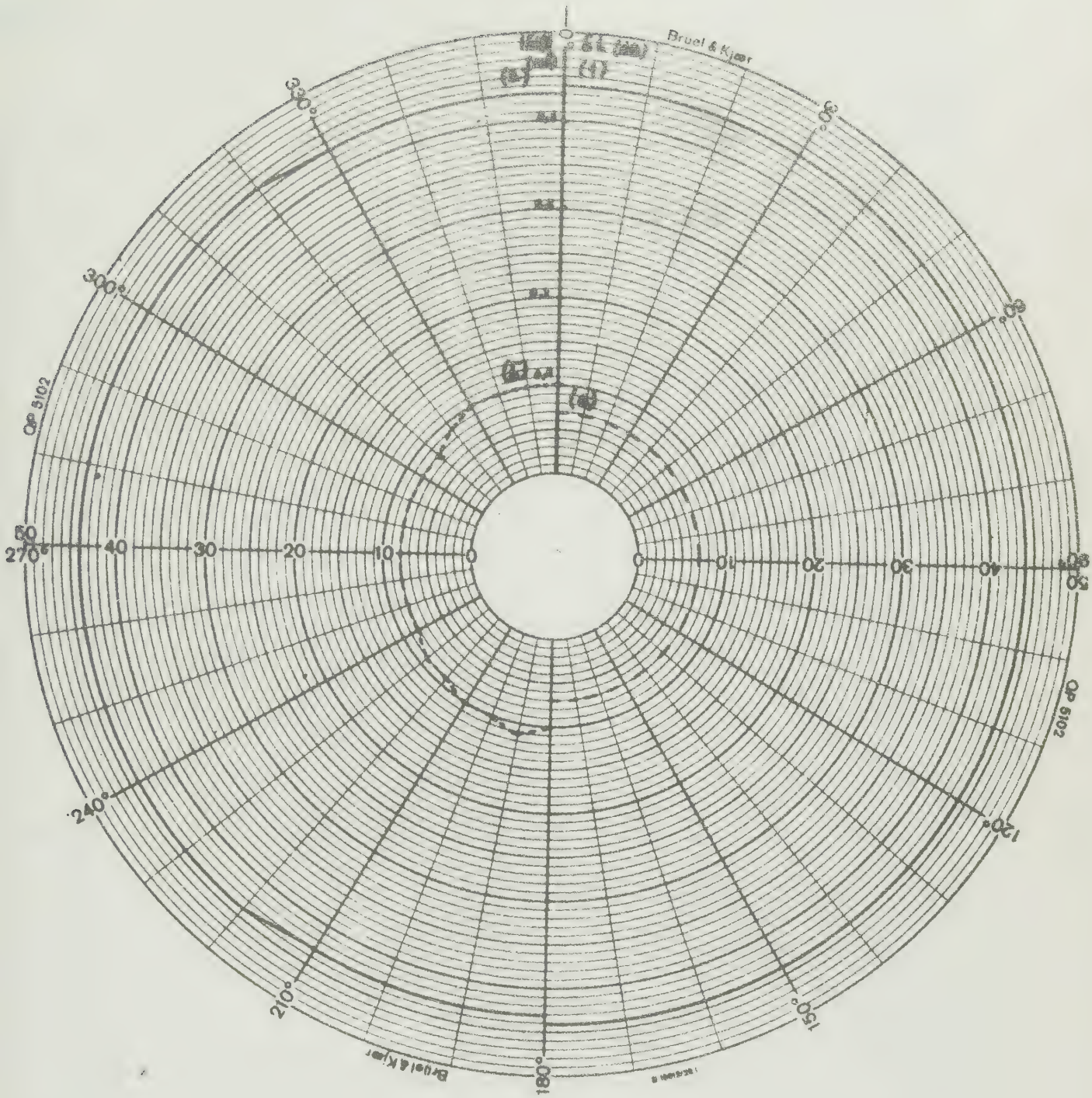


R/d = 0,1

R/λ = 3

Fig.6.19- SOURCES SIMPLES SUR UN ICOSAEDRE COMPAREES A UNE SOURCE SIMPLE

(1) Ecart de niveau (plan horizontal)
(2) Ecart de niveau (plan vertical)
(a) Ecart de phase (plan horizontal)
(b) Ecart de phase (plan vertical)



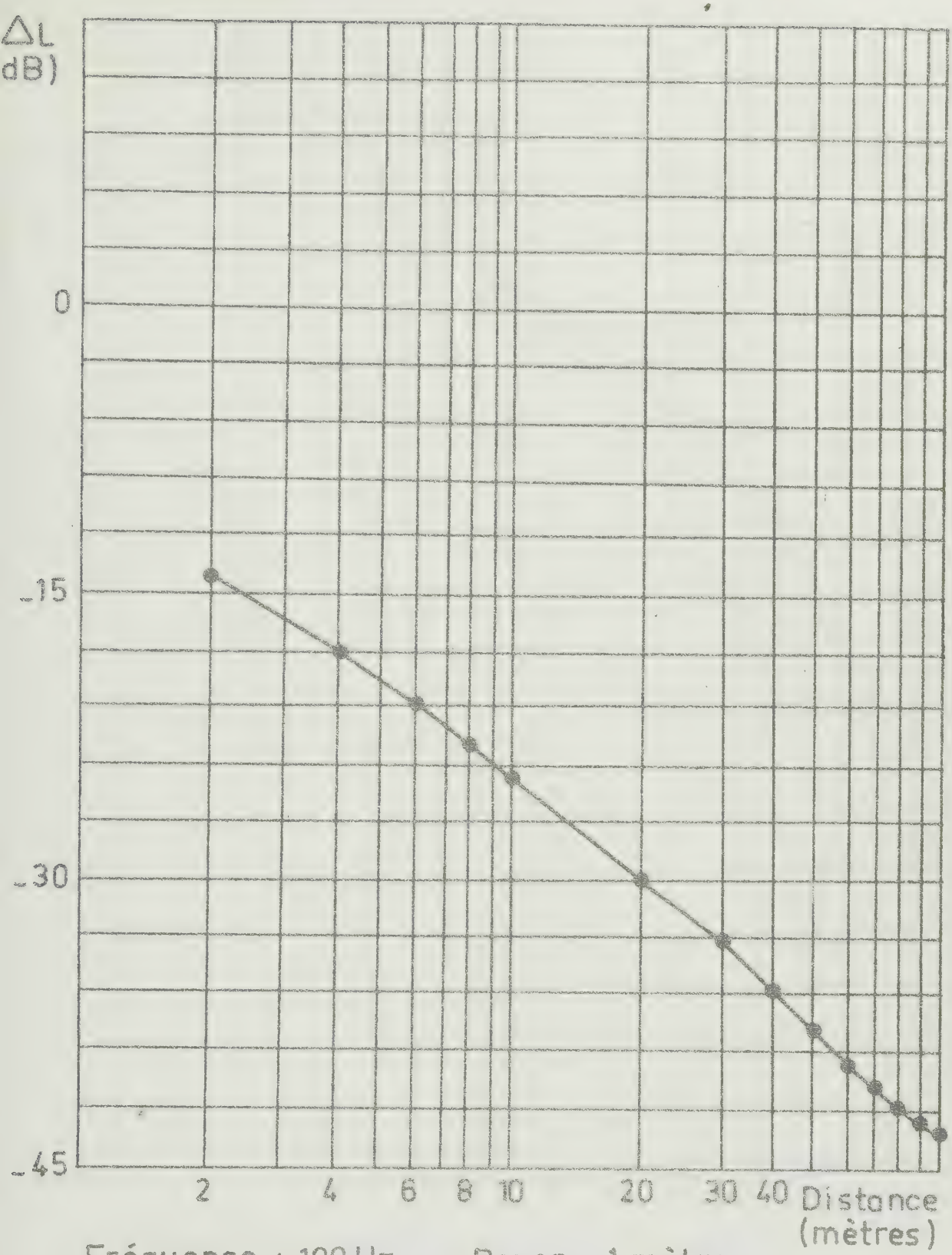
R/d = 0,1

R/λ = 0,3

Fig.6.16 - SOURCES SIMPLES SUR UN ICOSAEDRE COMPAREES A UNE SOURCE SIMPLE

(1) Ecart de niveau (plan horizontal) (a) Ecart de phase (plan horizontal)

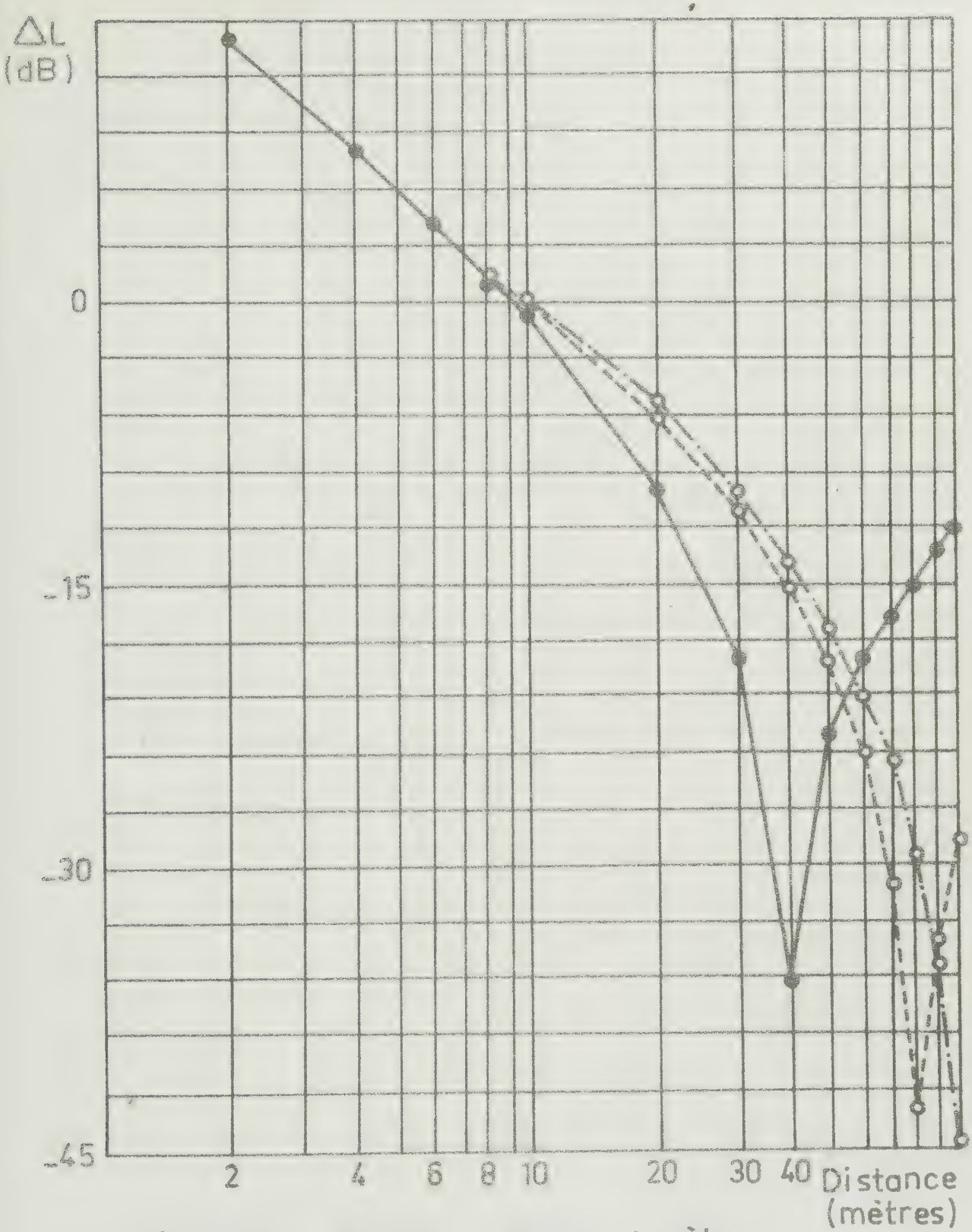
(2) Ecart de niveau (plan vertical) (b) Ecart de phase (plan vertical)



Fréquence : 100 Hz Rayon : 1 mètre

Nature des sources : MONOPOLES

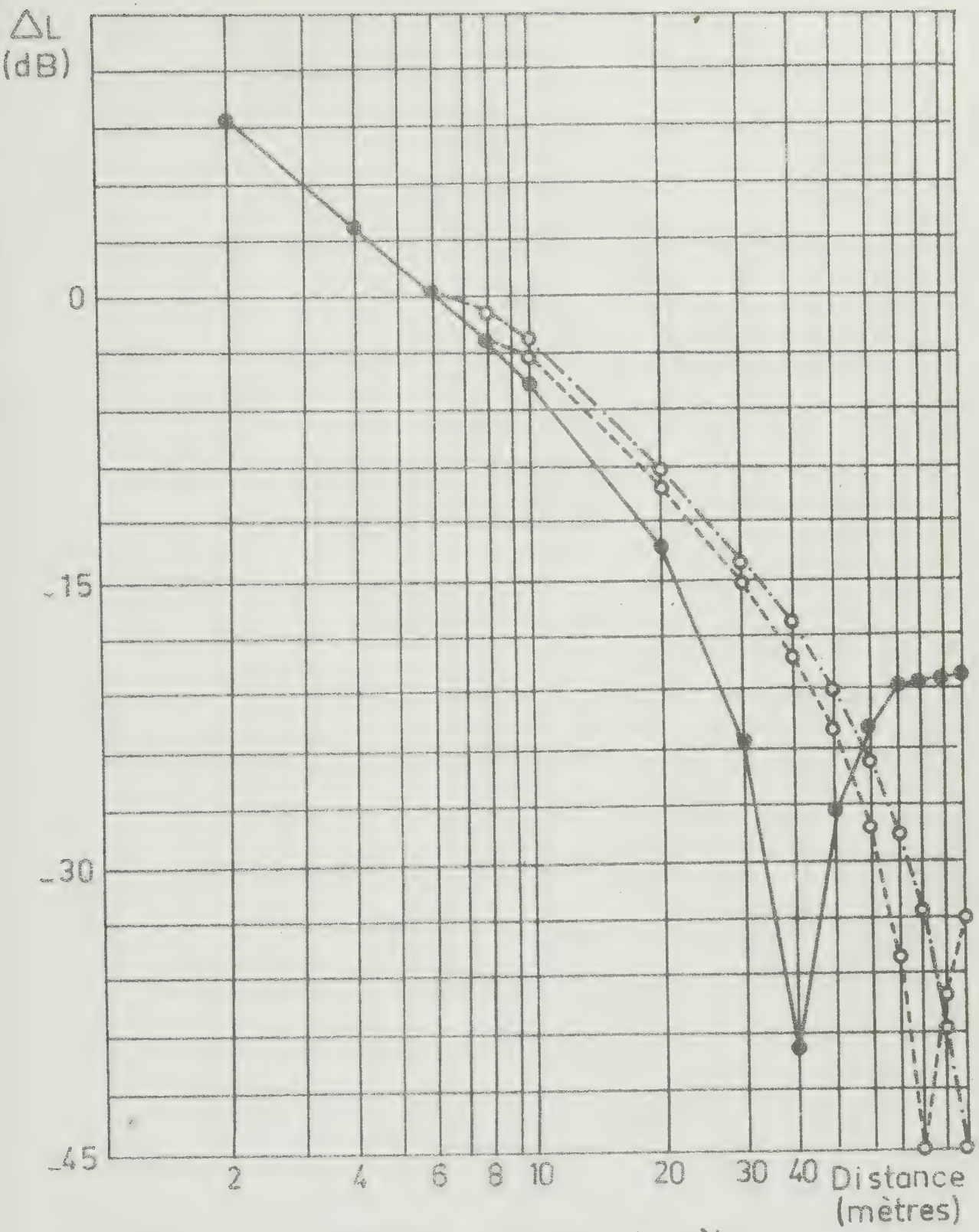
Fig. 6.17



Fréquence : 500 Hz Rayon : 1 mètre

Nature des sources : MONOPOLES

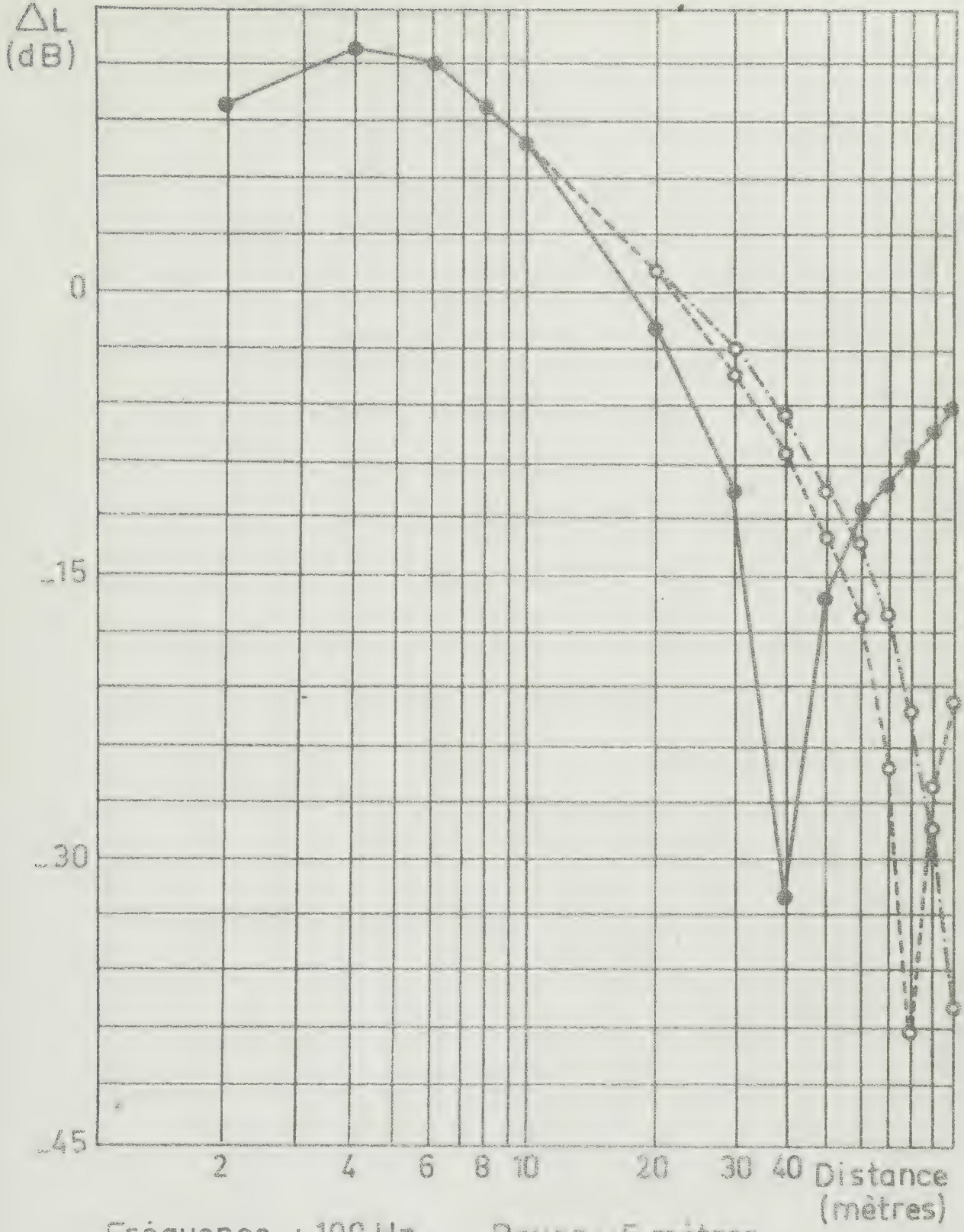
Fig. 5 18



Fréquence : 1000 Hz Rayon : 1 mètre

Nature des sources : MONOPOLES

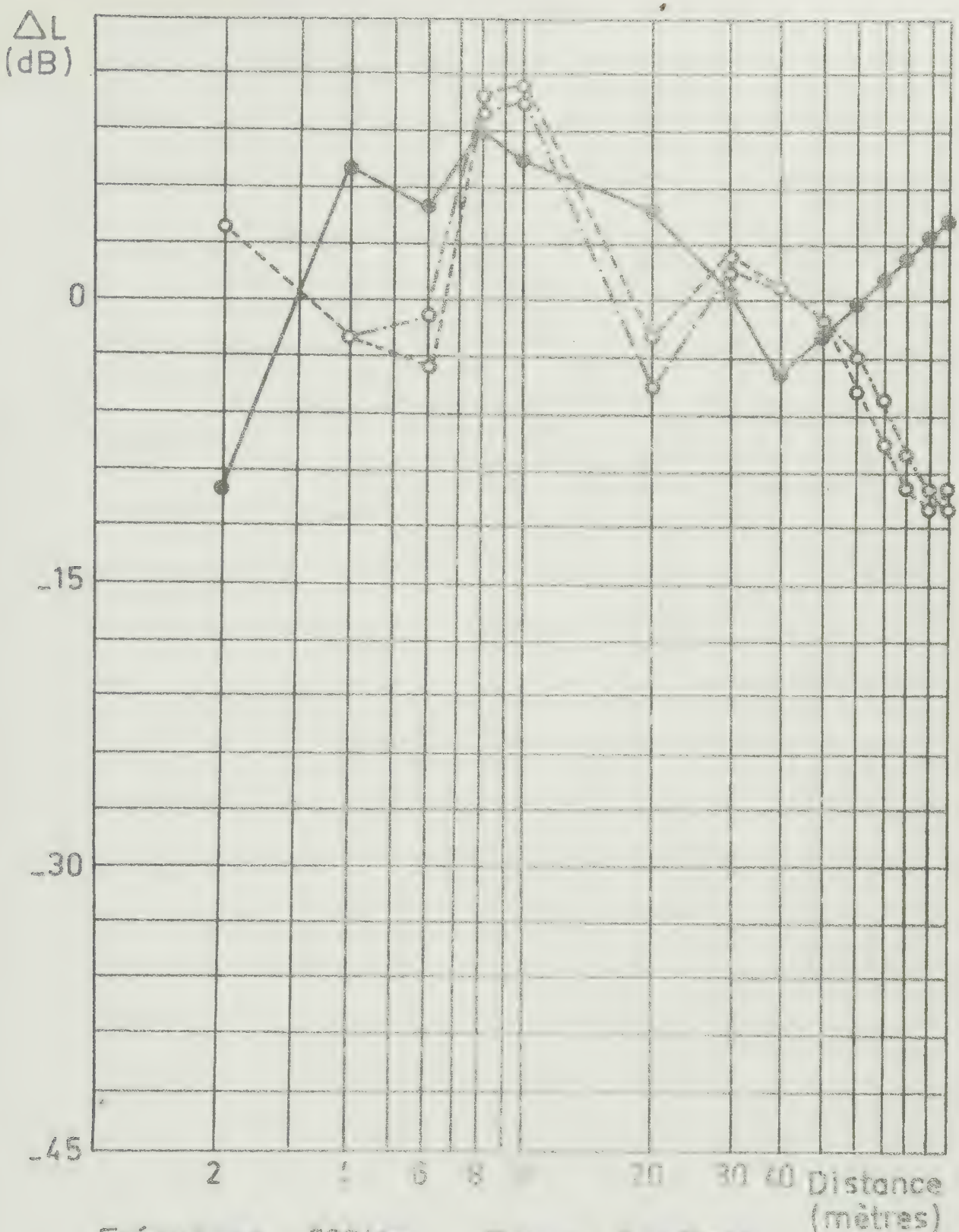
Fig. 6.19



Fréquence : 100 Hz Rayon : 5 mètres

Nature des sources : MONOPOLES

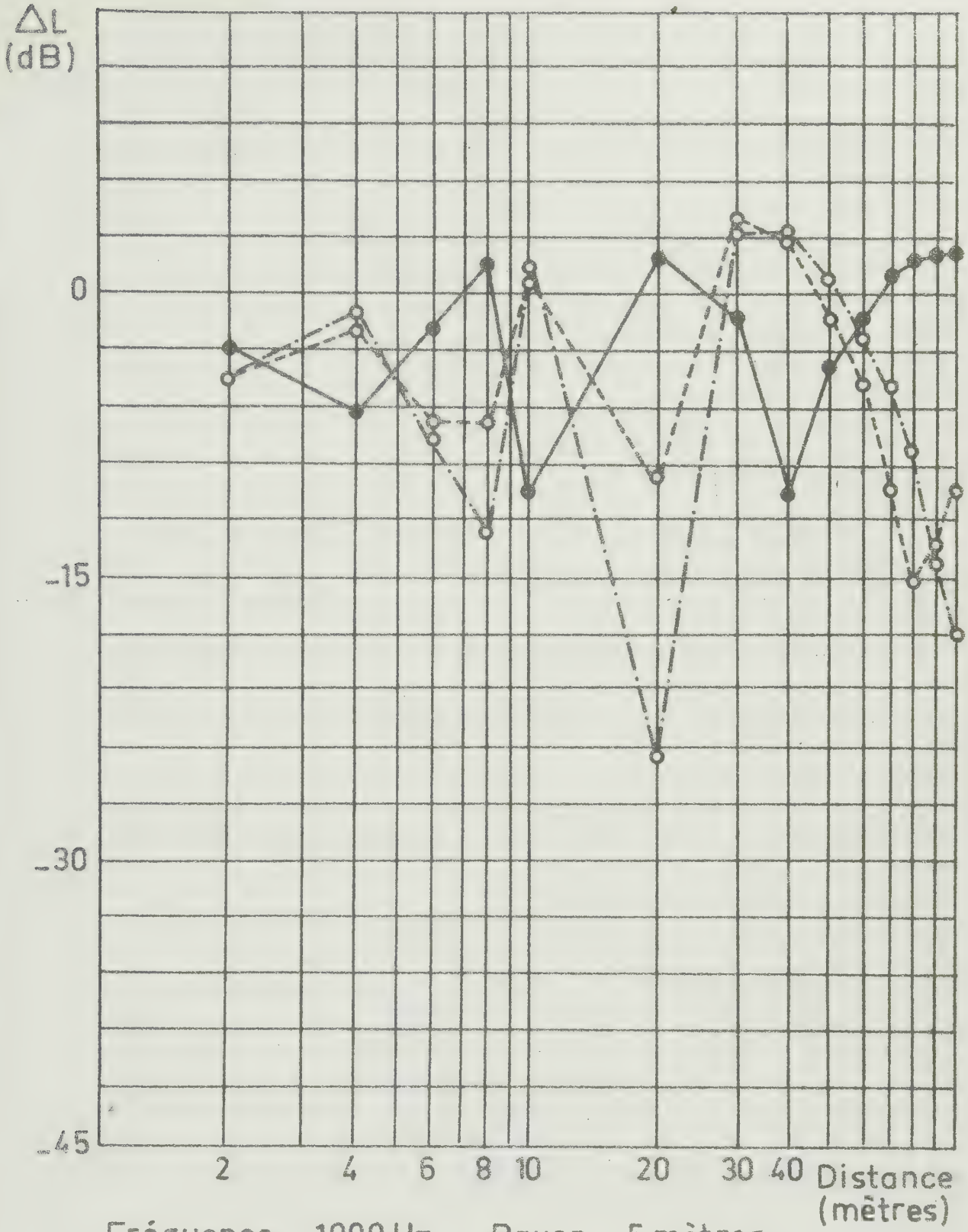
Fig. 6.20



Fréquence : 500 Hz Rayon : 5 mètres

Nature des sources : MONOPOLES

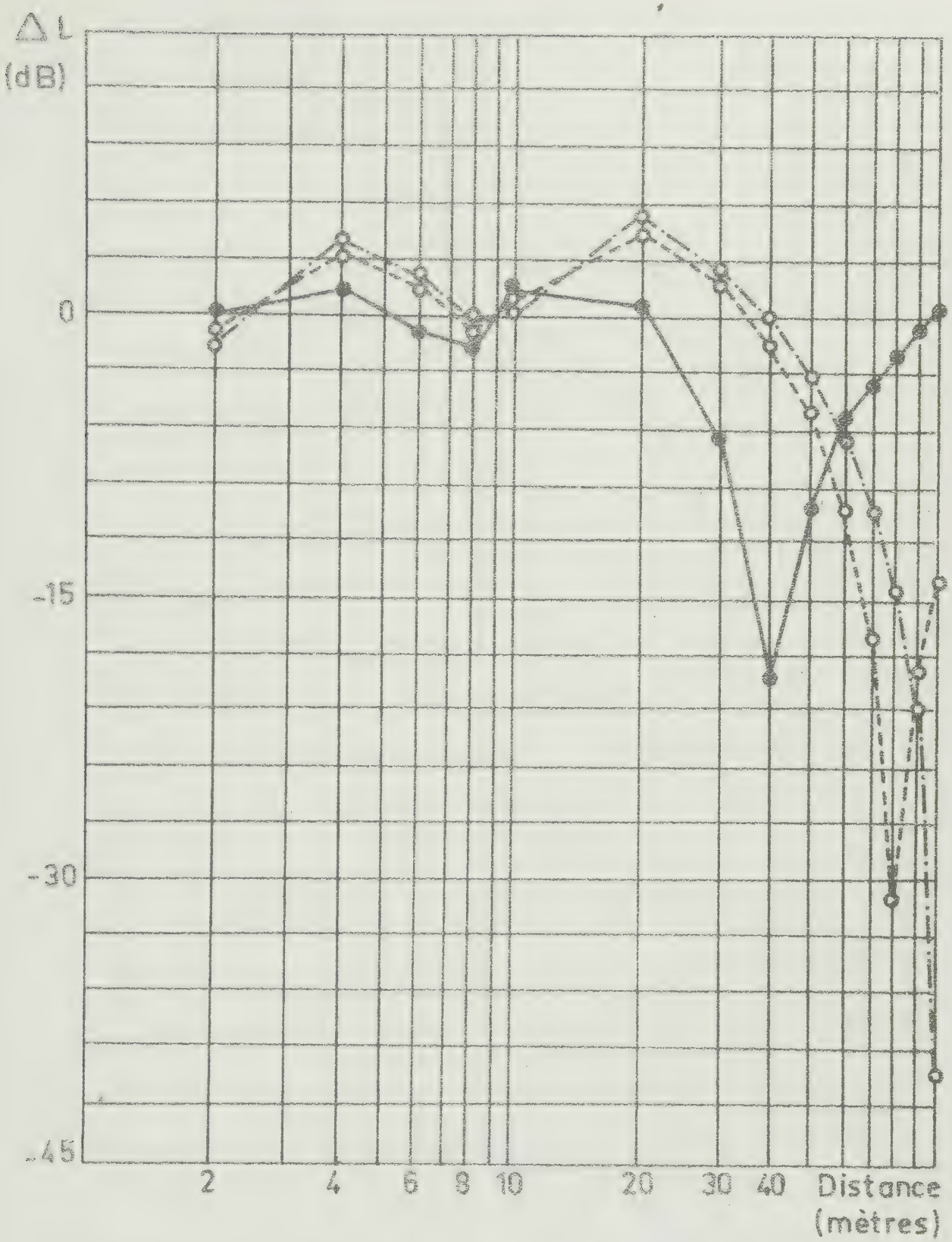
Fig. 6.21



Fréquence : 1000 Hz Rayon : 5 mètres

Nature des sources : MONOPOLES

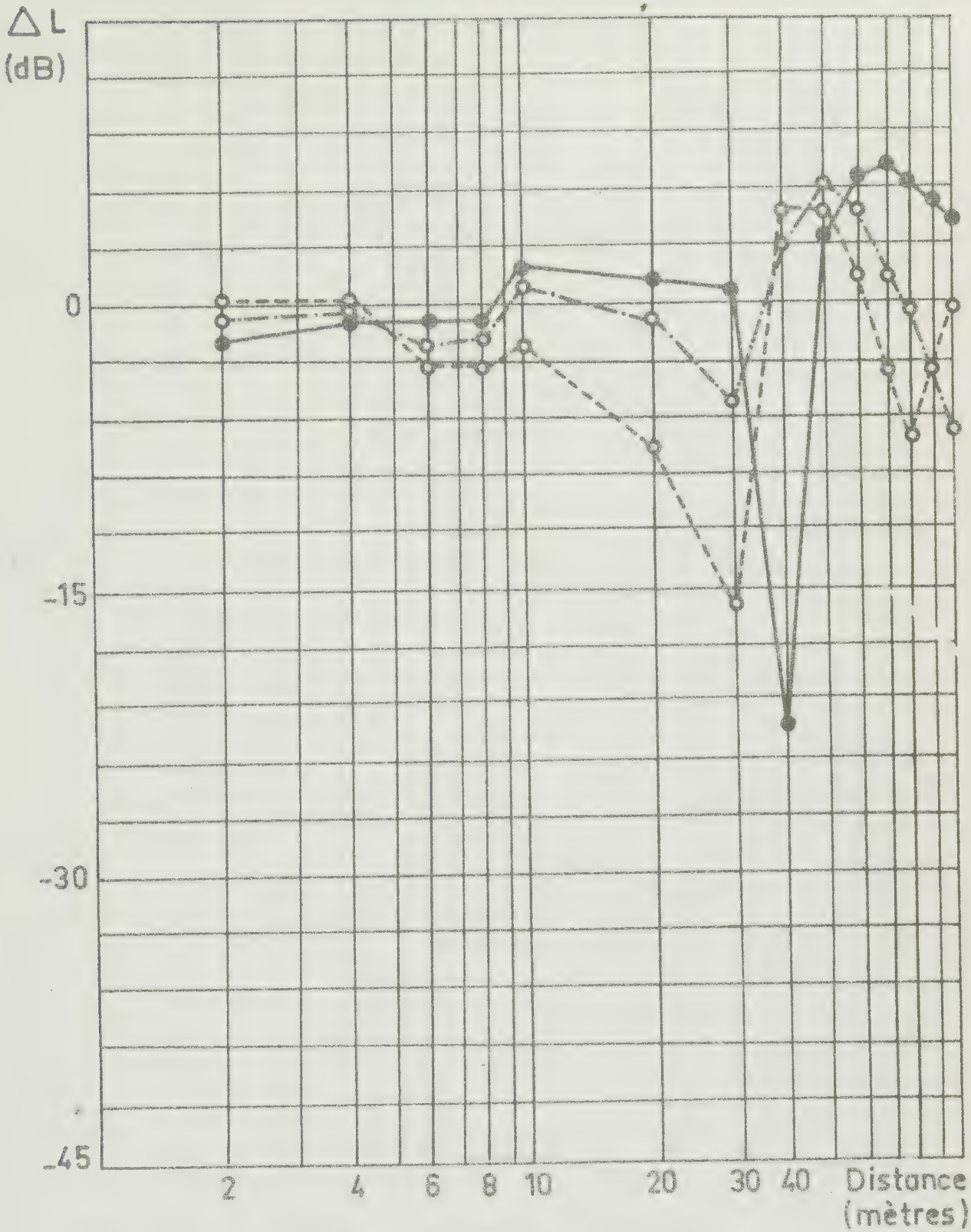
Fig. 6.22



Fréquence : 100 Hz Rayon : 10 mètres

Nature des sources : MONOPOLES

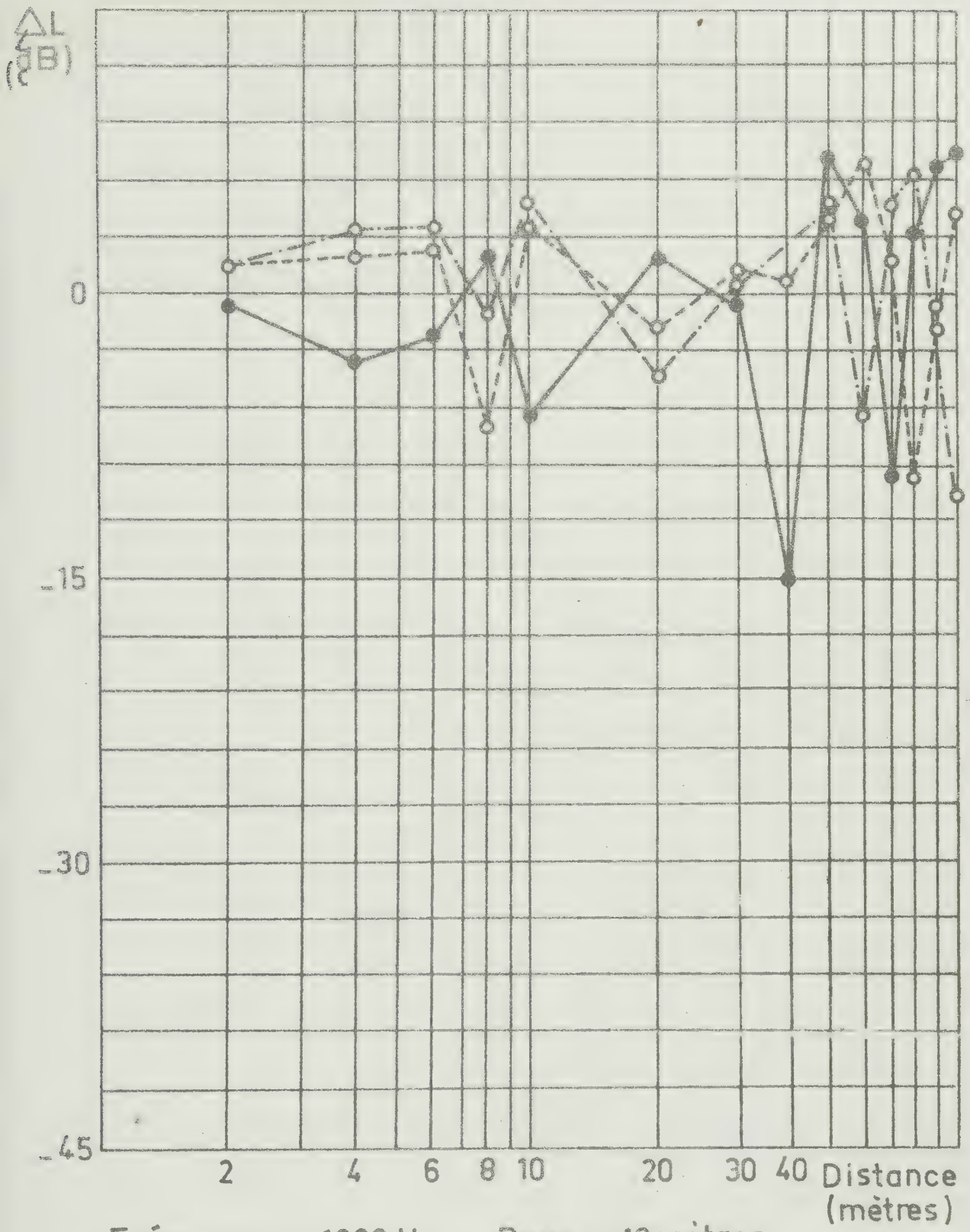
Fig. 6.23



Fréquence : 500 Hz Rayon : 10 mètres

Nature des sources : MONOPOLES

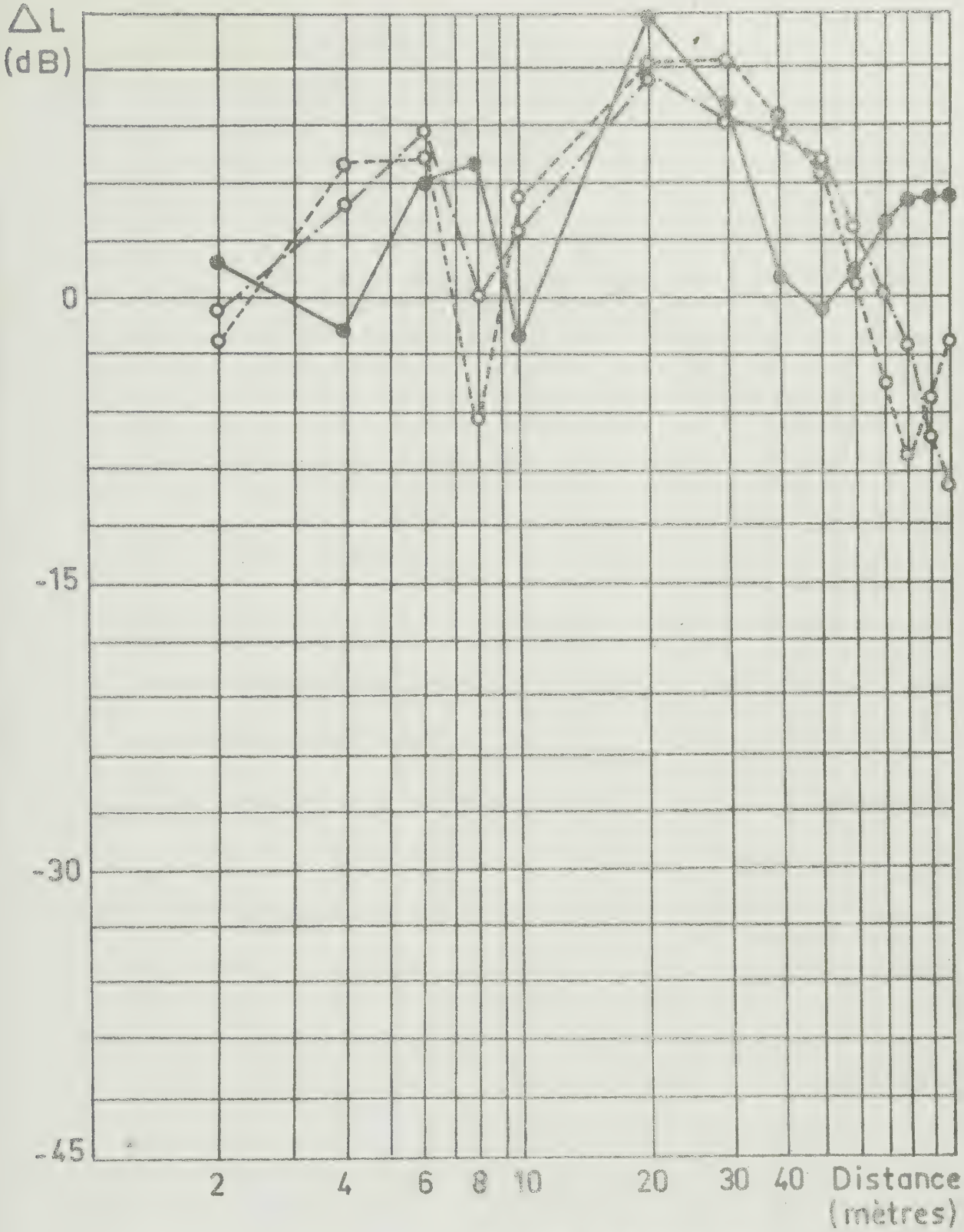
Fig. 6.24



Fréquence : 1000 Hz Rayon : 10 mètres

Nature des sources : MONOPOLES

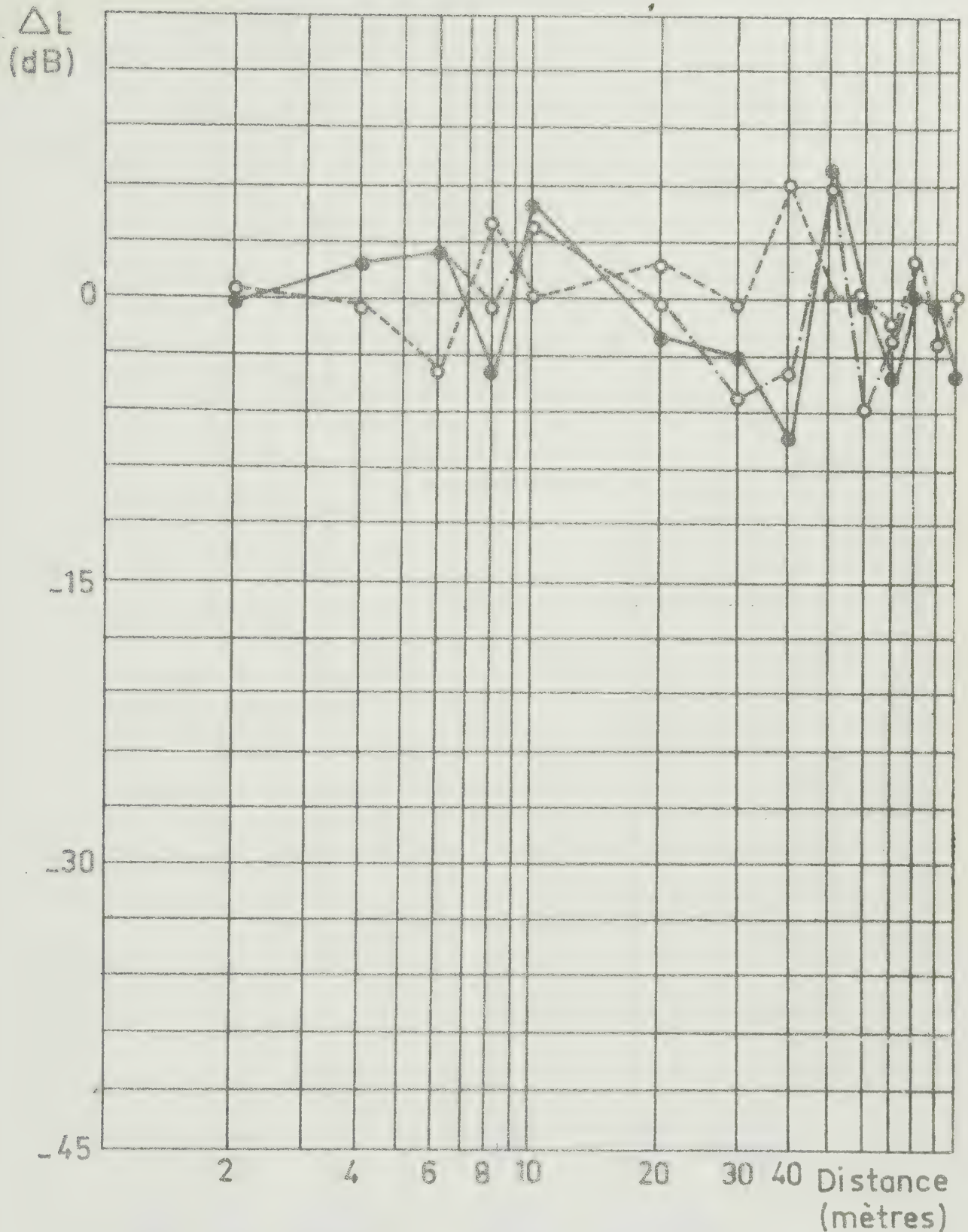
Fig. 6.25



Fréquence : 100 Hz Rayon : 15 mètres

Nature des sources : MONOPOLES

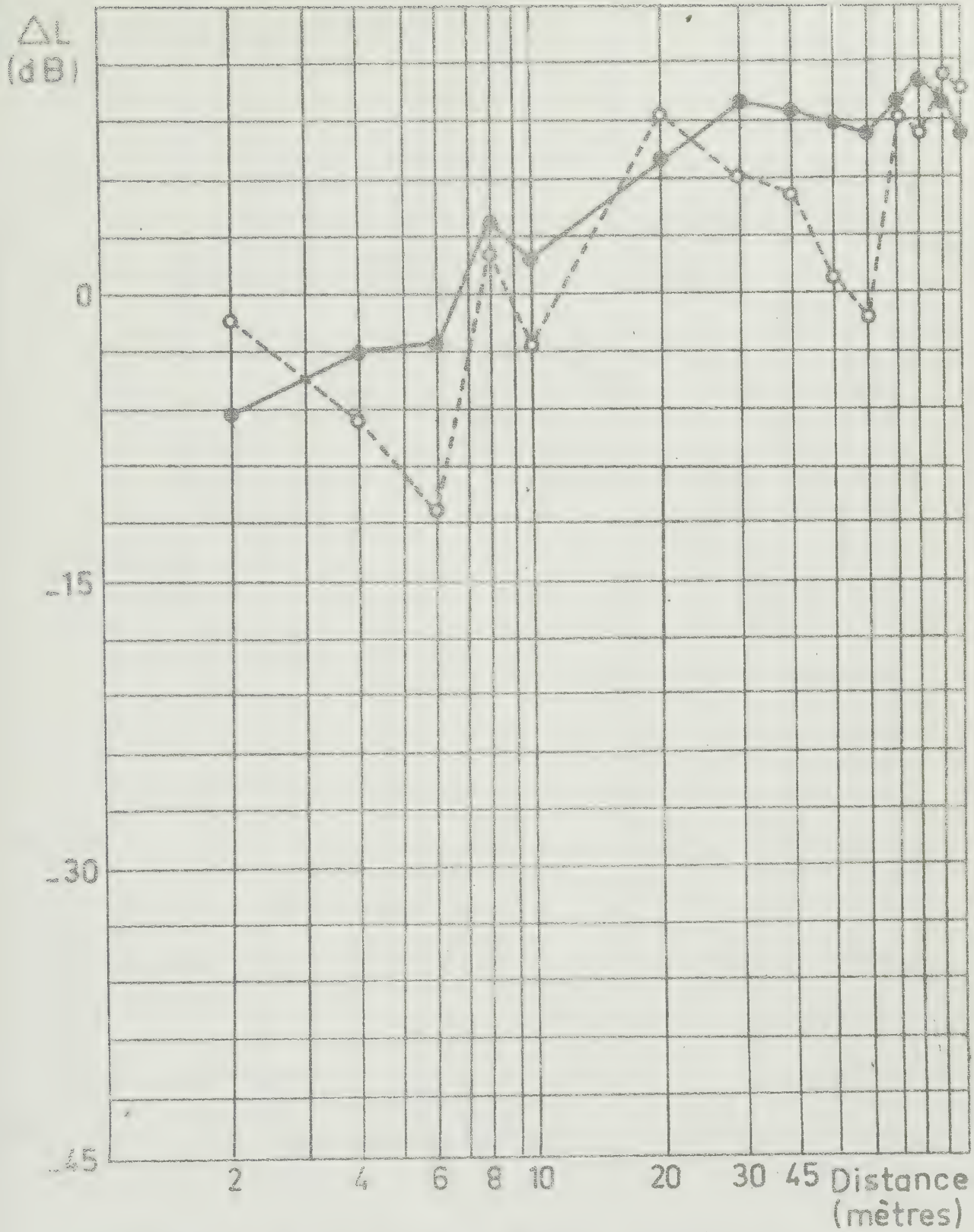
Fig. 6.26



Fréquence : 500 Hz Rayon : 15 mètres

Nature des sources : MONOPOLES

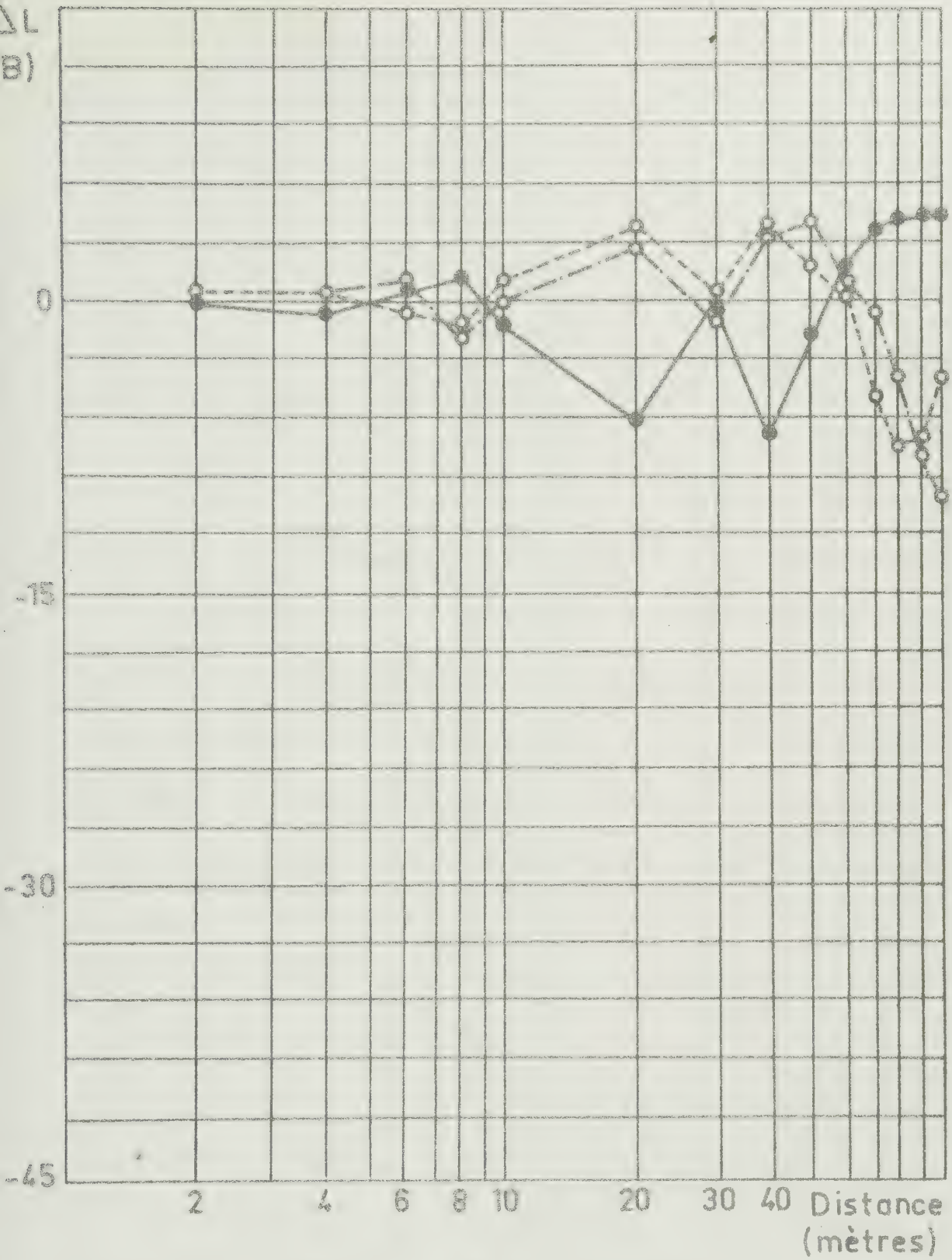
Fig. 6.27



Fréquence : 1000 Hz Rayon : 15 mètres

Nature des sources : MONOPOLES

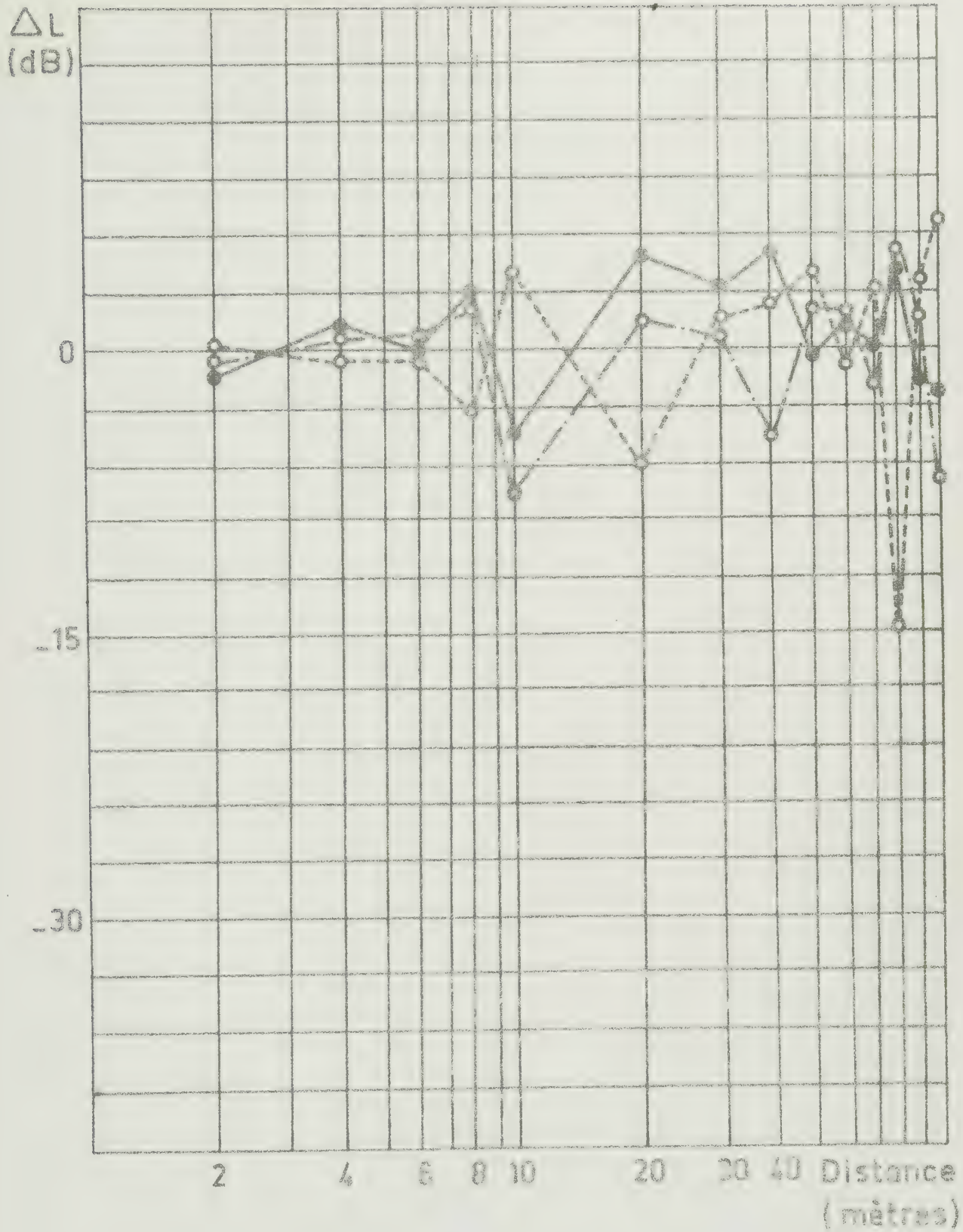
Fig. 6.28



Fréquence : 100 Hz Rayon : 20 mètres

Nature des sources : MONOPOLES

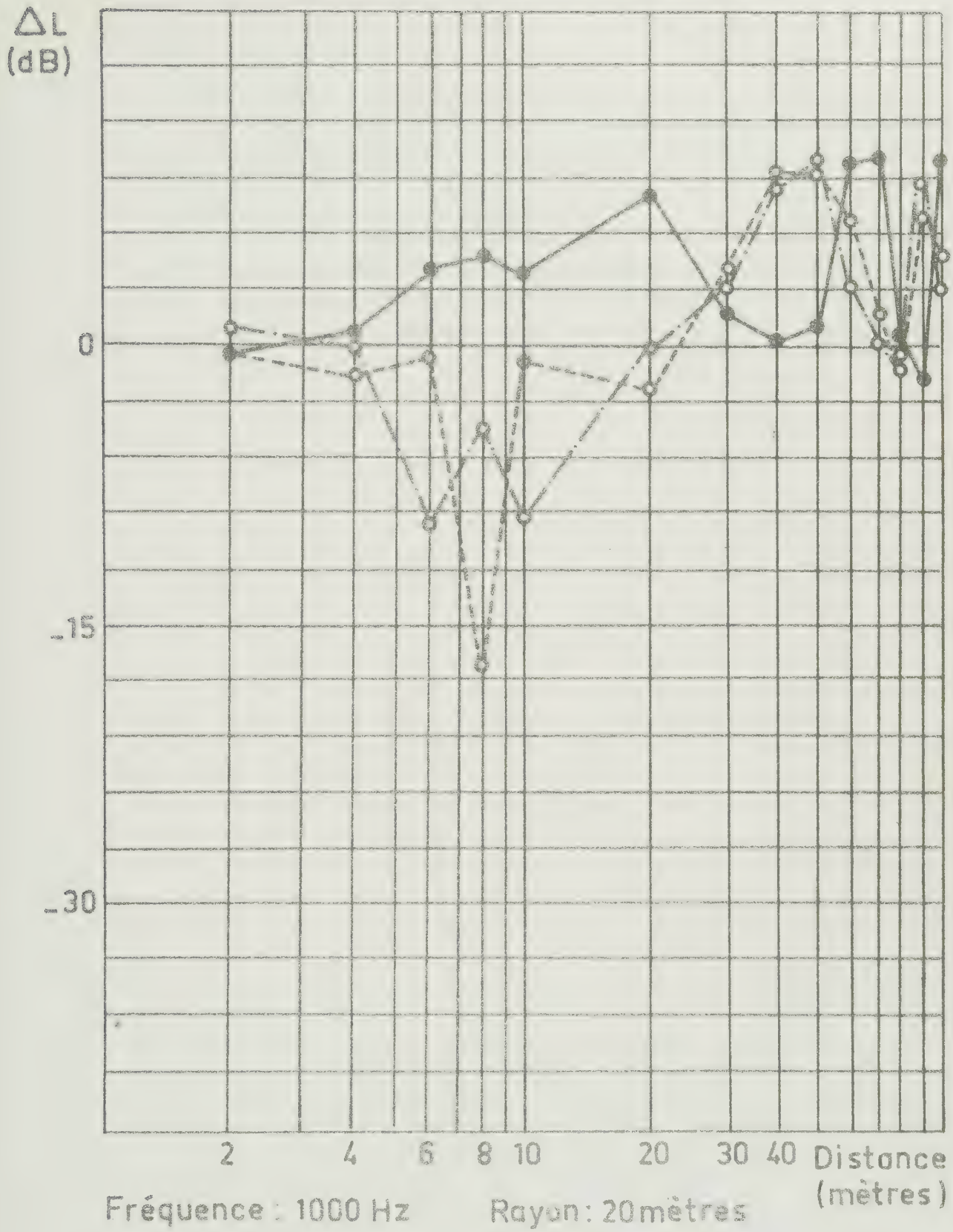
Fig. 6.29



Fréquence : 500 Hz Rayon : 20 mètres

Nature des sources : MONOPOLES

Fig. 6.30



Fréquence : 1000 Hz Rayon : 20 mètres

Nature des sources : MONOPOLES

Fig. 6.31

6.5.- Conclusions.-

Si on peut tolérer un renforcement, par points, du son incident hors du domaine protégé, le semi-Principe de Huygens fournit une excellente base théorique pour résoudre le problème des absorbeurs acoustiques actifs. Il possède le gros avantage, pour des réalisations pratiques éventuelles, de ne nécessiter que des sources simples, de réalisation et d'emploi facile. Cette raison nous a d'ailleurs conduit à l'utiliser lors de notre vérification expérimentale, dans la deuxième partie de notre travail.

x x x

CHAPITRE 7

ABSORBEURS ACOUSTIQUES ACTIFS DANS UN MILIEU UNIDIMENSIONNEL

7. - ABSORBEURS ACOUSTIQUES ACTIFS DANS UN MILIEU UNIDIMENSIONNEL -

7.1.- Généralités.-

Pour les milieux unidimensionnels, l'étude théorique a porté exclusivement sur des ondes planes. Dans la pratique, ces ondes ne peuvent exister et se propager, sous cette forme, que dans des guides d'ondes, et de façon générale dans tout conduit dont la section est faible par rapport à la longueur d'onde.

Ce sont ces conditions que l'on s'est efforcé de réaliser expérimentalement en vue de l'application de nos résultats théoriques à l'insonorisation des conduits d'aération et des canalisations susceptibles de propager des sons indésirables.

x x x

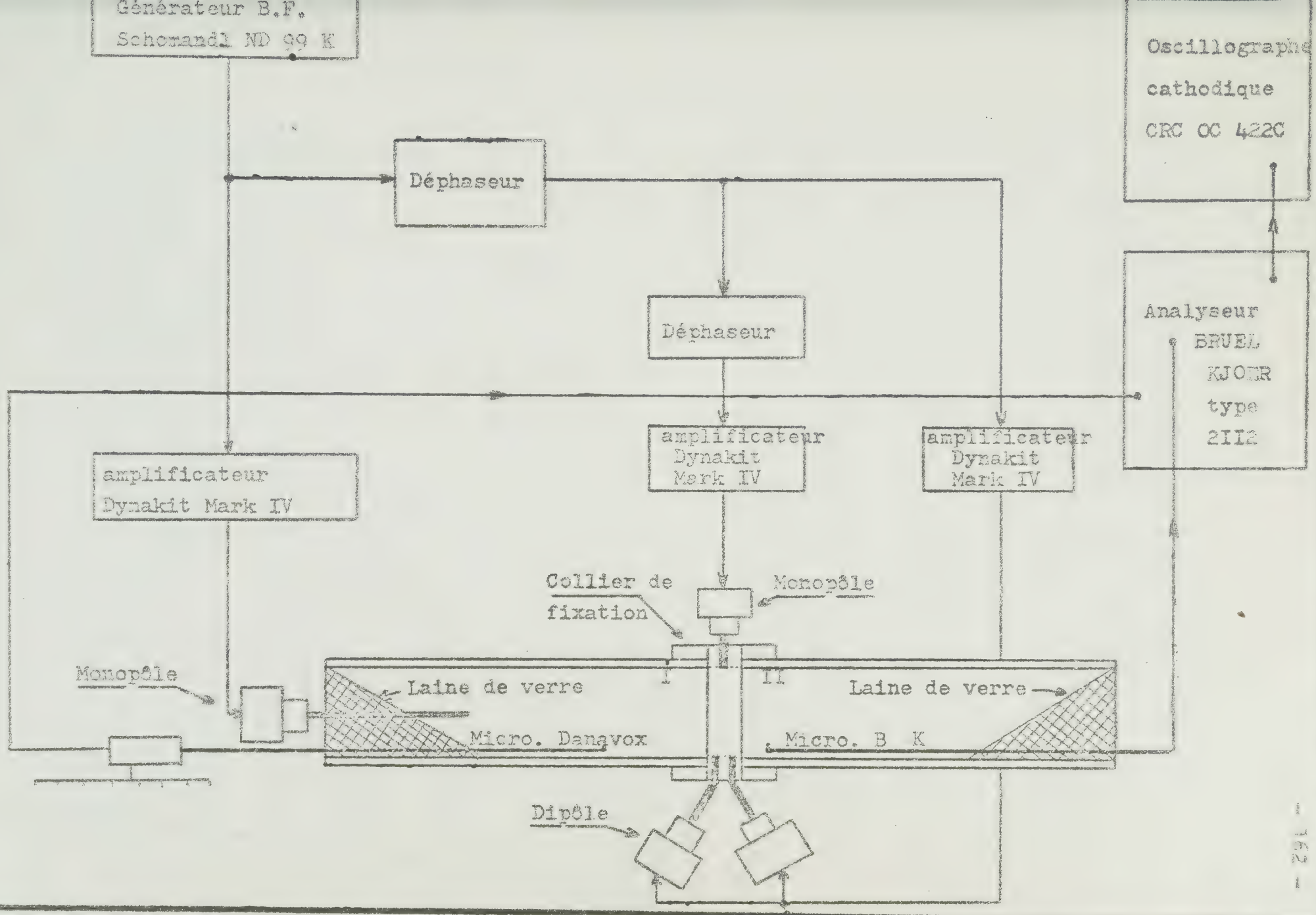


Fig. 3.1 Montage expérimental

7.2. Etude expérimentale des sources secondaires.-

7.2.1.- Réalisation et montage des sources secondaires.-

La canalisation est représentée par un tuyau de section carrée de trois mètres de long et huit centimètres de côté. A une extrémité de ce tuyau nous avons disposé une chambre de compression alimentée par un générateur et un amplificateur qui simulait la source sonore à neutraliser et constituait la source primaire. Le tuyau était constitué de deux parties séparables d'un mètre cinquante chacune, réunies par un collier (Fig. 7.1).

La réalisation des sources secondaires posait un problème assez épineux, car, pour respecter la théorie, il fallait disposer :

- pour le monopôle, d'une membrane vibrant à la manière d'un piston et placée sur le trajet de l'onde primaire, c'est-à-dire à l'intérieur du tube ;

- pour le dipôle, d'un ensemble de deux membranes du même type, infiniment proches l'une de l'autre, et vibrant en opposition de phase, de manière à obtenir un rayonnement symétrique de part et d'autre de la source. Les membranes devaient, de plus, être placées au même point et être transparentes au son. Ces conditions ne nous semblent pas être réalisables.

Nous avons pu nous en affranchir en utilisant le montage que nous allons décrire maintenant :

1°) le monopôle est une chambre de compression reliée au tuyau par un tube rigide de faible diamètre (un centimètre environ) dont l'extrémité affleure la face interne du tuyau (Fig.7.2) ;

2°) le dipôle est un ensemble de deux chambres de compression (Fig.7.3), reliées au tuyau de la même façon que le monopôle, et branchées en parallèle sur le même amplificateur. Les connexions des deux bobines mobiles sont inversées de manière à les faire fonctionner en opposition de phase.

Les sources ainsi constituées émettent des ondes sphériques au niveau de leur embouchure. Mais, guidées par le tube, ces ondes ne tardent pas à devenir planes. Ainsi, à partir d'une certaine distance, tout se passe comme si les ondes secondaires étaient émises par des monopôles et des dipôles idéaux. Ces considérations sont vérifiées par l'expérience.

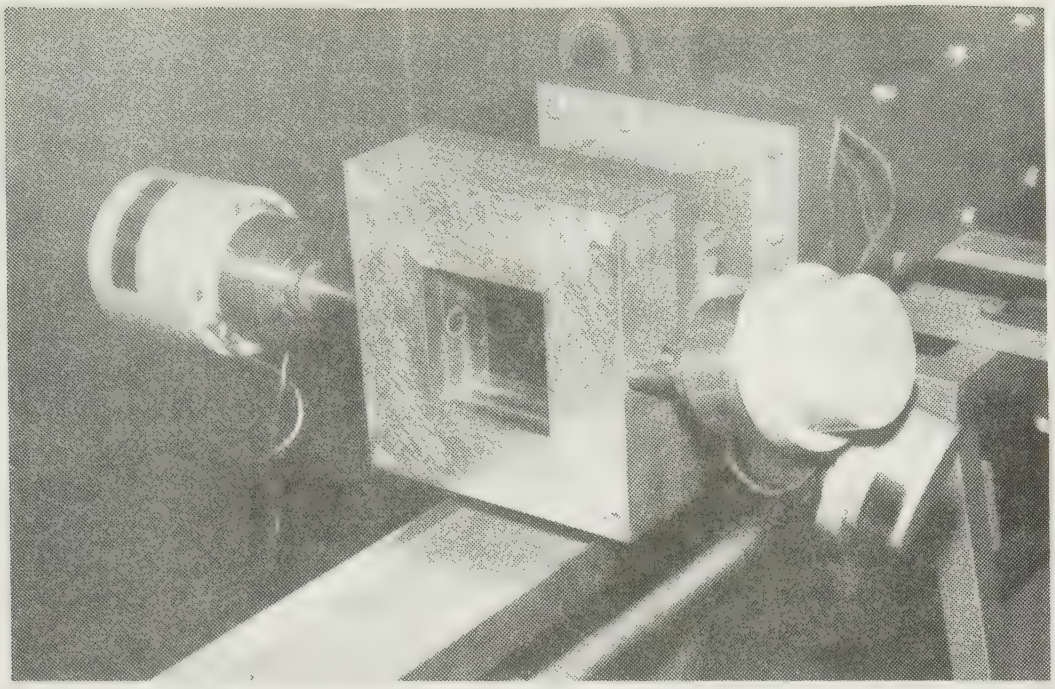


Fig.7.2.- Montage de la source monopolaire.-

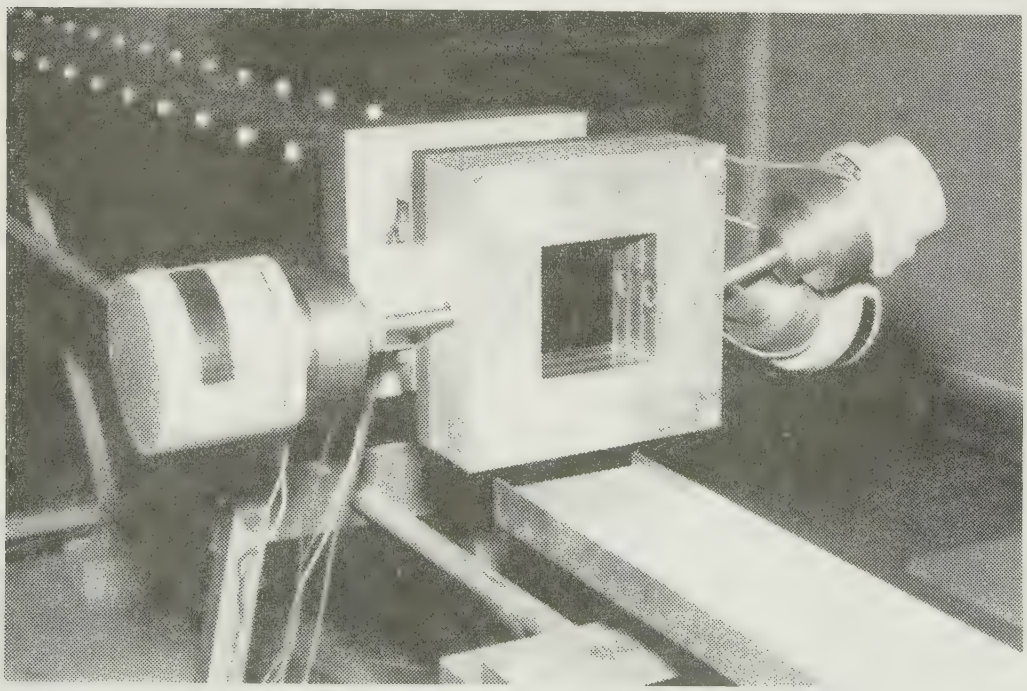


Fig.7.3.- Montage de la source dipolaire.-

Nous avons, en particulier, vérifié le déphasage entre les deux chambres de compression du dipôle et ensuite entre le monopôle et le dipôle complet. Pour cela, nous avons tracé, en fonction de la distance, la courbe de déphasage de chaque chambre, par rapport au générateur (Fig.7.4 et 7.5).

Entre les deux chambres de compression du dipôle (Fig.7.4), on peut noter que le déphasage n'est pas égal exactement à 180°. Ceci provient du fait que, dans la pratique, les membranes des deux chambres ne sont pas confondues, mais distantes de $\Delta x = 33$ mm. Si on corrige ces courbes, on retrouve 180°. Par contre, le monopôle étant situé à égale distance entre les deux chambres de compression du dipôle, il est déphasé (dans la zone I) de 180° par rapport à celui-ci (Fig.7.5).

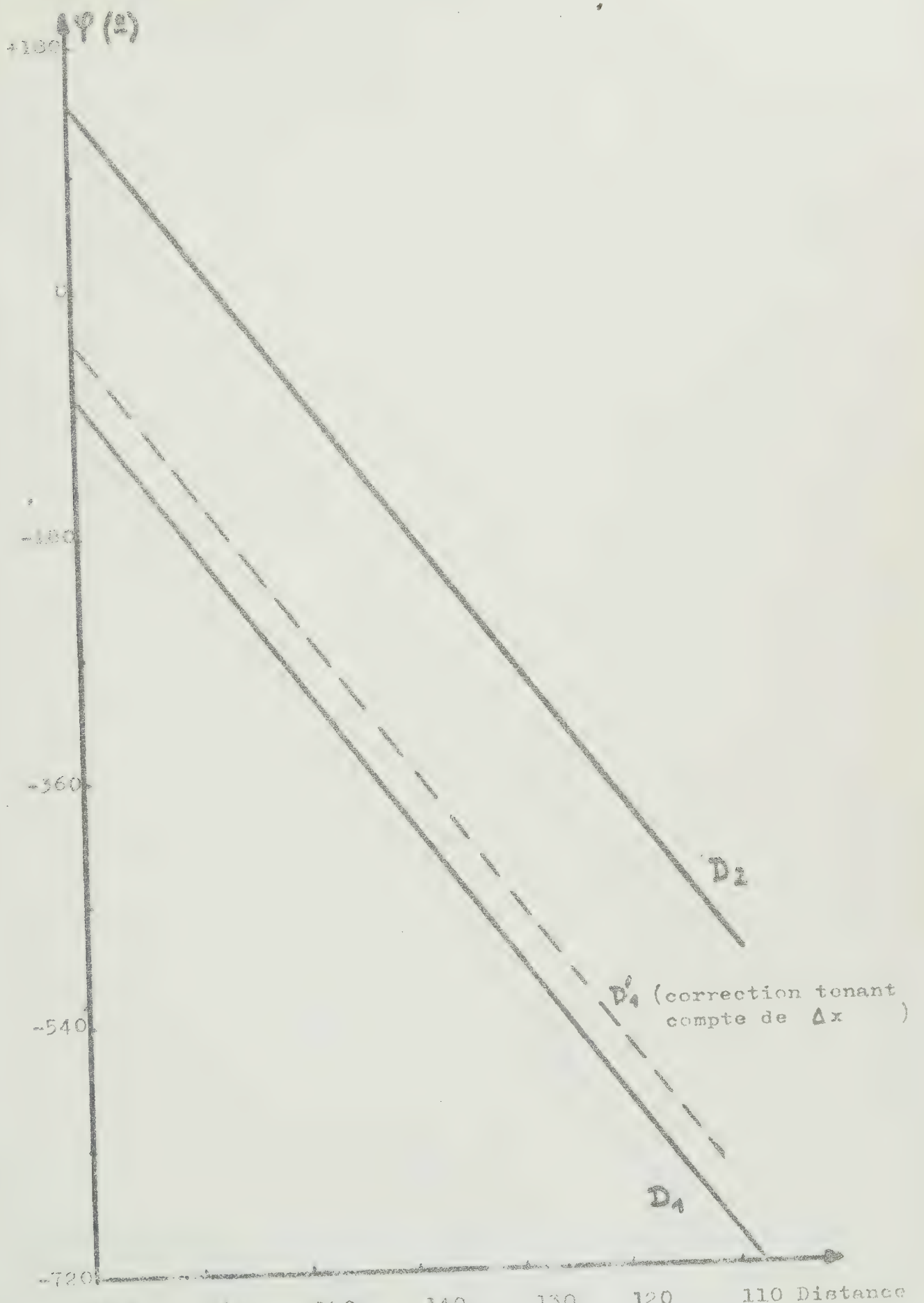


Fig. 7.4 COURBES DE DEPHASAGE DU DIPOLE

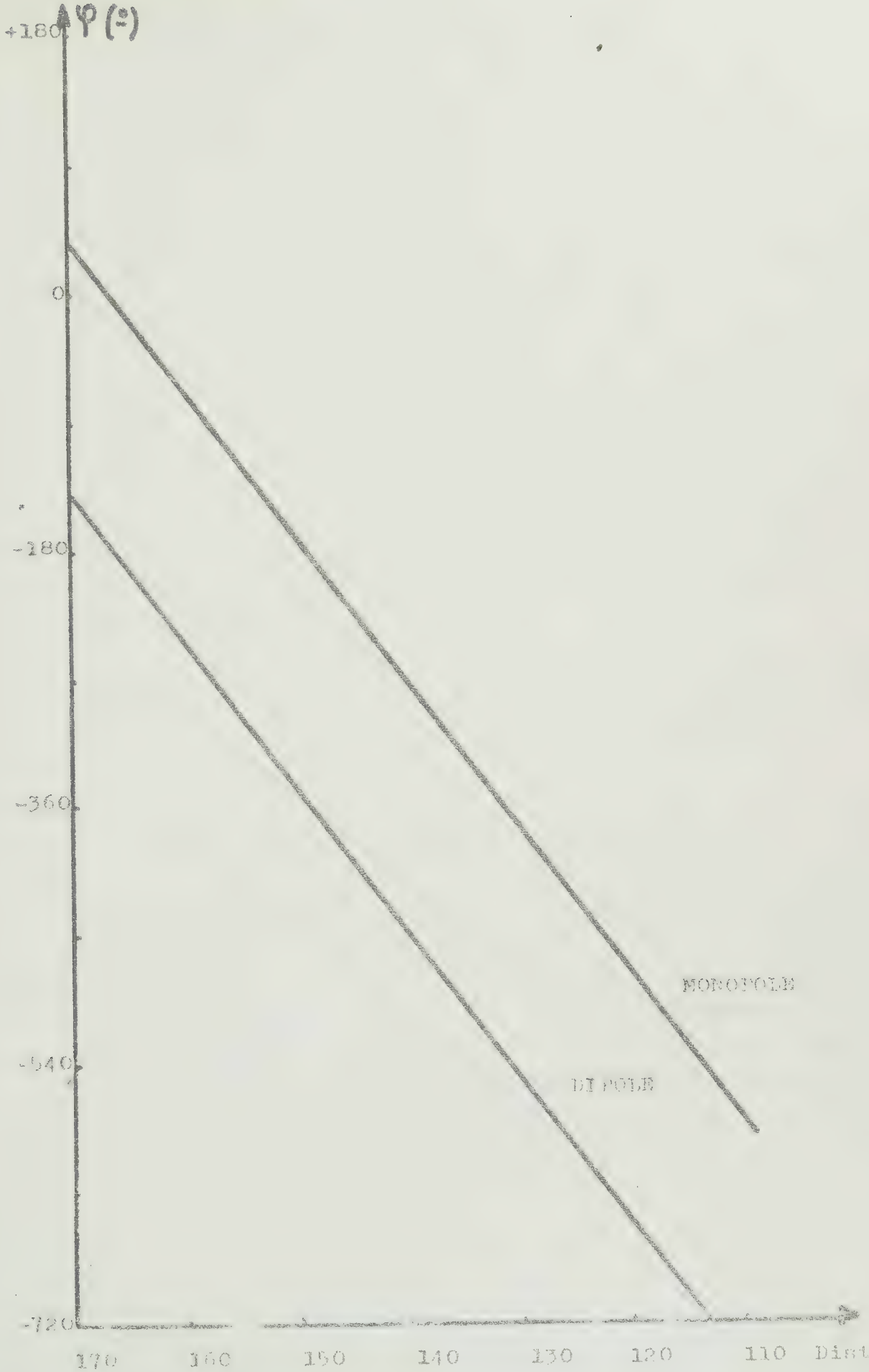


Fig. 7.5 COURBES DE DEPHASAGE DU [illegible]

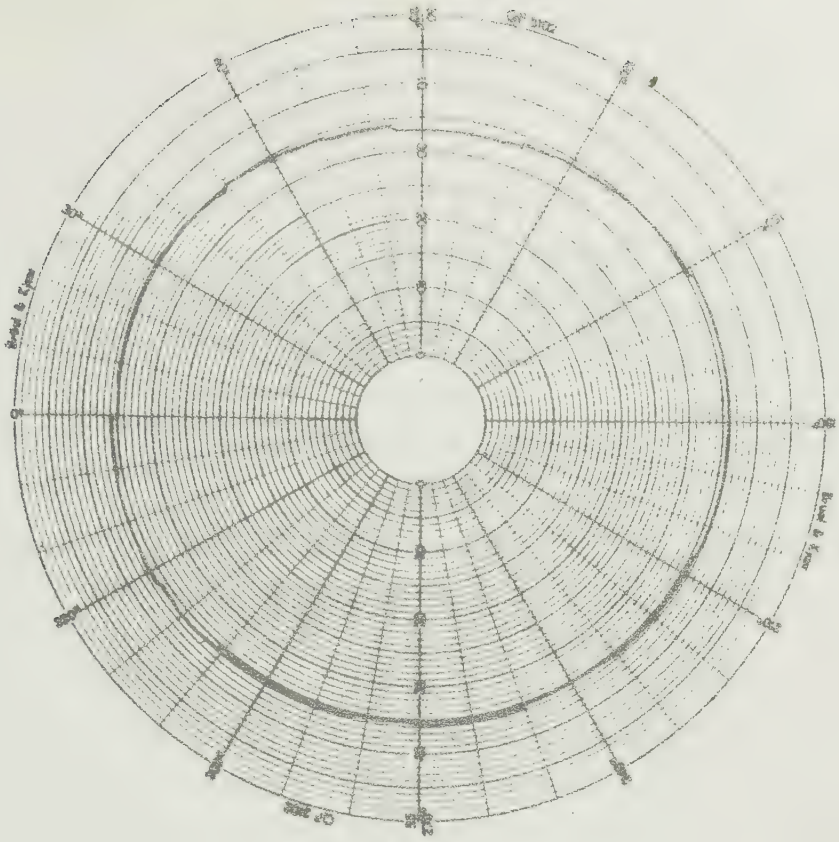
7.2.2.- Rayonnement des sources secondaires.-

Nous avons vu, dans la première partie de ce travail, que si la source primaire émet un champ Φ_0, il faut, pour le neutraliser, que le monopôle émette un champ $-\frac{1}{2}\Phi_0$ dans les zones I et II, et le dipôle un champ $+\frac{1}{2}\Phi_0$ dans la zone I et $-\frac{1}{2}\Phi_0$ dans la zone II, cette seconde condition disparaissant dans le cas du semi-Principe de Huygens. Pour obtenir ce rayonnement particulier des sources secondaires, il nous a fallu alimenter monopôle et dipôle par des chaines d'amplification séparées. En ajustant les gains des amplificateurs on a pu ainsi faire fonctionner les sources au niveau voulu. Nous avons, de plus, interposé un déphaseur dans le circuit du dipôle pour obtenir effectivement des ondes en opposition de phase avec celles du monopôle dans la zone I et en phase avec elles dans la zone II. Enfin, l'opposition de phase du champ secondaire global avec le champ incident, dans la zone II, a été obtenue en disposant un déphaseur supplémentaire entre le générateur et les amplificateurs. Toutes ces considérations expérimentales nous ont ainsi conduit à réaliser le montage schématisé par la figure 7.1.

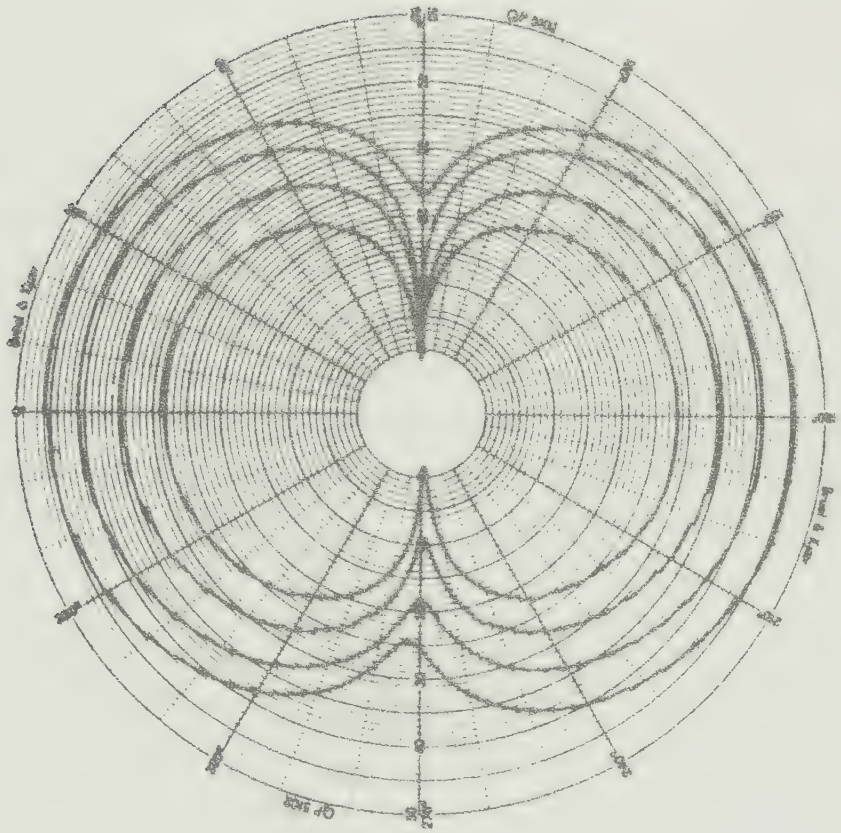
Nous avons, de plus, enregistré en chambre sourde, les diagrammes de rayonnement des sources secondaires. Les résultats sont représentés par la figure 7.6 et correspondent aux prévisions théoriques.

7.2.3.- Fonctionnement réel des sources secondaires.-

Nous avons vérifié qu'il était possible, avec notre montage, d'obtenir simultanément un champ nul d'un côté des sources secondaires (zone I) et un champ quelconque de l'autre côté (zone II). Pour cela, nous avons fait fonctionner seules les sources secondaires en réglant convenablement leurs amplitudes et leur phase. Effectivement, quel que soit le niveau d'émission des sources secondaires dans la zone II (tout au moins jusqu'aux limites de capacité des chambres, soit 110 dB environ), nous obtenions, dans la zone I, des niveaux inférieurs à 20 dB, ce qui correspondait au bruit de fond de nos analyseurs.



(a)



(b)

Fig. 7.6 RAYONNEMENT DES SOURCES SECONDAIRES

(a) Source monopolaire

(b) Source dipolaire

Nous avons constaté, d'autre part, que les réglages permettant d'obtenir cet état vibratoire des sources secondaires n'étaient valables que pour une fréquence et un niveau donnés. En effet, les niveaux d'émission sonore du monopôle et du dipôle ne varient pas de façon identique en fonction de la tension électrique fournie par le générateur et de la fréquence du signal.

Nous avons tracé les courbes de réponse des sources, en fréquence de 200 Hz à 1500 Hz (Fig.7.7), puis en tension, à la fréquence de 1000 Hz (Fig.7.8).

Ces courbes amènent deux remarques :

- les courbes de réponse en tension montrent que les chambres de compression ont des rendements à peu près identiques. L'équilibre des sources serait donc maintenu quelle que soit la tension fournie par le générateur si les chaînes d'amplification des deux sources (amplificateur seul pour le monopôle, amplificateur et déphaseur pour le dipôle) avaient des gains parfaitement identiques. Ce n'est pas le cas pour le matériel que nous avons utilisé ;

- les courbes de réponse en fréquence soulignent par contre des comportements sensiblement différents des deux sources. Par conséquent, notre montage ne peut constituer un dispositif d'absorption acoustique active que dans une plage de fréquence de faible largeur.

Notre montage, à ce stade, a donc des possibilités limitées, mais il permet, tout de même d'annihiler des sons purs pouvant atteindre 110 dB. Il constitue, de plus, une étape nécessaire pour bien analyser les absorbeurs actifs à une dimension et pour aboutir à un dispositif automatique.

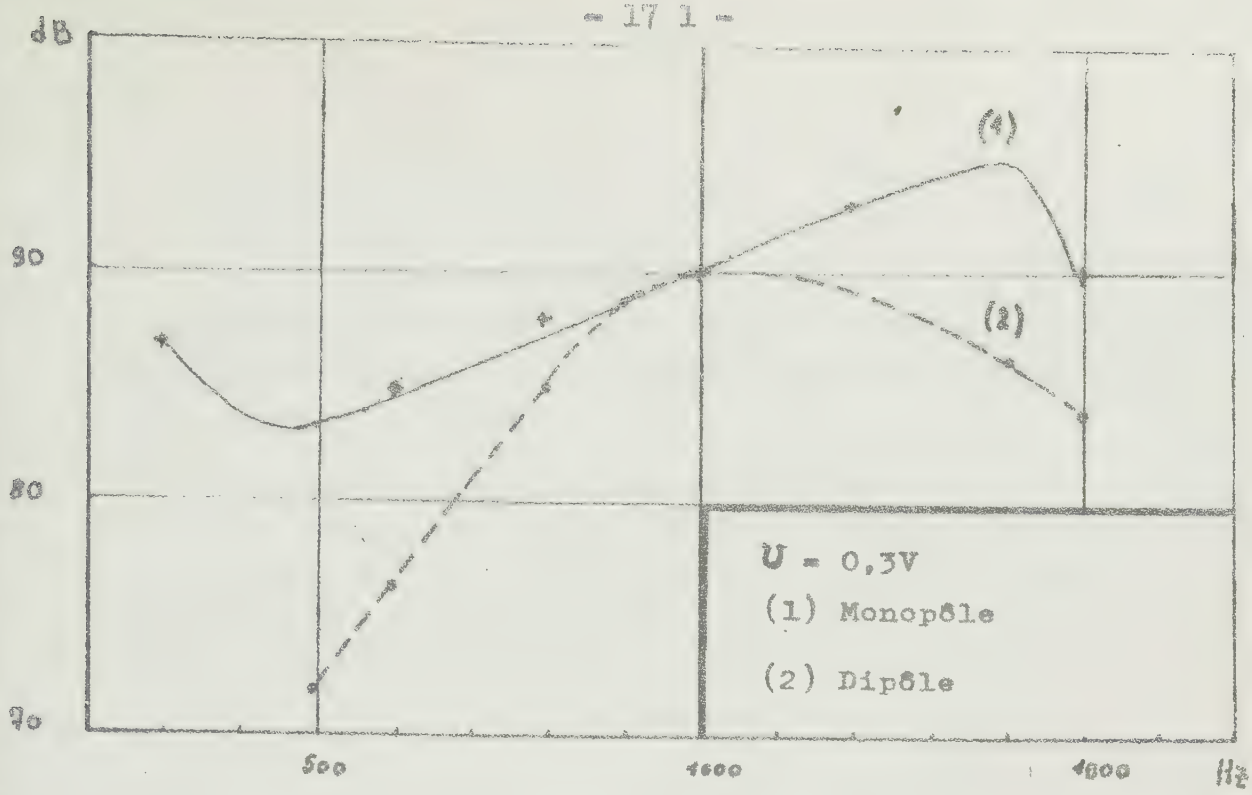


Fig. 7.7 RÉPONSE EN FRÉQUENCE DES SOURCES SECONDAIRES

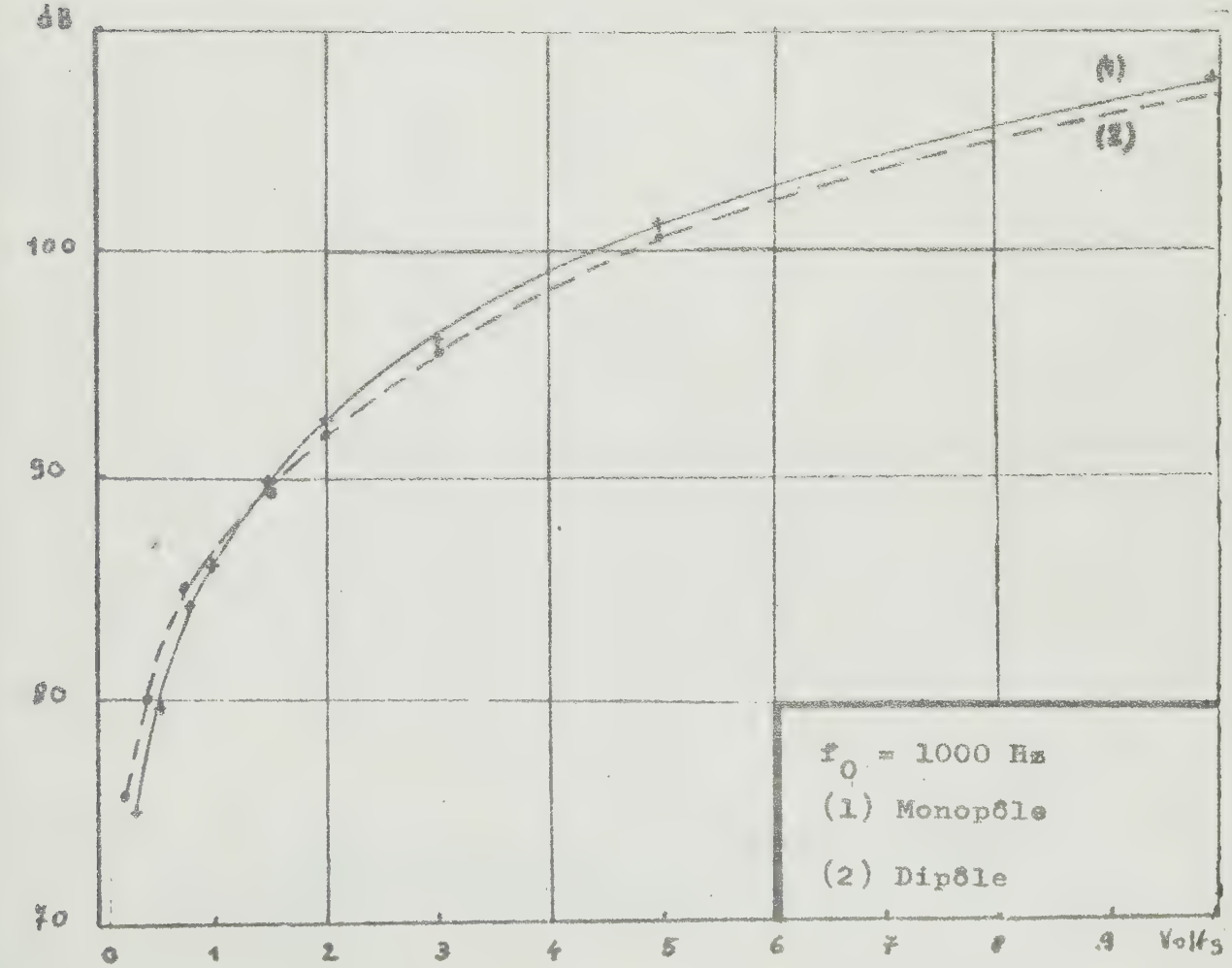


Fig. 7.8 NIVEAU SONORE PRODUIT PAR LES SOURCES

7.3.- Résultats expérimentaux.-

Pour différentes fréquences (entre 100 Hz et 8000 Hz) et différents niveaux (jusqu'à 110 dB) de la source primaire, nous avons étudié la possibilité d'accorder les sources secondaires de façon à annuler l'onde primaire dans la zone II.

7.3.1.- Principe de Huygens au sens strict.-

Nous avons constaté que notre dispositif fonctionnait de façon satisfaisante et que les courbes de niveau sonore à l'intérieur du tube présentaient toutes l'allure suivante (Fig.7.9).

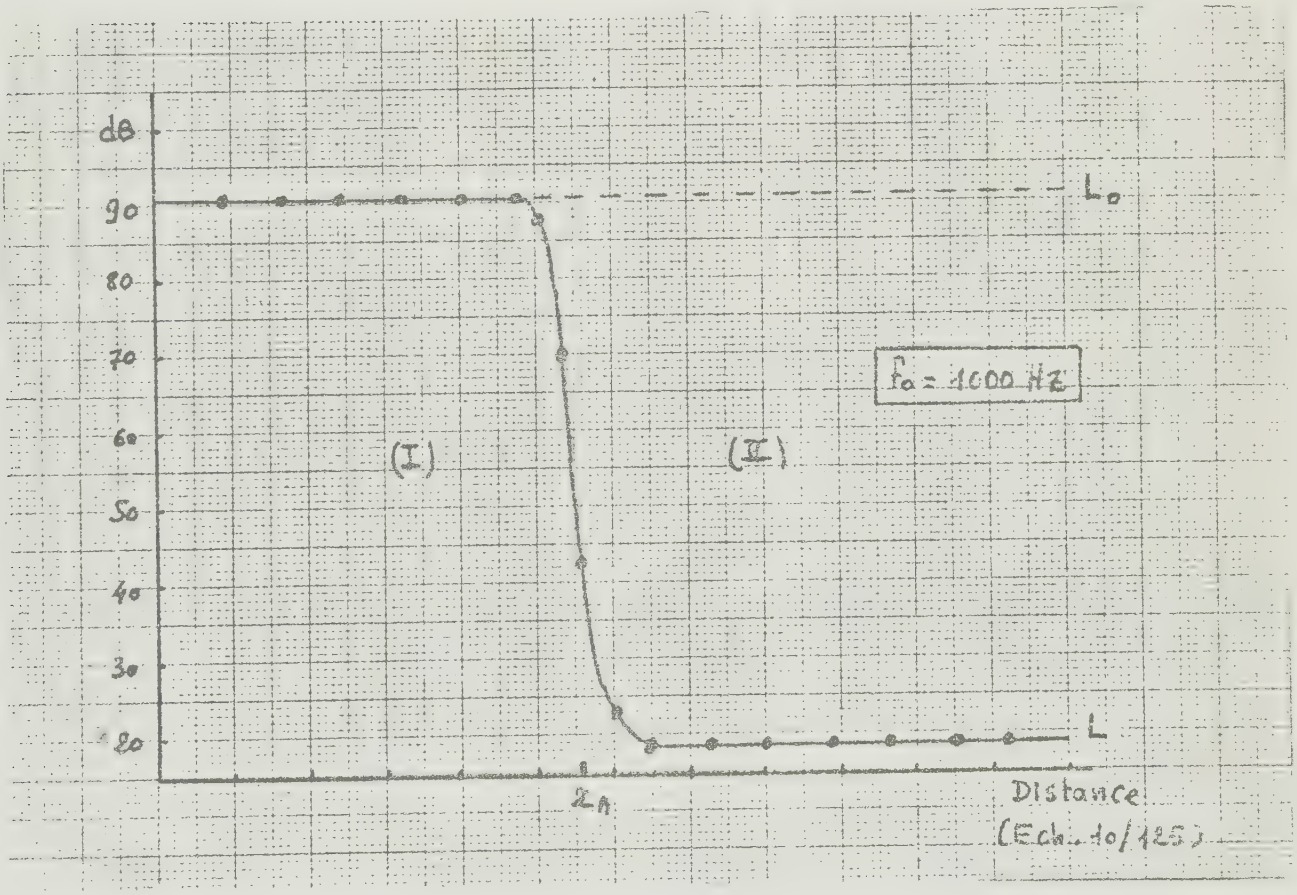


Fig.7.9.- Variations du niveau sonore dans le tube ; les sources absorbantes sont disposées en $x = x_A$.

En fait, l'accord n'étant pas absolument parfait, nous avions de légères ondes stationnaires dans la zone I où le niveau subissait des fluctuations inférieures à 0,5 dB.

Nous avons mesuré ensuite, en fonction de la fréquence, l'atténuation maximale que nous pouvions obtenir avec ce montage (Fig.7.10) ; elle est toujours importante, de l'ordre de 50 à 70 dB, mais dépend fortement de la finesse de réglage, c'est-à-dire finalement de la qualité de l'appareillage électronique et en particulier de sa stabilité dans le temps.

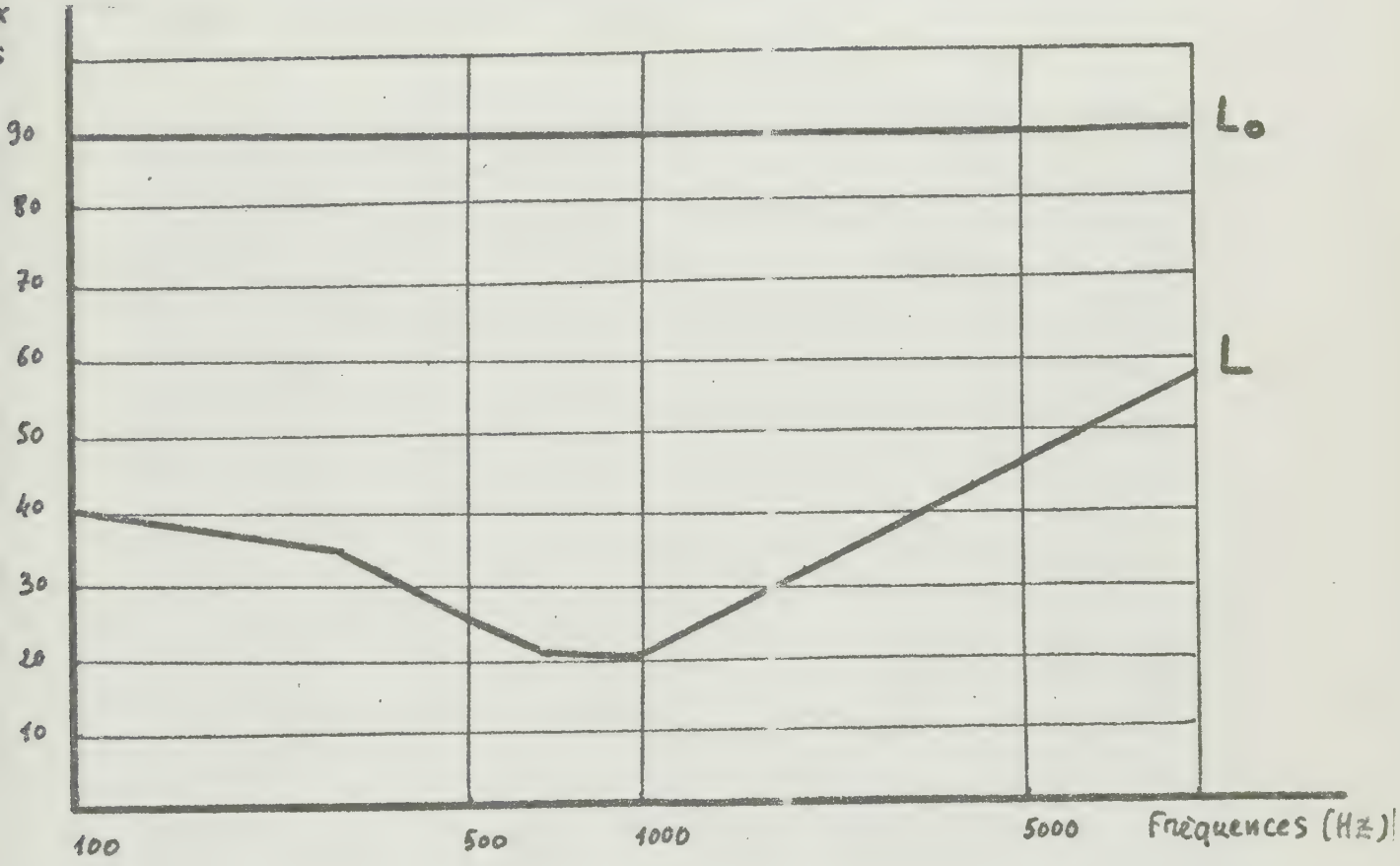


Fig.7.10.- Atténuation maximum en fonction de la fréquence.

7.3.2.- Principe de Huygens au sens faible.-

Nous avons vu que, si on n'impose pas $\Delta L = 0$ dB dans la zone I, on peut remplacer l'ensemble des sources secondaires par une source simple. Nous avons vérifié ce fait expérimentalement en débranchant le dipôle et en mesurant le niveau sonore dans tout le tube.

Les résultats sont conformes à la théorie et représentés par la figure 7.11.

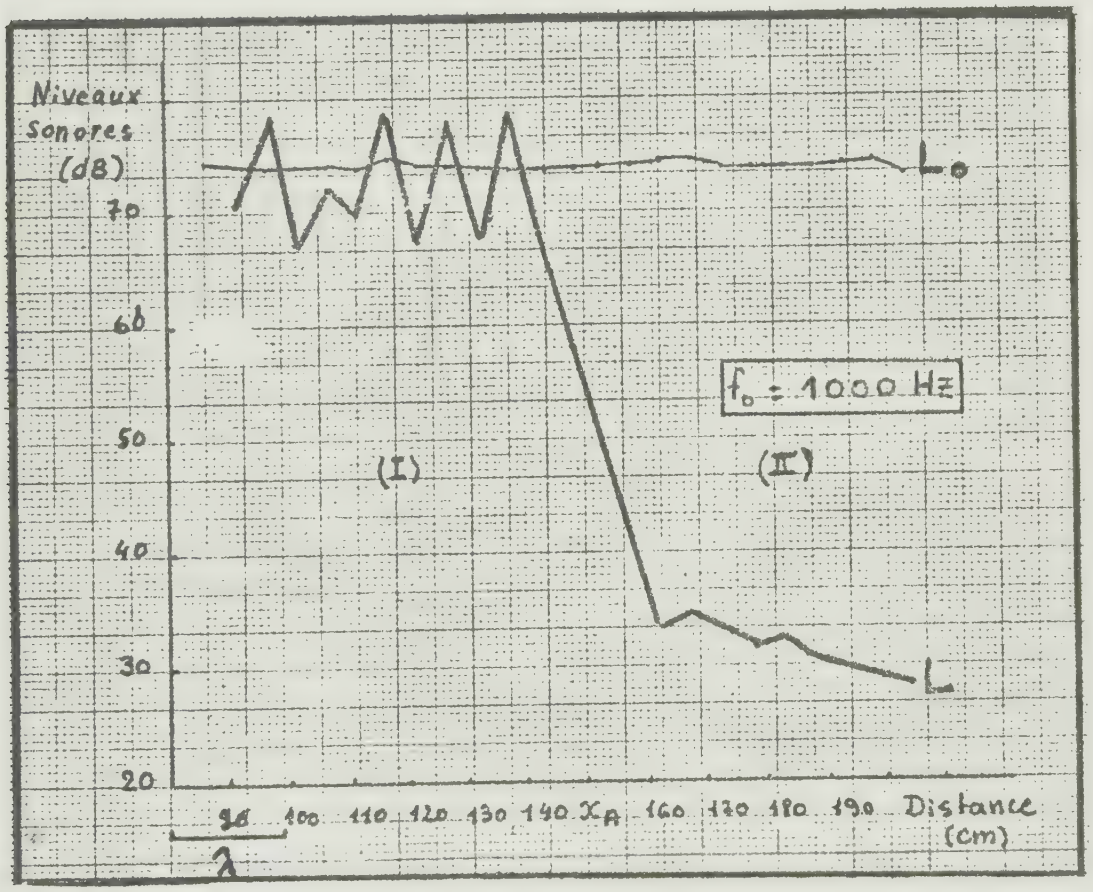


Fig.7.11.- Principe de Huygens au sens faible dans un tube.

On constate dans la zone I des renforcements du son primaire (de 8 à 9 dB environ) et un affaiblissement d'une quarantaine de dB dans la zone II.

7.4.- Le problème de l'automatisation d'un absorbeur actif.-

Le montage que nous venons de décrire nous a permis, par contrôle manuel, d'obtenir un affaiblissement de 50 à 70 dB. En fait, ces résultats sont obtenus grâce à la simplicité relative du problème abordé. En effet, dans les expériences précédentes, les caractéristiques (amplitude, phase, fréquence) de l'onde primaire sont constantes.

Il n'en est généralement pas de même dans la pratique, et il apparaît nécessaire de réaliser un montage automatique qui rattrape à chaque instant les variations du champ incident.

Schématiquement, un tel système peut se représenter de la façon suivante (Fig.7.12).

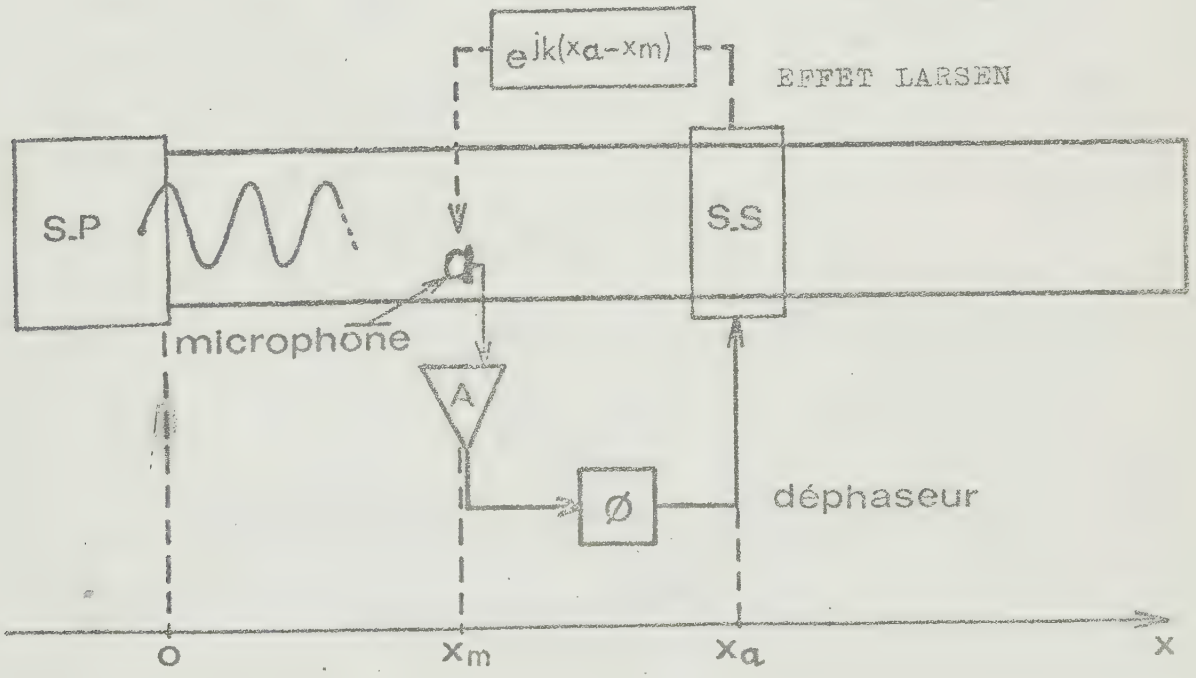


Fig.7.12.- Schéma d'un dispositif anti-bruit automatique.

Si on appelle :

$A(i\omega)$ la transmittance du circuit amplificateur-déphaseur

$\mu(i\omega)$ la transmittance électroacoustique du microphone et des sources secondaires,

la transmittance de l'ensemble peut s'écrire :

$$T(i\omega) = \frac{\mu(i\omega)\ A(i\omega)}{1 - \mu(i\omega)\, A(i\omega)\, e^{i\omega(x_A - x_m)/c}} \tag{7.1}$$

et par conséquent la stabilité du système ne sera assurée que si cette transmittance ne possède pas de pôles à partie réelle positive. D'autre part, il n'est pas possible d'augmenter le gain de l'amplificateur sans porter atteinte à la stabilité du montage. Ceci explique les faibles atténuations (10 à 15 dB) obtenues par Olson et par nous-mêmes au cours d'expériences antérieures. De tels inconvénients disparaissent dans notre montage. En effet, lorsqu'on a pris la précaution d'équilibrer les sources secondaires, elles ont un rayonnement nul en direction de la source primaire, c'est-à-dire du microphone. Par conséquent, les risques d'accrochage par Effet Larsen sont éliminés et la transmittance devient :

$$T(i\omega) = \mu(i\omega)\ A(i\omega) \tag{7.2}$$

Ainsi, la pression rayonnée par les sources secondaires s'écrira :

$$p^A = \mu A p_i \tag{7.3}$$

où p_i est la pression captée par le microphone, c'est-à-dire :

$$p_i = p_0\, e^{-ikx_m} \tag{7.4}$$

La condition à réaliser est :

$$p^A = p_0\, \mu A\, e^{-ikx_m} = \begin{cases} a) + \frac{1}{2} p_0\, e^{-ikx_A} \\ b) - \frac{1}{2} p_0\, e^{-ikx_A} \end{cases} \tag{7.5}$$

soit :

(7.6) $$|\mu A| = \frac{1}{2}$$

et

(7.7) $$Arg(\mu) + Arg(A) = \begin{cases} a) & 0 + k\,(x_A - x_m) \\ b) & \pi + k\,(x_A - x_m) \end{cases}$$

La condition a) porte sur la branche dipolaire rayonnant dans la zone I, la condition b) porte sur le monopôle et la branche dipôlaire rayonnant vers la zone II.

Le problème de l'absorbeur actif automatique se réduit donc à un réglage préliminaire de l'amplificateur et du déphaseur, pourvu que les sources secondaires soient parfaitement équilibrées.

7.5.- Influence des réglages d'amplitude et de phase.-

Nous avons tracé, au Chapitre 2, le réseau de graphes :

$$\Delta L\,(\delta L, \delta\varphi)$$

qui montre l'influence des réglages d'amplitude et de phase sur le coefficient d'affaiblissement. Afin de retrouver ces résultats expérimentalement, nous avons, partant d'un montage équilibré ($\delta\Psi = 180°$, $\delta L = 0$ dB), modifié le déphasage des sources secondaires. On constate que l'affaiblissement diminue et on désigne par $\Delta L(\delta\varphi_0, 0)$ sa valeur.

Partant de ce point, nous avons fait croître, puis décroître, l'écart de niveau δL par bonds de 2 dB, ce qui permet de tracer le graphe :

$$\Delta L\,(\delta\varphi_0, \delta L)$$

En recommençant pour différentes valeurs de $\delta\varphi_0$, on retrouve le réseau théorique de graphes (Fig.7.13).

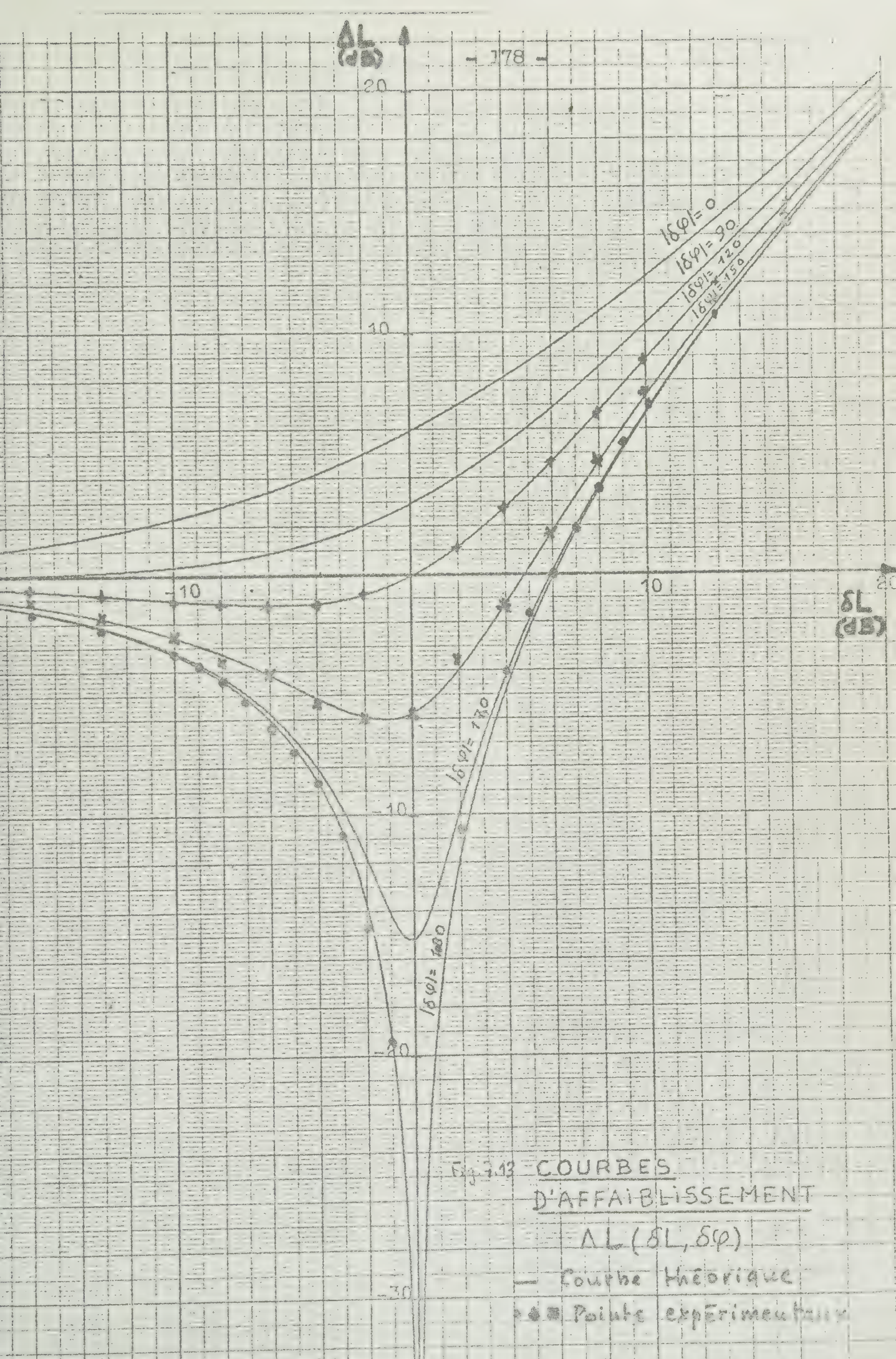


Fig. 7.13 COURBES D'AFFAIBLISSEMENT $\Delta L(\delta L, \delta\varphi)$

— Courbe théorique

●■ Points expérimentaux

Pour mettre en évidence l'importance des réglages de phase, nous avons choisi δL et $\delta\varphi$ de façon que l'affaiblissement prenne une valeur donnée ΔL_o . Nous avons ensuite fait varier le déphasage entre la source primaire et les sources secondaires et mesuré la valeur prise par ΔL. Nous avons retrouvé, avec une très grande précision, le réseau théorique du Chapitre 2 (Fig. 7.14).

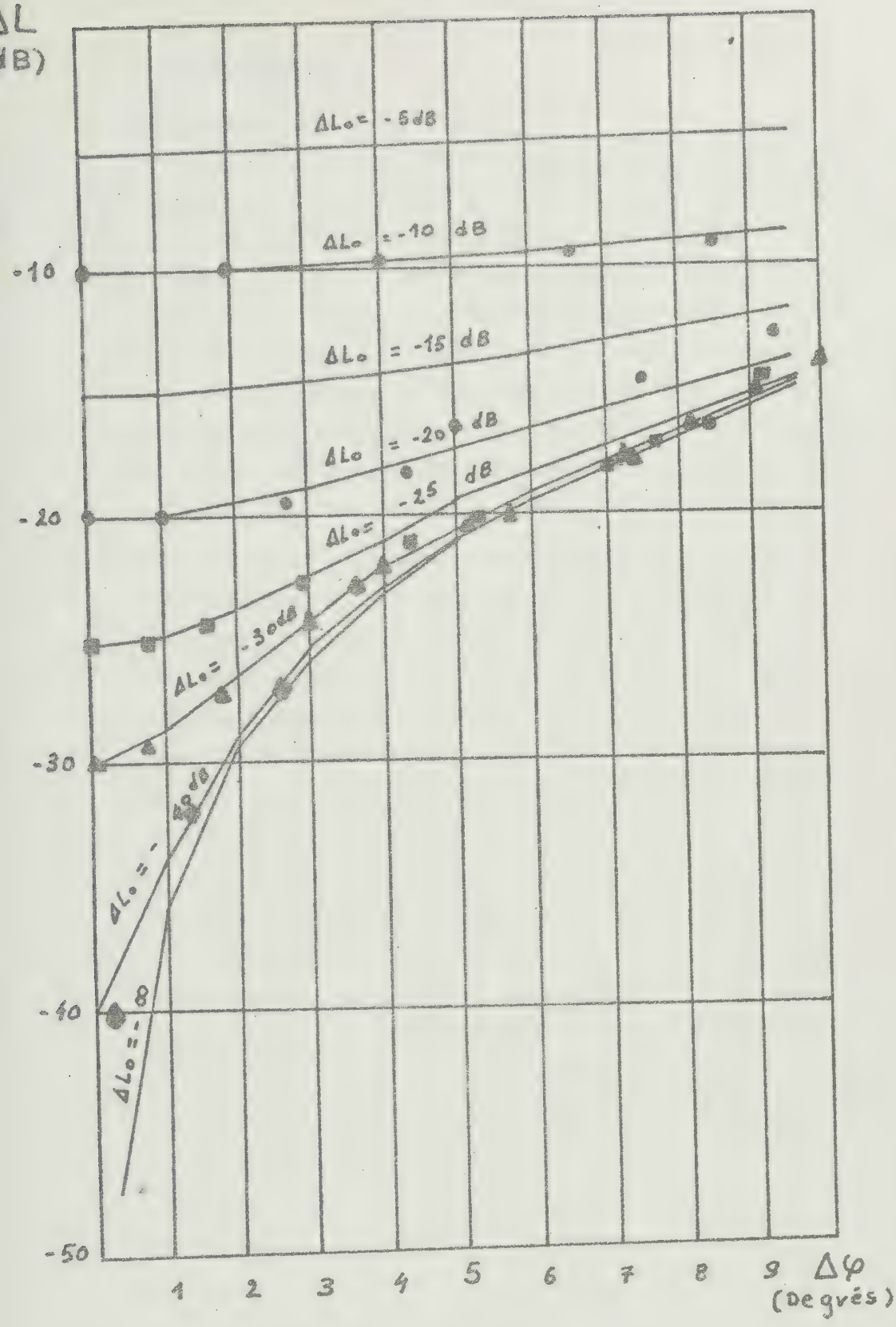


Fig. 7.14 ETUDE EXPERIMENTALE DE L'ERREUR DE PHASE

——— Courbe théorique

♦ ● ■ Résultats expérimentaux

7.6.- Conclusions.-

Nous avons réalisé un absorbeur actif dans le cas, simple, où la fréquence, l'amplitude et la phase du signal à absorber sont constantes. Par ailleurs, en choisissant un modèle expérimental à une dimension, nous nous sommes limités à l'absorption d'ondes planes et de basse fréquence. Toutefois, à ce stade, notre dispositif présente déjà des possibilités certaines d'application. En effet, c'est en basse fréquence que l'absorption active du son présente tout son intérêt car dans ce domaine, les absorbeurs passifs sont peu efficaces et encombrants du fait de l'importance des longueurs d'onde. De plus, les problèmes à une dimension ne sont pas rares dans la pratique. Nous citerons deux exemples concrets :

1°) Les conduites d'aération et de ventilation : elles véhiculent généralement des bruits, provenant du ventilateur, dont les composantes de basse fréquence, caractérisées par un ronflement, sont les plus gênantes et les plus difficiles à éliminer. Le système que nous avons étudié semble particulièrement bien adapté à ce problème, car aucun obstacle n'empêche l'écoulement de l'air, et l'ensemble des sources secondaires et appareils électroniques peut se loger dans un collier que l'on pourrait monter à l'embouchure de la conduite.

2°) Le dépoussiérage acoustique : on a d'abord utilisé les ultra-sons pour le dépoussiérage des fumées, en raison de leurs effets de coalescence sur les grains de poussière. Or, Wyrzykowski {57},{58} et Timoshenko {59} ont établi la supériorité, dans ce domaine, des ondes acoustiques de basse fréquence. L'inconvénient majeur de ce procédé, actuellement expérimenté dans des usines soviétiques, est la gêne considérable causée par le bruit qui en résulte. Ce dépoussiérage ayant lieu dans des cheminées, notre dispositif semble être, ici encore, susceptible de trouver une application utile.

CHAPITRE 8

ETUDE EXPERIMENTALE D'UN ABSORBEUR ACOUSTIQUE ACTIF TRIDIMENSIONNEL EN CHAMBRE ANECHOIQUE

8.- ETUDE EXPERIMENTALE D'UN ABSORBEUR ACOUSTIQUE ACTIF TRIDIMENSIONNEL EN CHAMBRE ANECHOIQUE.

8.1.- Généralités.-

L'étude théorique de la première partie a montré que le principe de Huygens, au sens strict ou au sens faible, gardait sa validité lorsque les sources infinitésimales à répartir sur la surface Σ étaient remplacées par des sources finies, localisées en un certain nombre de points de cette surface. Ce fait, confirmé par une simulation sur ordinateur, devait être vérifié expérimentalement. Nous avons choisi le cas où Σ est une surface sphérique, de petit diamètre ($D \leqslant 2$ m) afin de pouvoir, dans un premier temps travailler en chambre anéchoïque. Ce choix impliquait l'utilisation du principe de Huygens au sens faible. En effet, les sources secondaires devant diffracter ou perturber aussi peu que possible le champ sonore incident, il nous était difficile d'utiliser des sources à rayonnement cardioïdal car celui-ci ne peut être obtenu qu'au moyen de réalisations relativement lourdes et encombrantes {x}. Il était facile, par contre, de disposer sur Σ des haut-parleurs de petit diamètre qui, correctement baffles, pouvaient être assimilés à des sources simples ponctuelles. En opérant ainsi, nous avons pu étudier deux répartitions de sources secondaires, respectivement icosaëdrique et dodécaédrique.

x x x

{x} *Voir en particulier MANGIANTE (38) et OLSON (60).*

8.2.- Etude expérimentale des sources utilisées.-

8.2.1.- Réalisation et montage des sources.-

Sur une sphère en bois dur de 20 cm de diamètre ont été percés 32 trous radiaux correspondant respectivement aux 12 sommets d'un icosaédre et aux 20 sommets d'un dodécaédre, de façon que les sommets d'un des polyèdres soient au centre des faces de l'autre.

Les sources élèmentaires ont été réalisées au moyen de haut-parleurs AUDAX, type CIS8C (puissance 0,4 W, diamètre 77 mm, impédance 4 Ω), bafflés de façon à avoir un rayonnement sphérique aux fréquences utilisées (fig. 8.1 et 8.2). Chaque ensemble baffle + haut-parleur a été placé au bout d'une tige métallique enfichable dans l'un des trous de la sphère de bois. En utilisant deux longueurs de tiges différentes, on a pu obtenir deux configurations réciproques de sources correspondant à la source primaire (tiges les plus courtes) et aux sources secondaires (fig. 8.3 et 8.4).

8.2.2.- Courbe de réponse des sources.-

L'enregistrement graphique de la réponse en fréquence des deux configurations de sources sonores (fig. 8.5.) appelle deux remarques :

- le rendement électroacoustique est très médiocre aux basses fréquences, disons inférieures à 300 Hz. Ce fait, dû au faible diamètre des haut-parleurs nous a empêché d'obtenir les performances optimales de notre dispositif qui se situaient, d'après la théorie, dans ce domaine de fréquence. En particulier, il nous était impossible d'obtenir, sans distorsion, un niveau sonore incident supérieur à 60 dB. Le niveau de bruit de fond se situant entre 20 et 25 dB, l'atténuation maximum ne pouvait dépasser 35 à 40 dB ;

- les réponses sont sensiblement différentes pour l'icosaédre et le dodécaédre entre 200 Hz et 1000 Hz, ce qui restreint considérablement la bande passante d'un absorbeur acoustique actif constitué à l'aide de ces ensembles de sources.

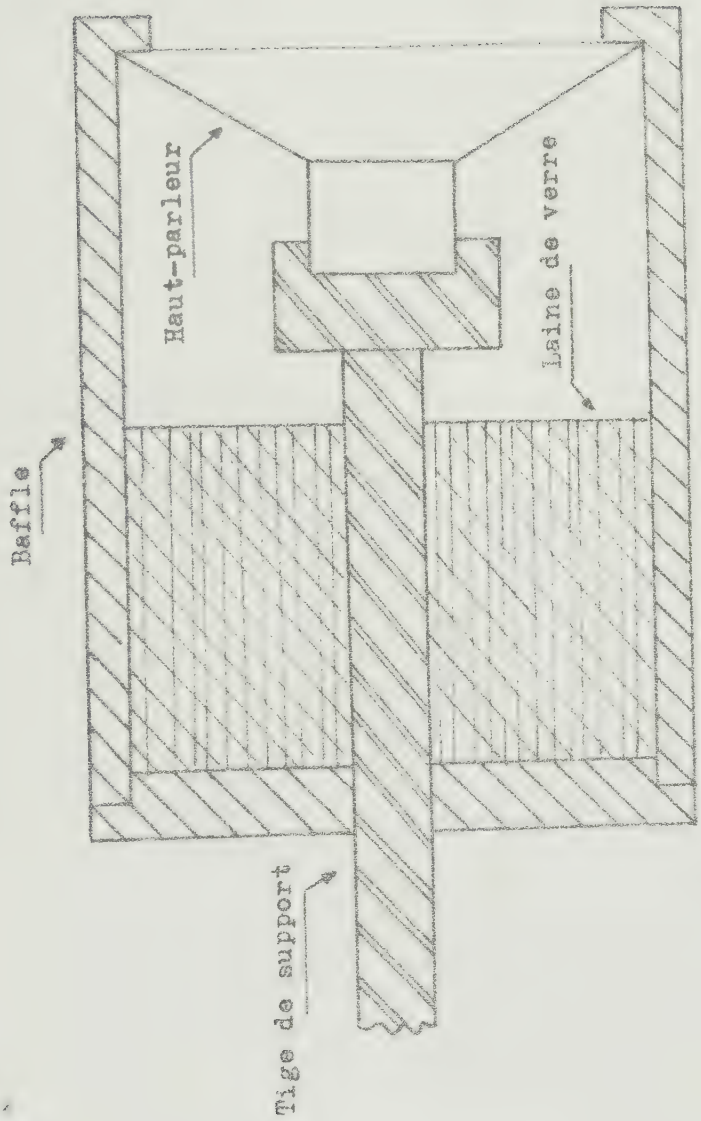


Fig. 8.1 REALISATION D'UNE SOURCE SIMPLE

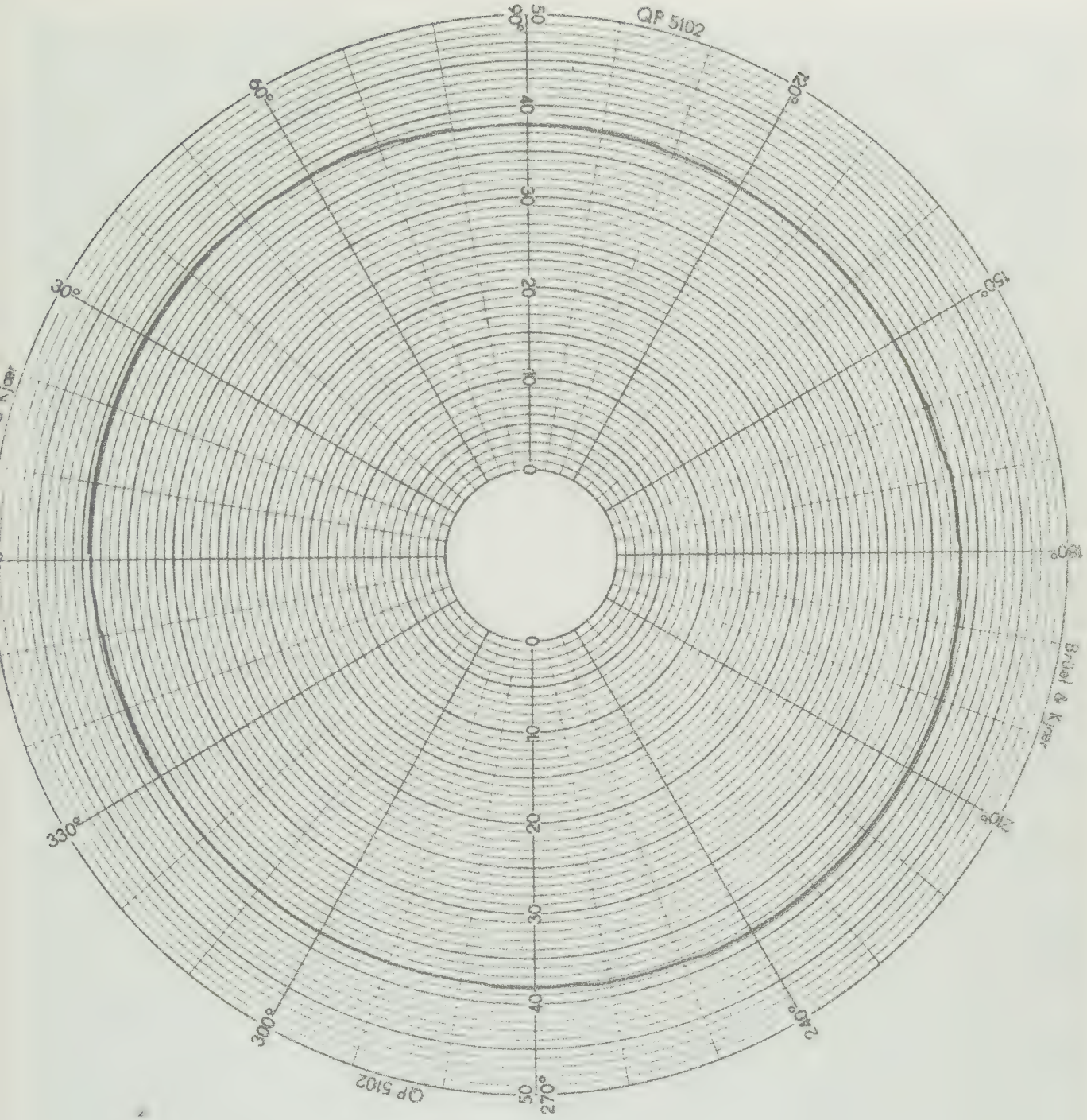


Fig. 8.2 RAYONNEMENT D'UNE SOURCE ELEMENTAIRE

f_0 = 500 Hz D = 1 m

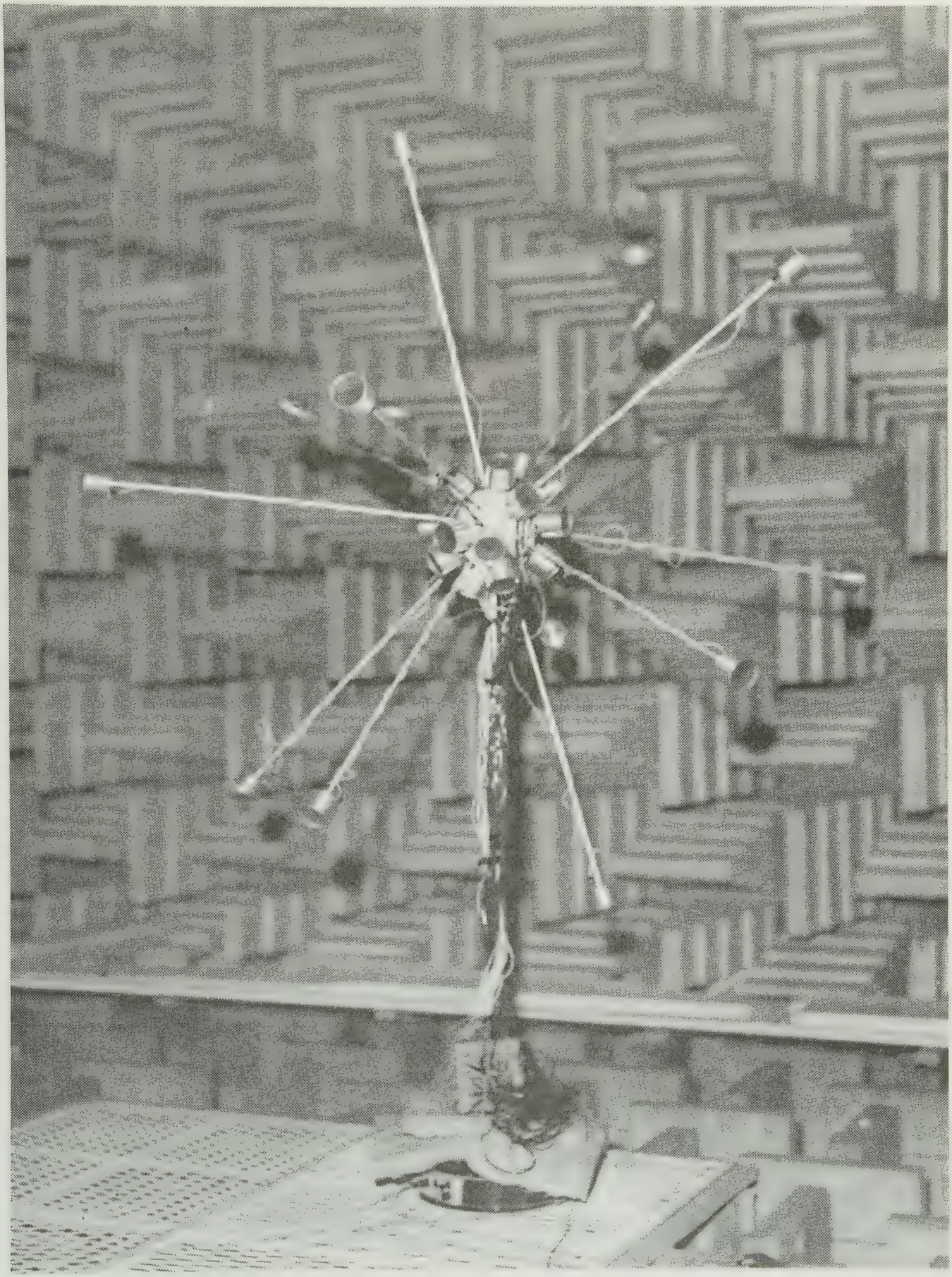


Fig. 8.3. Sources secondaires sur un icosaédre

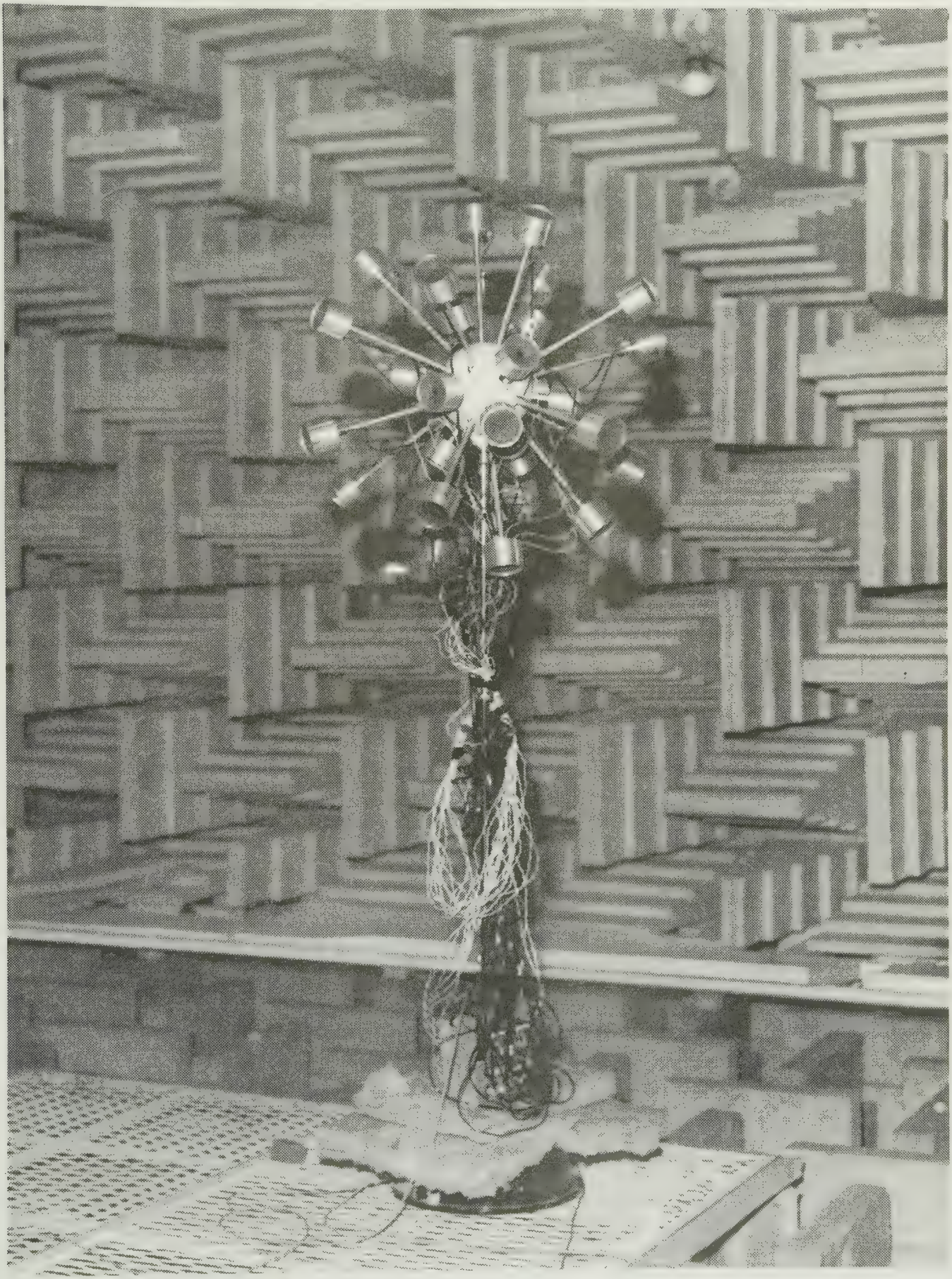


Fig. 8.4. Sources secondaires sur un dodécaédre

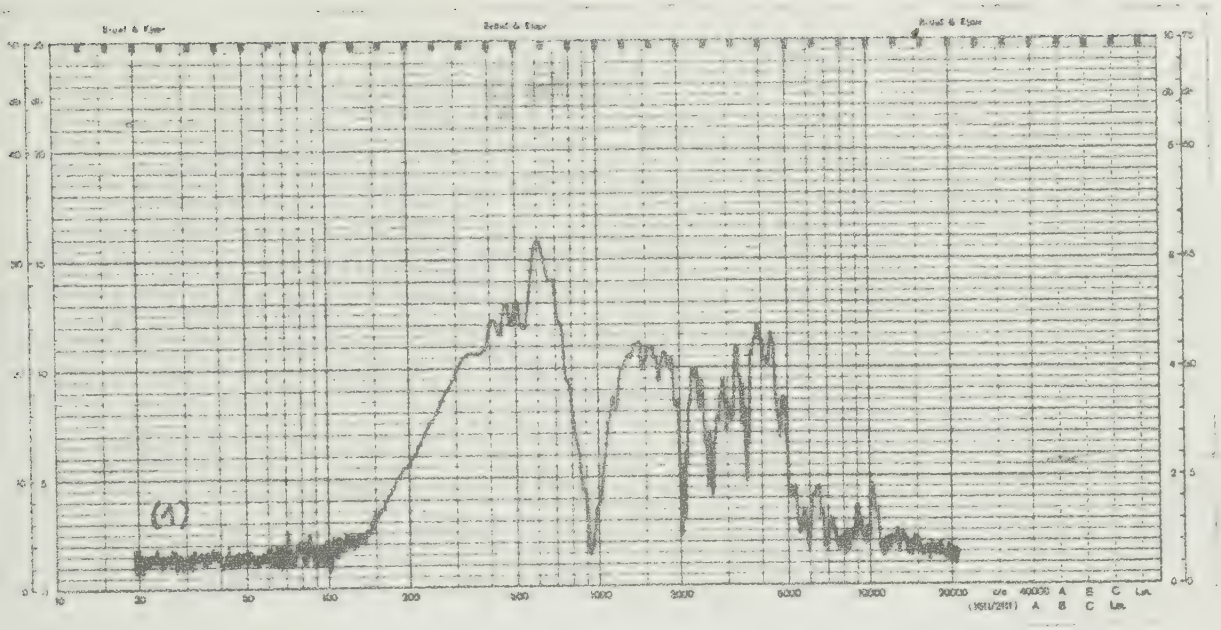
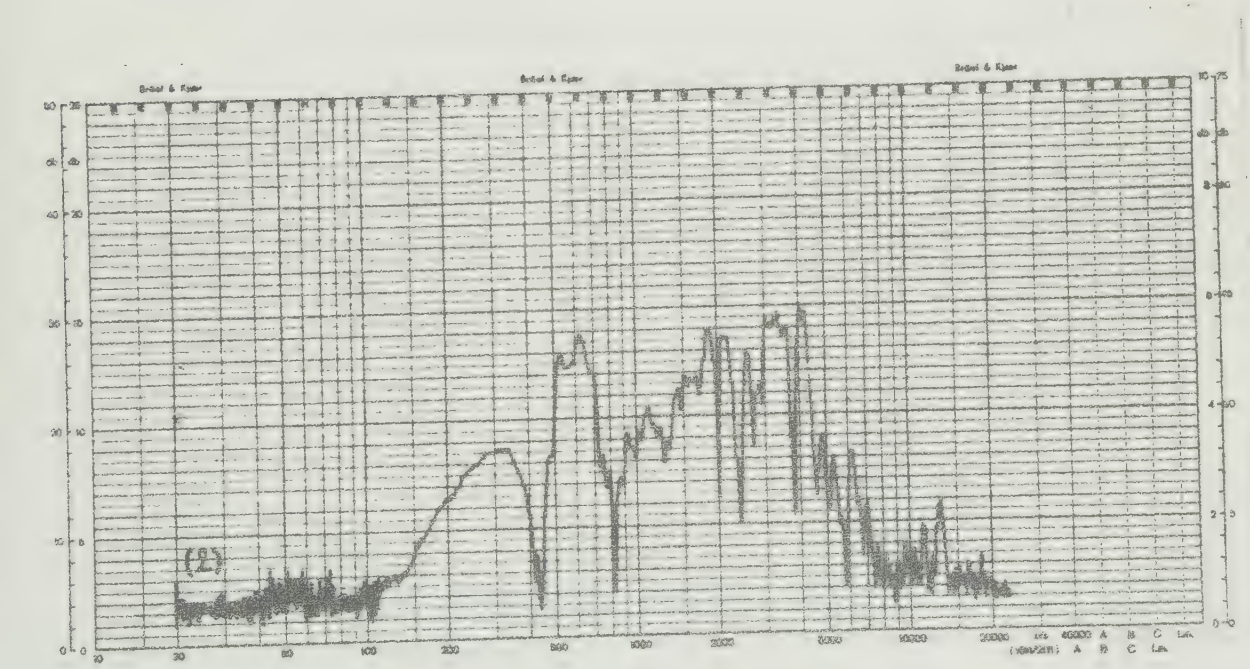


Fig. 8.5 REPONSE EN FREQUENCE DES SOURCES

(1) Sources sur un icosaèdre

(2) Sources sur un dodécaèdre

Niveau sonore de référence: 65dB à 300 Hz



8.3.- Montage expérimental.-

8.3.1.- Alimentation des sources.-

Le but des manipulations étant de vérifier la validité du principe de Huygens après discrétisation, nous n'avons pas abordé le problème du capteur guidant les sources secondaires nous bornant seulement à alimenter, à partir du même générateur, la source primaire et les sources secondaires, après une amplification convenable. L'opposition de phase entre le champ incident et le champ absorbant a été obtenue au moyen d'un déphaseur interposé dans le circuit des sources secondaires (fig. 8.6.).

8.3.2.- Chaîne de mesure.-

L'ensemble des sources a été monté sur une table tournante Bruel & Kjaer (fig. 8.3 et 8.4) afin de permettre une exploration du niveau sonore dans tout plan horizontal de la chambre anéchoïque. Le signal, capté par un microphone était reçu sur une chaîne de mesure comprenant :

- un filtre sélectif accordé sur la fréquence d'émission (Bruel & Kjaer, type 2107) {*} ;
- un enregistreur de niveau (Bruel & Kjaer, type 2305) couplé avec le filtre et en synchronisme avec la rotation de la table tournante ;
- un analyseur en temps réel (Bruel & Kjaer, type 3347) couplé avec un enregistreur graphique (Bruel & Kjaer, type 2307) permettant d'obtenir le tracé, par tiers d'octaves, son spectre de fréquences.

{*} *Selon le type de mesure, le filtre sélectif pouvait être remplacé par un analyseur fonctionnant en tiers d'octave, en octave ou en linéaire.*

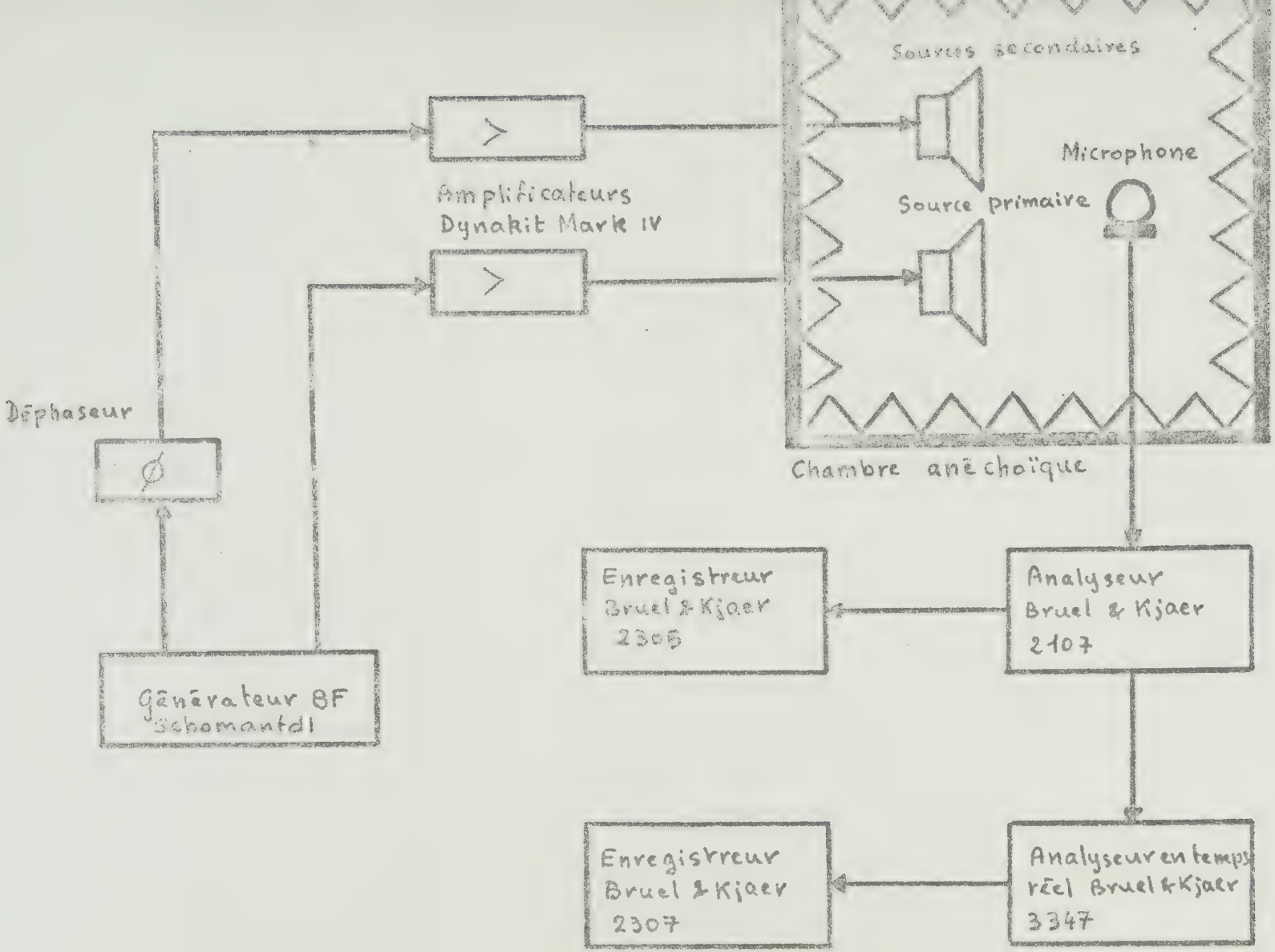


Fig. 3.6 PRINCIPE DES MESURES EN CHAMBRE ANECHOÏQUE

8.4.- Sources secondaires sur un icosaédre.-

Dans la première configuration que nous avons étudiée, les sources secondaires étaient disposées aux douze sommets d'un icosaédre, inscrit dans une sphère de deux mètres de diamètre. La source primaire était constitué par vingt sources élémentaires disposées sur le dodécaédre réciproque, lui-même inscrit dans une sphère de vingt centimètres de rayon. Afin d'éviter les réflexions parasites sur les supports des sources, nous avions noyé ceux-ci dans de la mousse de polyuréthene (fig. 8.7.).

8.4.1.- Rayonnement de la source primaire.-

Avant de faire fonctionner le dispositif en absorbeur acoustique actif nous avons relevé les diagrammes de rayonnement des deux répartitions de sources. La figure 8.8 représente, dans un plan horizontal situé à 1,60 m du sol de la chambre anéchoïque, le rayonnement de la source primaire, dans la bande de fréquence s'étendant de 300 Hz à 1000 Hz. Le niveau de référence est L_o = 60 dB pour l'angle polaire 0°. La distance du centre des sphères au microphone était de 8 m. Ces deux paramètres sont restés constants pendant toute la durée des manipulations en chambre anéchoïque. On constate que le rayonnement primaire demeure sphérique jusqu'à 1000 Hz, fréquence à laquelle il se déforme pour se rapprocher d'un rayonnement dipolaire.

8.4.2.- Rayonnement des sources secondaires.-

Même dans le domaine des basses fréquences, les diagrammes de rayonnement des sources secondaires diffèrent sensiblement d'un cercle (fig. 8.9). Ceci n'a rien d'étonnant si on remarque qu'à la plus basse fréquence utilisée (220 Hz) le rapport $\frac{R}{\lambda}$ vaut 0,6, valeur trop importante, d'après l'étude théorique du § 6.4.1.2., pour que le rayonnement soit sphérique. On remarque de plus, l'absence de symétrie dans les diagrammes, due au fait que les haut-parleurs

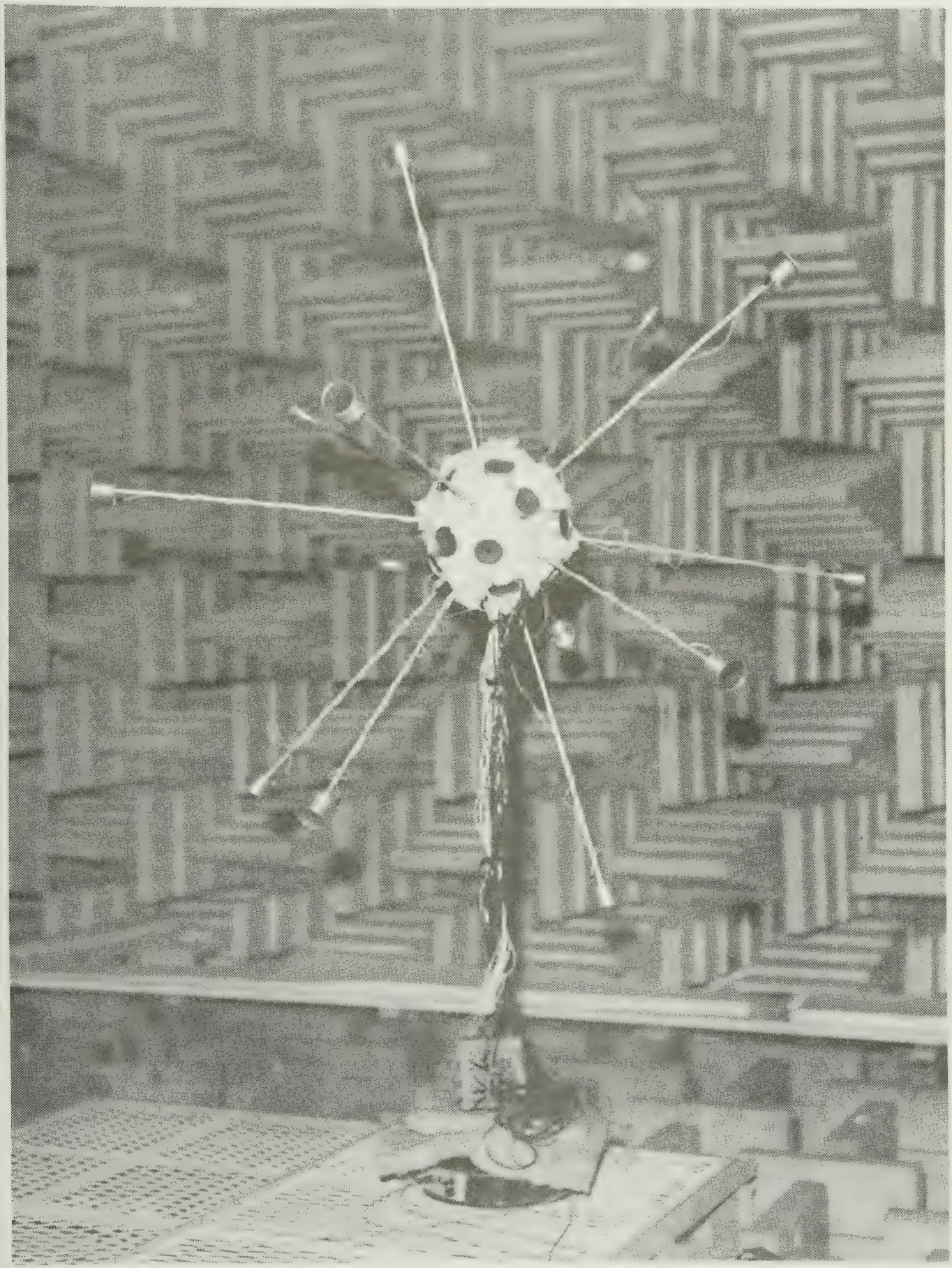


Fig. 8.7 Sources secondaires sur un icosaédre, avec mousse de polyuréthane.

utilisés n'étaient pas absolument identiques (on a constaté, en particulier, des différences notables d'impédance électrique entre les différents haut-parleurs.

8.4.3.- Fonctionnement en absorbeur acoustique actif.-

Les écarts de niveau sonore entre le rayonnement des sources secondaires et un rayonnement sphérique rendaient illusoires, d'après le réseau de courbes (2.3.), toute tentative d'absorption active du son primaire en tout point de l'espace extérieur aux sources secondaires, sauf peut-être aux très basses fréquences. Nous reproduisons (fig. 8.10 et 8.11), les niveaux sonores mesurés lorsque la source primaire fonctionne seule (courbe (1)), puis lorsque l'ensemble des sources fonctionne simultanément (courbe (2)), aux fréquences 220 Hz et 400 Hz.

1°) Fréquence 220 Hz : à cette fréquence (la plus basse pouvant être atteinte par notre dispositif), les diagrammes de rayonnement primaire et secondaire sont voisins d'une sphère, ce qui permet d'affaiblir le son primaire dans tout l'espacement les sources secondaires. L'atténuation obtenue varie entre 28 dB et 3 dB. Ce résultat, très important, mérite d'être commenté.

L'effet d'interférence, utilisé par tous nos prédécesseurs dans le domaine des absorbeurs acoustiques actifs, s'accompagne de franges, et, à côté des bandes de silence (ou d'atténuation), on trouve des bandes bruyantes dans lesquelles l'amplitude du son résultant est égale au double de l'amplitude du son initial. Rien de tel dans notre dispositif qui fait interférer des ondes progressant dans le même sens, se neutralisant partout à l'extérieur de la surface Σ et pas seulement en un nombre fini de points.

2°) Fréquence 400 Hz : nous avons vu (fig. 8.11) qu'à cette fréquence, le rayonnement des sources secondaires n'est plus sphérique. L'effet d'interférence totale ne pouvait donc plus être obtenu. Nous avons cherché le réglage optimum, en amplitude et en phase, des sources secondaires en déplaçant le point d'atténuation maximum par bonds de 30°, sur un cercle concentrique à Σ (fig. 8.12). On constate

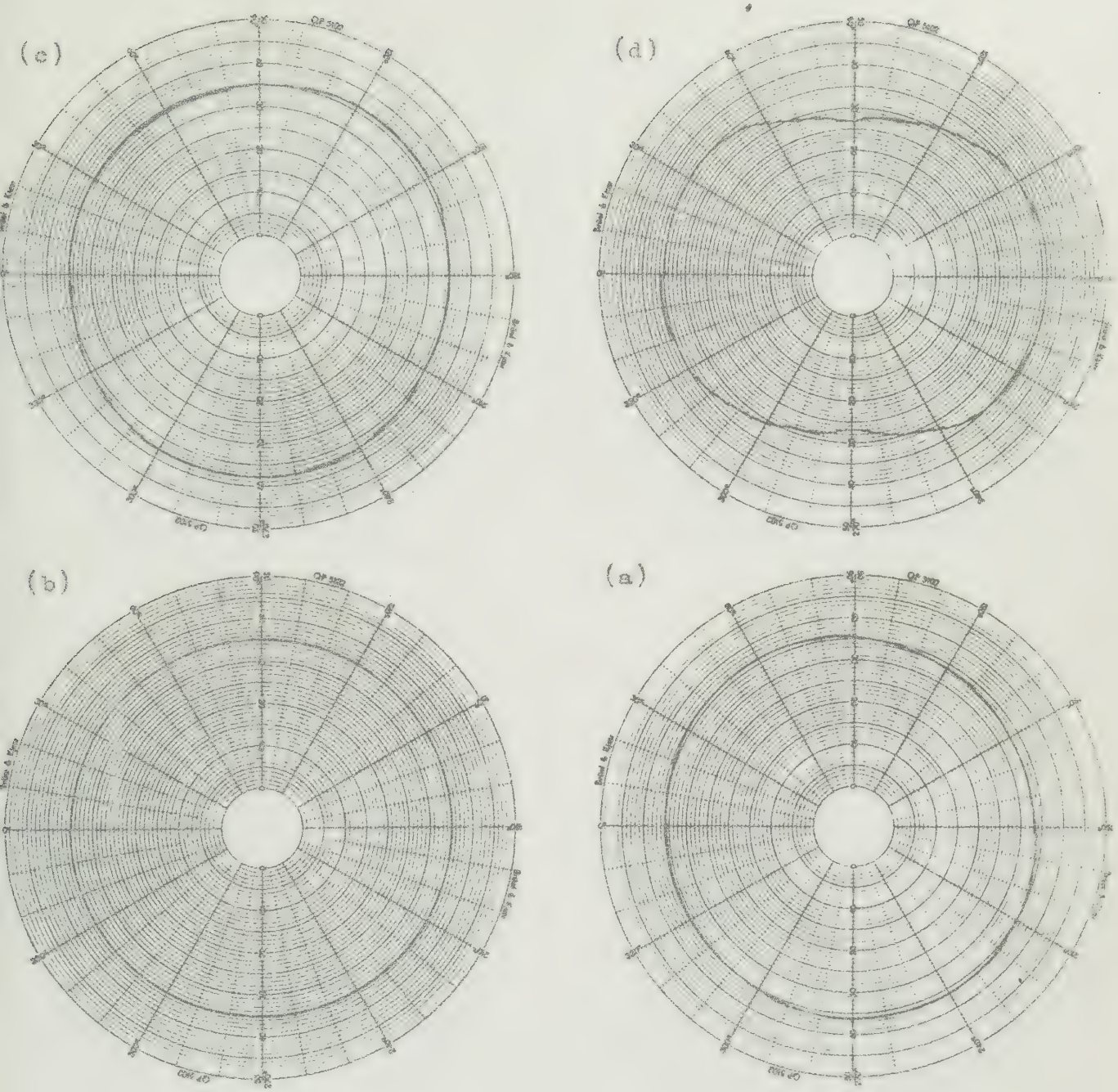


Fig.8.8 SOURCE PRIMAIRE DODECAÉDRIQUE

(a) 300 Hz (b) 500 Hz

(c) 800 Hz (d) 1000 Hz

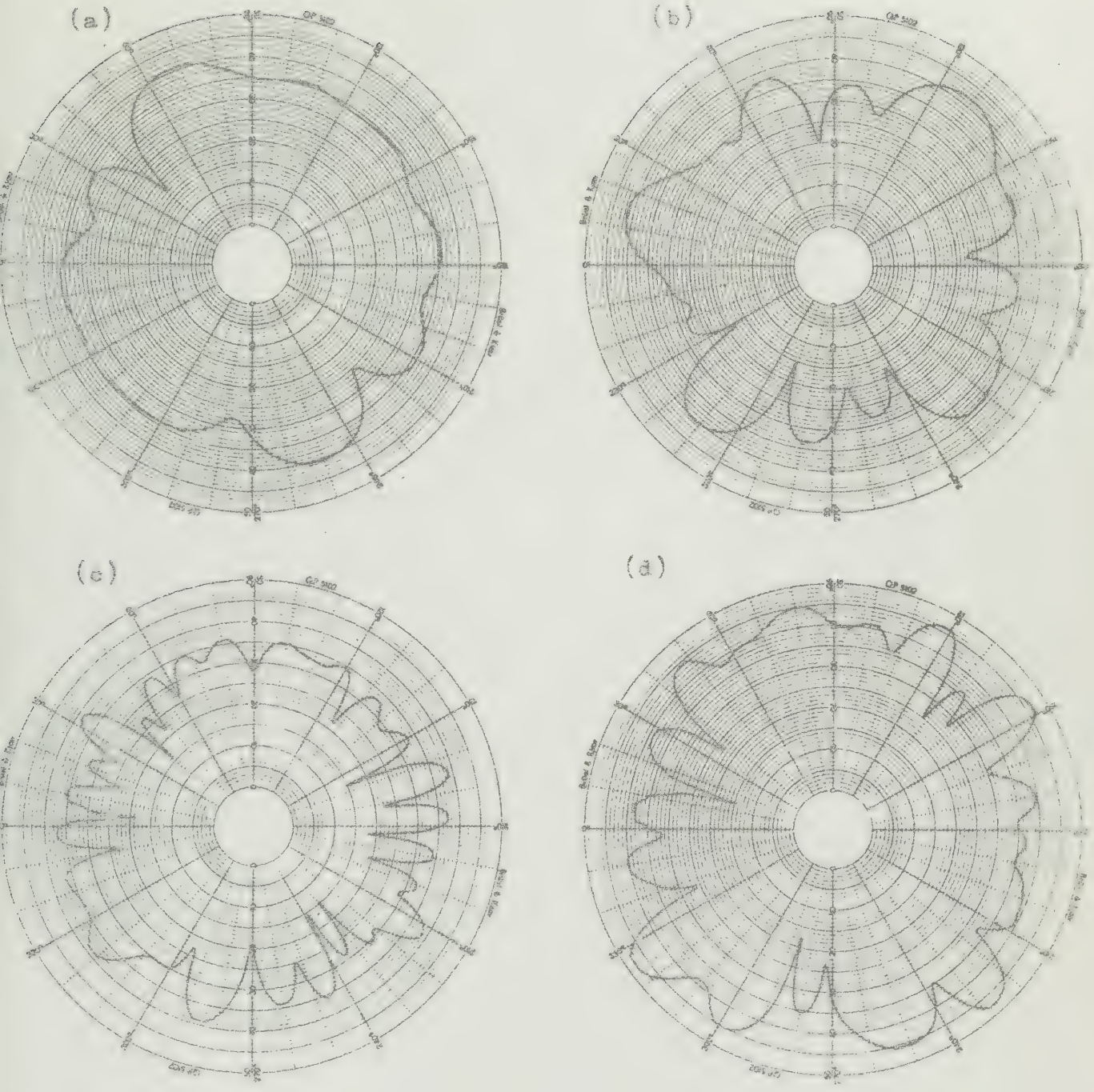


Fig. 8.9 SOURCES SECONDAIRES SUR UN ICOSAEDRE

(a) 300 Hz (b) 500 Hz

(c) 800 Hz (d) 1000 Hz

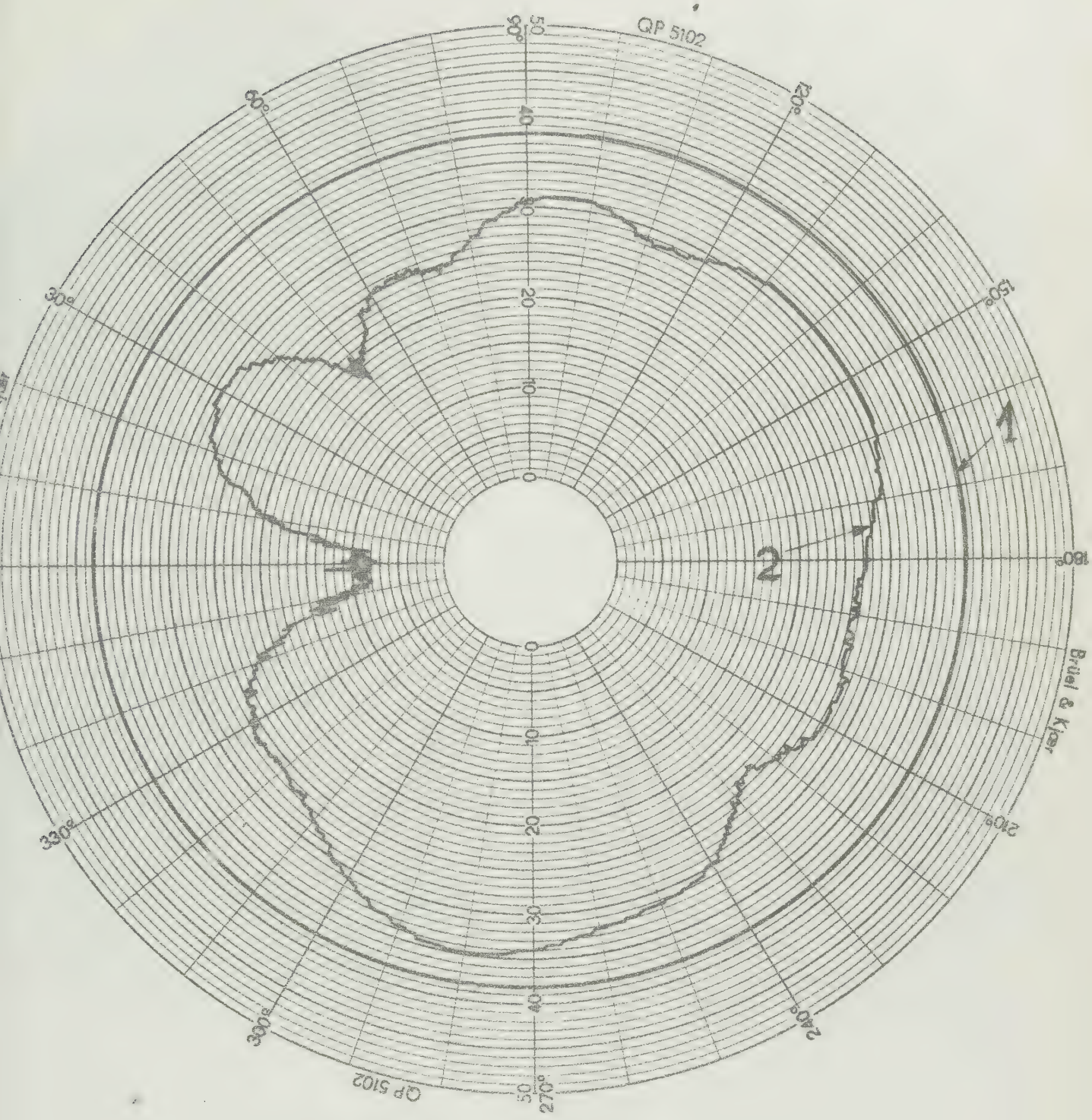


Fig. 8.10 (1) Niveau sonore initial
(2) Niveau sonore résultant

L_p = 50 dB
R = 1 m
N_s = 12
f = 220 Hz
r = 8 m

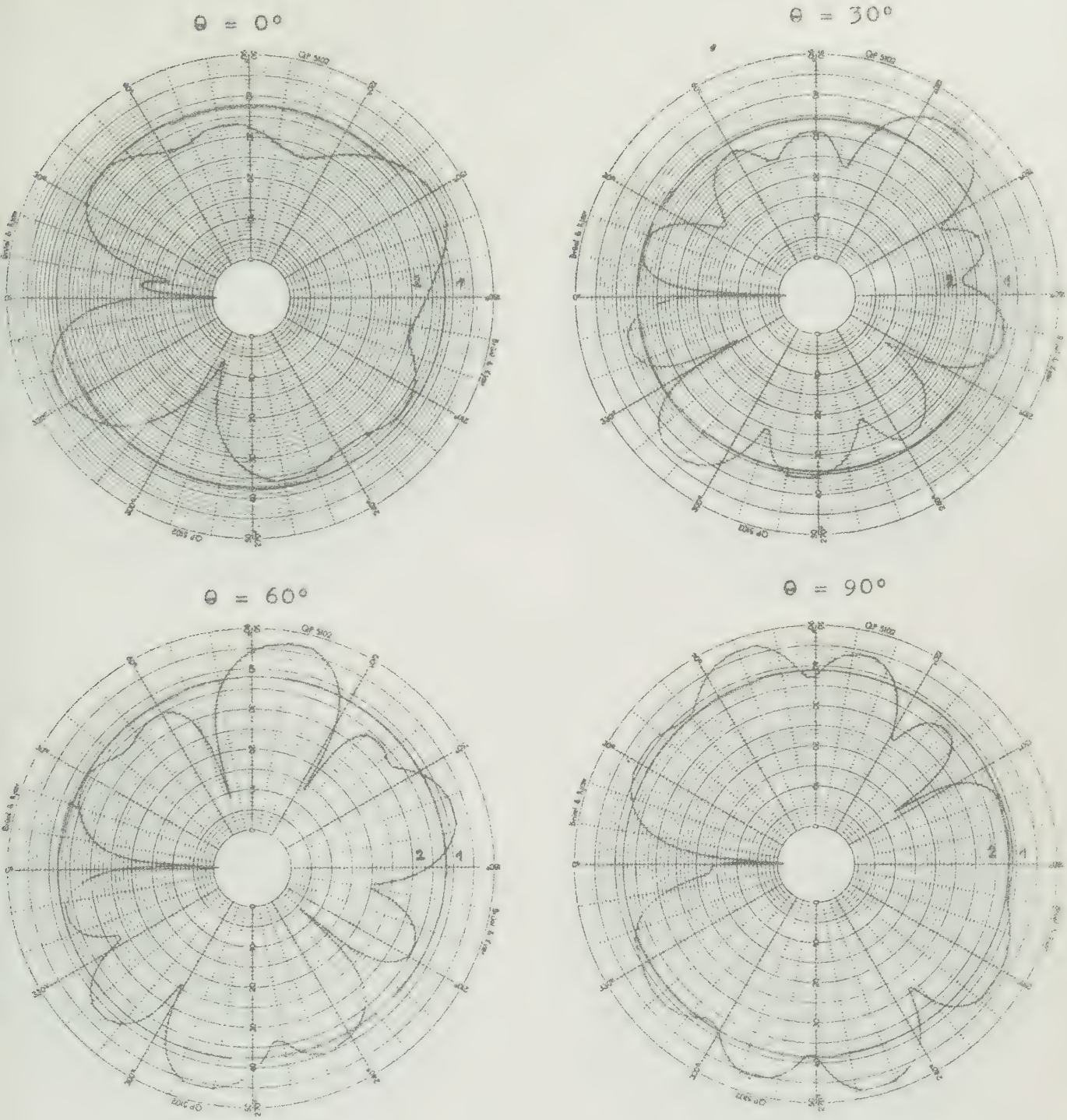
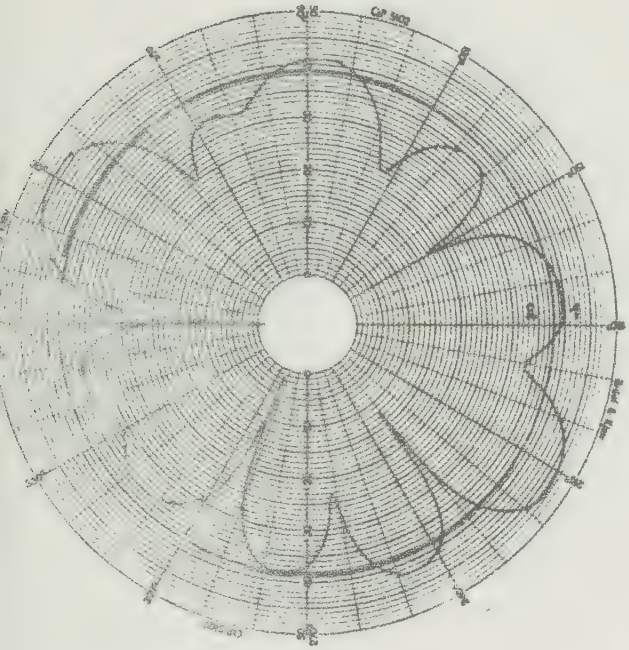


Fig. 8.11.a (1) Niveau sonore initial

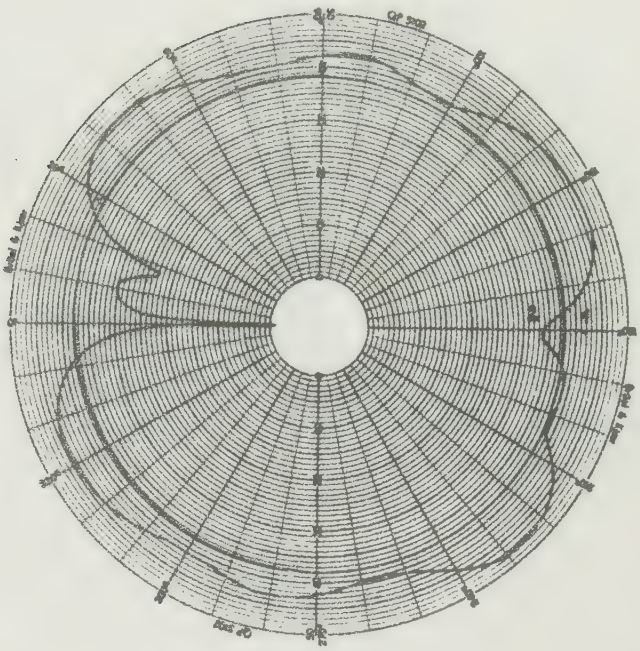
(2) Niveau sonore résultant

f_0 = 400 Hz L_0 = 60 dB

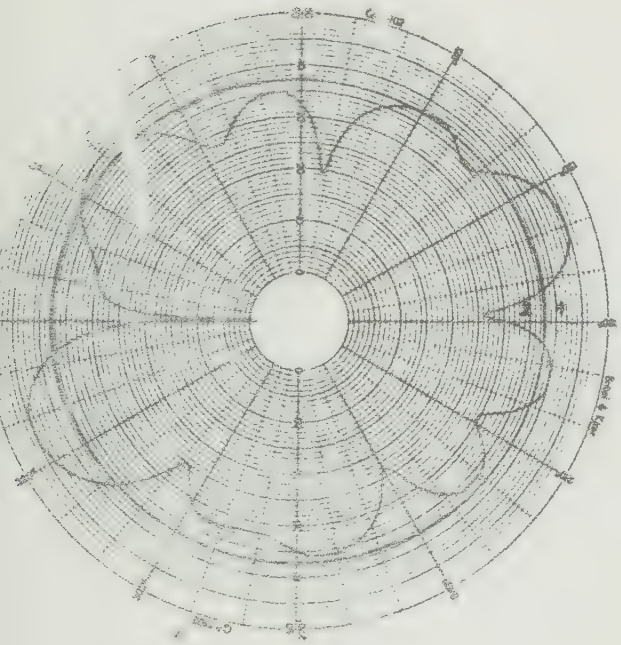
θ = 120°



θ = 150°



θ = 180°



θ = 210°

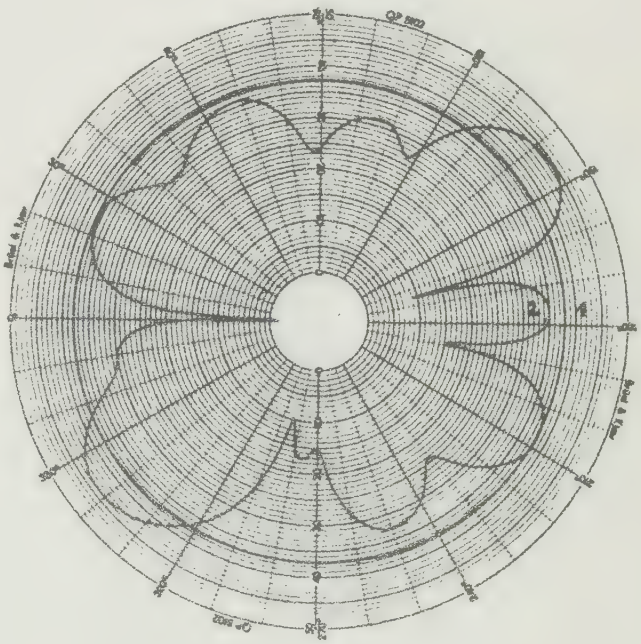
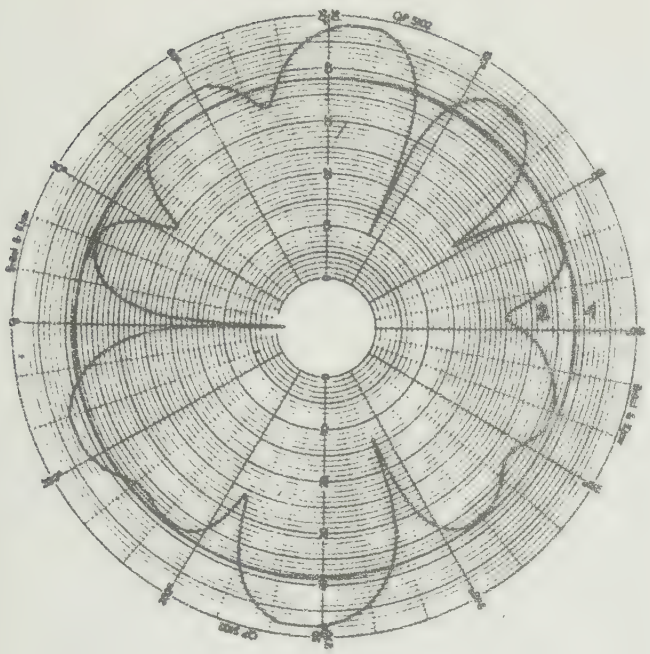


Fig. 8.11.b (1) Niveau sonore initial

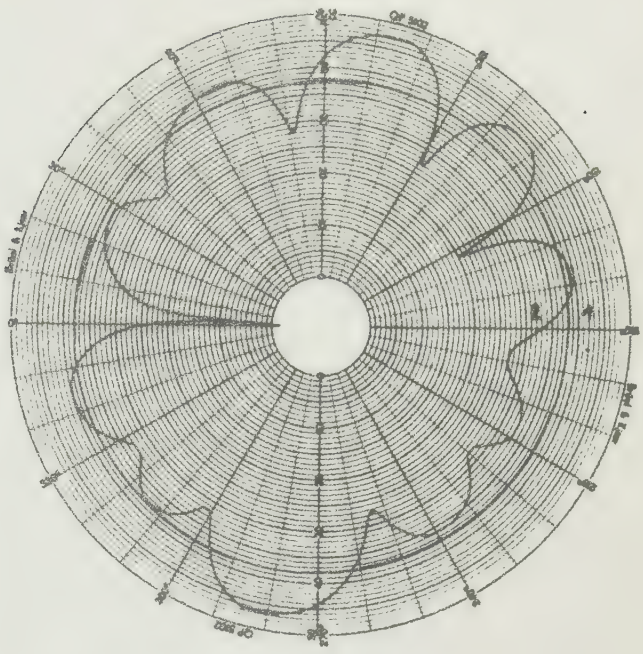
(2) Niveau sonore résultant

f_0 = 400 Hz L_0 = 60 dB

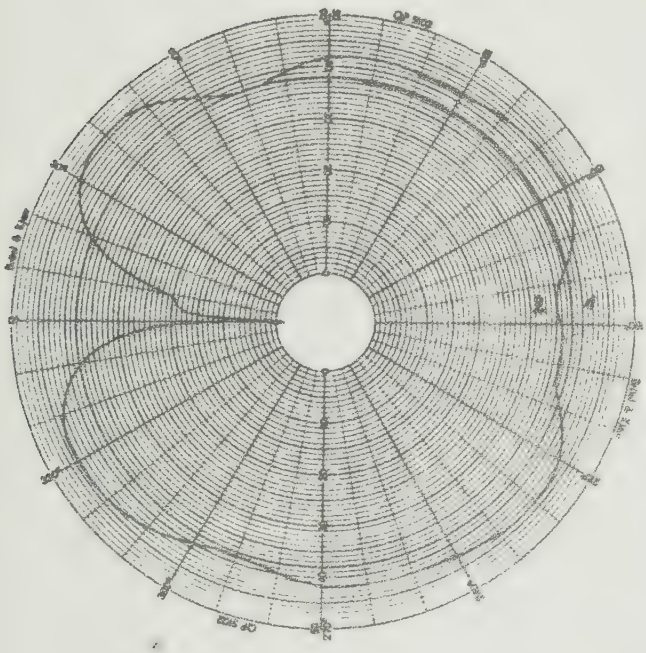
θ = 240°



θ = 270°



θ = 300°



θ = 330°

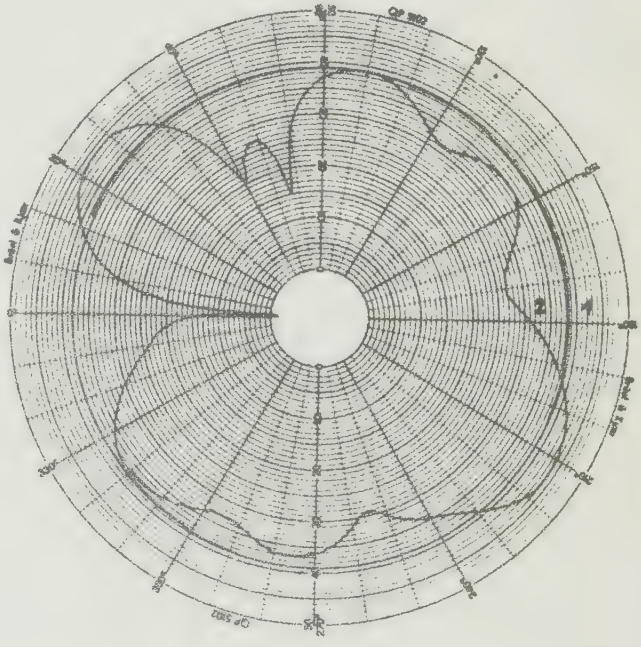


Fig. 2.11.c (1) Niveau sonore initial

(2) Niveau sonore résultant

f_0 = 400 Hz L_0 = 60 dB

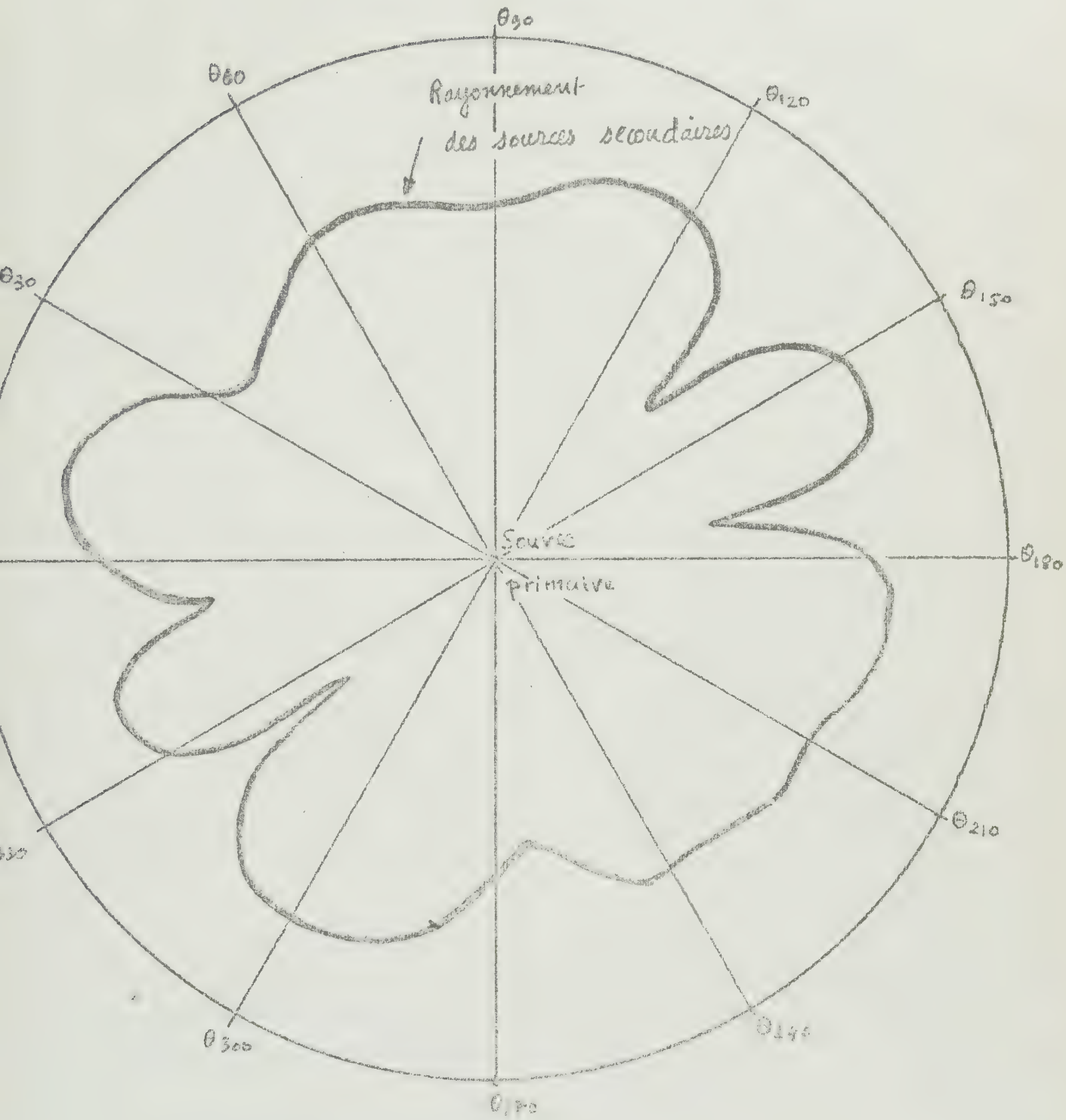


Fig. 8.12 RECHERCHE DE L'AFFAIBLISSEMENT

OPTIMUM [illegible]

que les régions atténuées sont importantes lorsque le diagramme de rayonnement des sources secondaires est proche d'un cercle au voisinage du point choisi. C'est le cas pour la région centrée sur le point θ_{210} (fig. 8.15.b). Pour ce réglage, il existe très peu de zones de renforcement du son primaire : dans deux régions seulement, de 30° d'ouverture environ, le son incident est renforcé de 5 dB en moyenne. Inversement, le réglage correspondant au point θ_{330} ("creux" du diagramme de rayonnement des sources secondaires), le son primaire est presque partout renforcé par l'action des sources secondaires. Ces résultats sont conformes aux prédictions théoriques du chapitre 2, relatives aux réglages d'amplitude et de phase.

8.5.- Sources secondaires sur un dodécaèdre.-

Pour augmenter les performances du dispositif précédemment étudié, nous avons diminué le rapport $\frac{N}{S}$, en choisissant une sphère Σ de 80 cm de diamètre. On a augmenté le nombre N de sources secondaires en disposant celles-ci sur un dodécaèdre, les sources primaires élémentaires étant situées sur l'icosaèdre réciproque (fig. 8.13.)

8.5.1.- Rayonnement de la source primaire.-

Le rayonnement de la source primaire est peu affecté par la réduction du nombre de sources élémentaires et demeure sphérique jusqu'à 800 Hz. Au-delà, il se déforme et s'écarte, de plus de 5 dB, d'une sphère, vers 1200 Hz (fig. 8.14.).

8.5.2.- Rayonnement des sources secondaires.-

Comme la théorie le prévoyait, le rayonnement des sources secondaires reste sphérique dans un domaine de fréquences plus étendu que dans le cas de l'icosaèdre (fig. 8.15.).

8.5.3.- Fonctionnement en absorbeur actif.-

Lorsque les sources secondaires, convenablement déphasées,

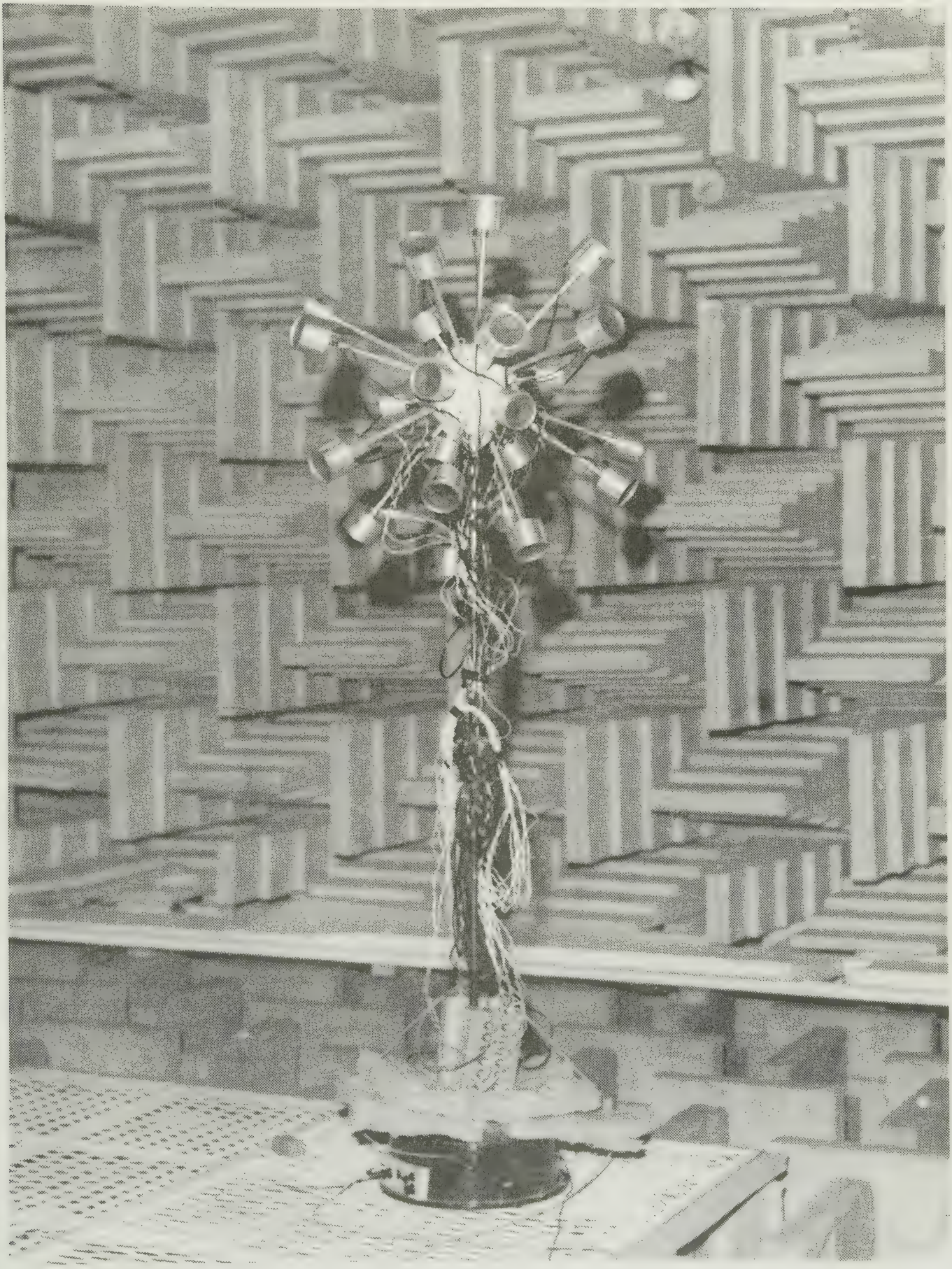


Fig. 8.13 Sources secondaires sur un dodécaédre et table tournante B & K.

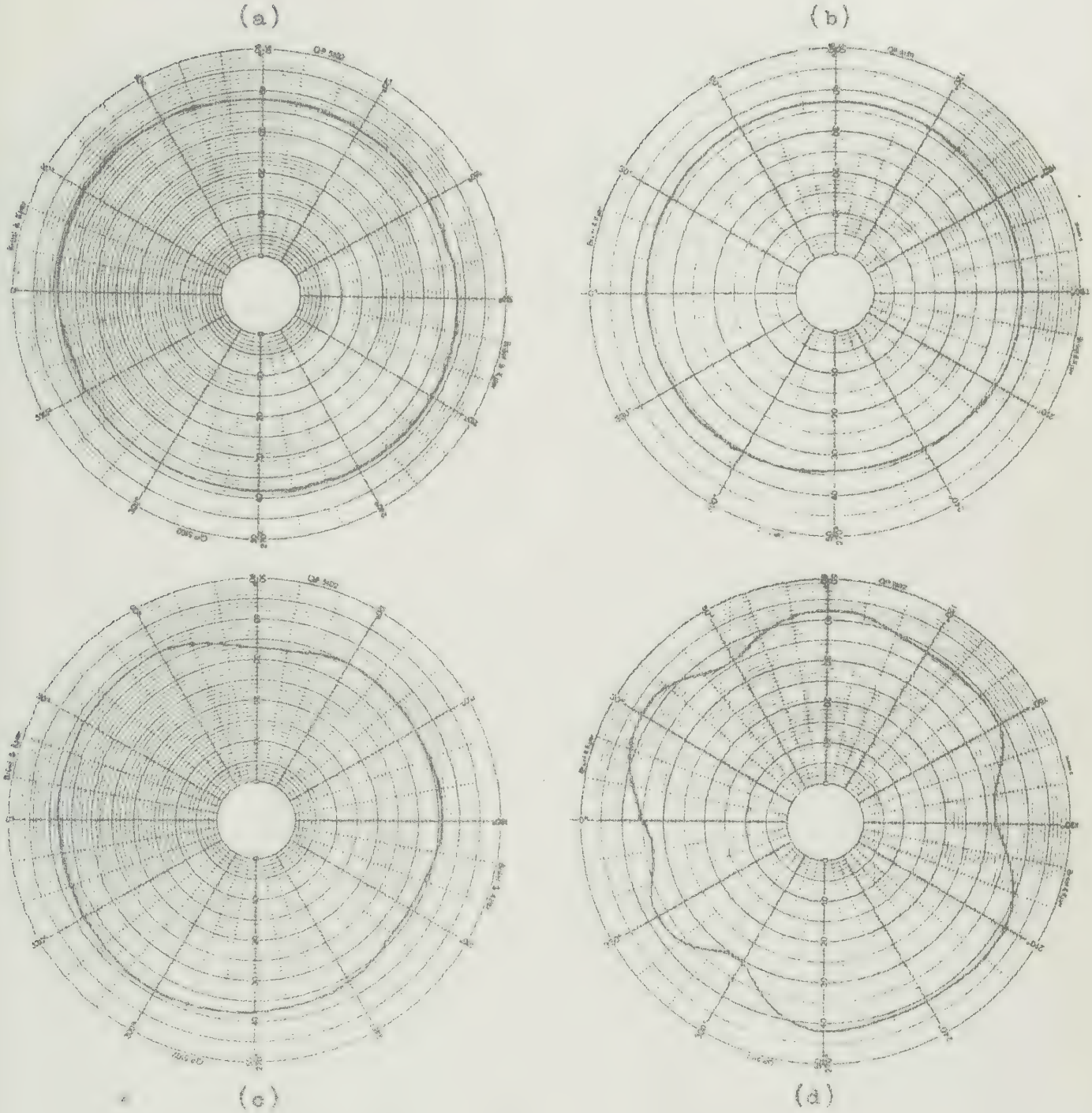


Fig. 8.14 SOURCE PRIMAIRE ICOSAEDRIQUE

(a) 300 Hz (b) 500 Hz

(c) 800 Hz (d) 1000 Hz

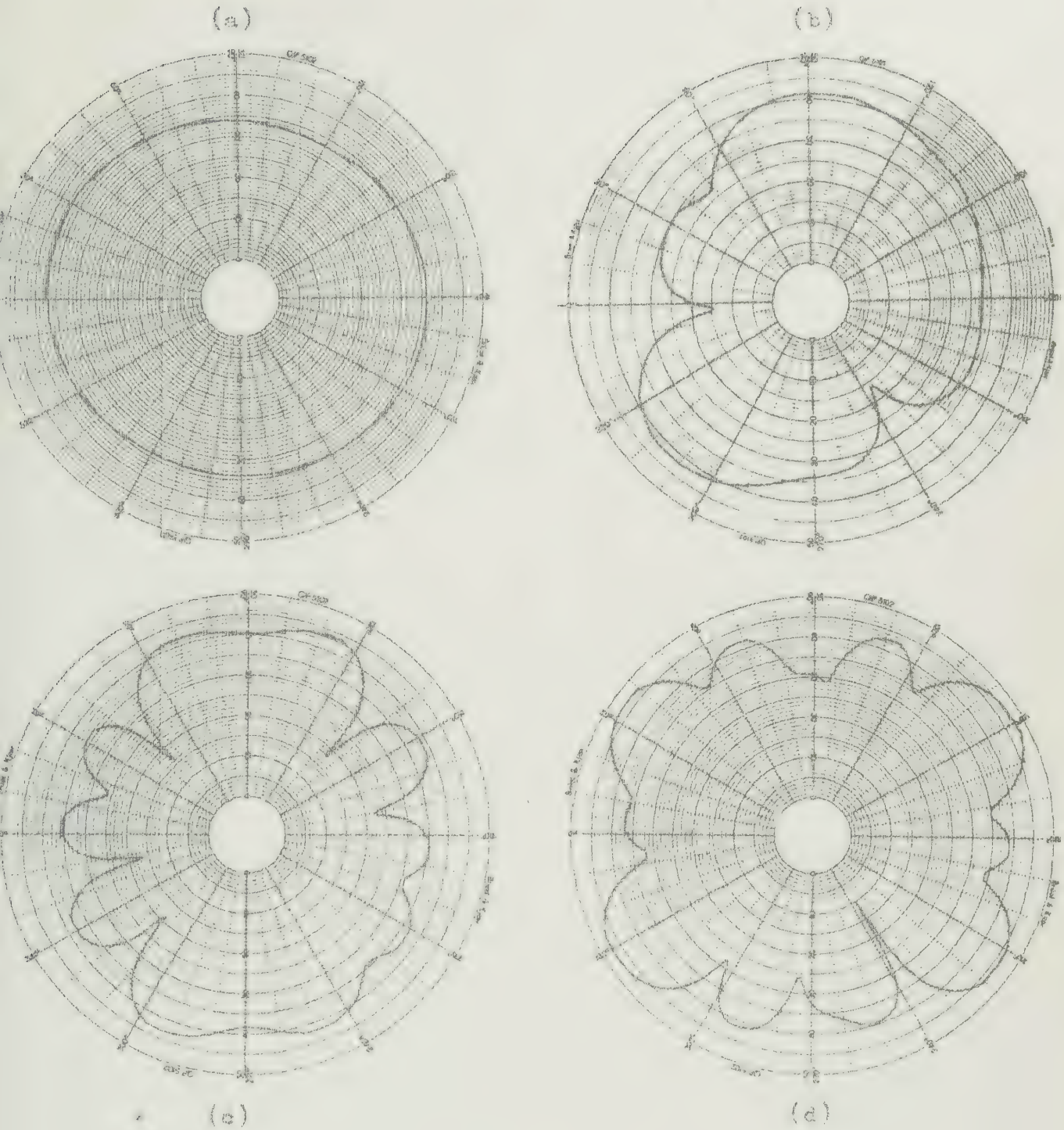


Fig. 8.15 SOURCES SECONDAIRES SUR UN DODECAEDRE

(a) 300 Hz (b) 500 Hz

(c) 800 Hz (d) 1000 Hz

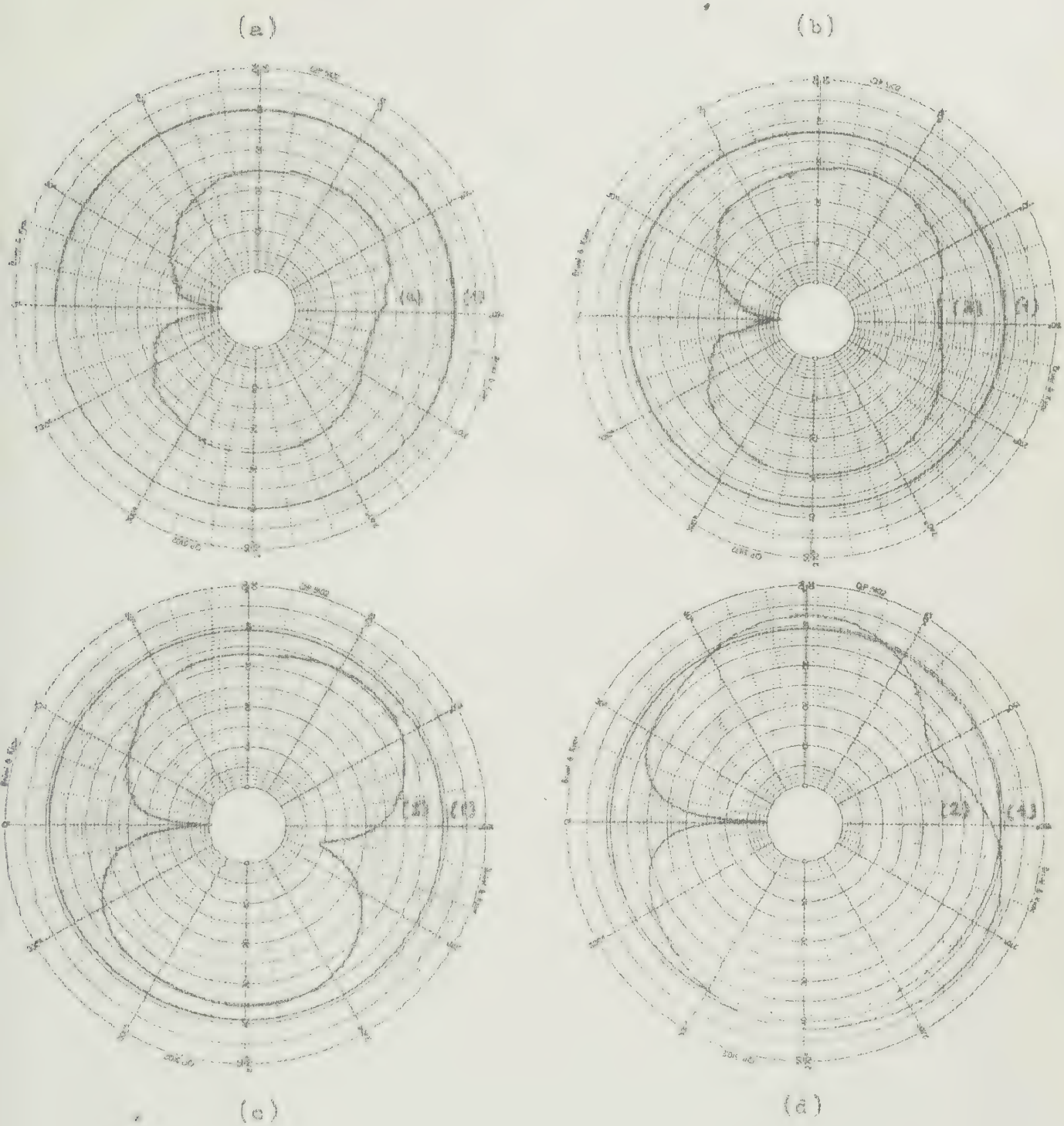


Fig. 8.16.a (1) Niveau sonore initial

(2) Niveau sonore résultant

(a) 250 Hz (b) 300 Hz

L_0 = 60 dB (c) 350 Hz (d) 400 Hz

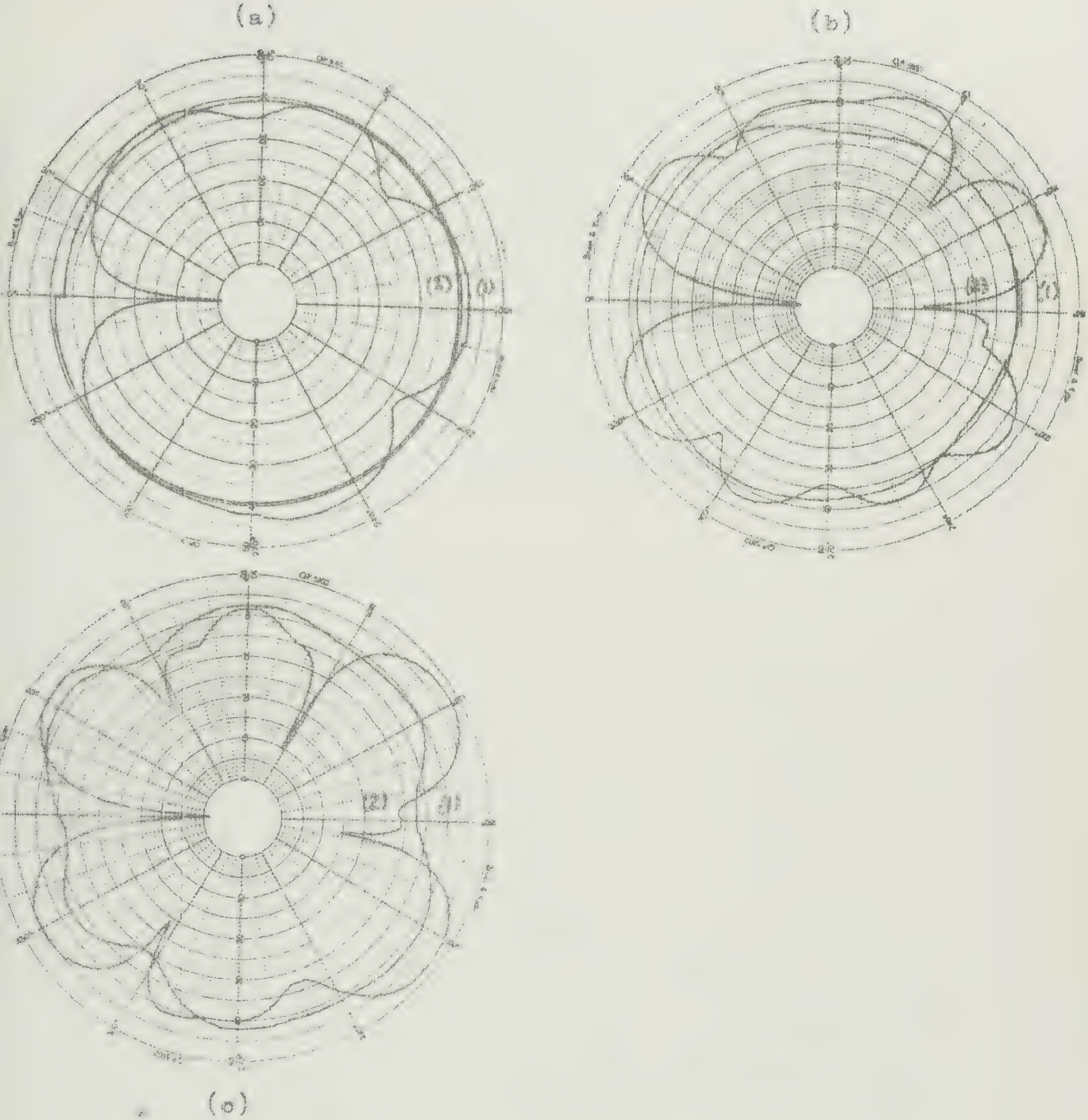


Fig. 8.16.b (1) Niveau sonore initial

(2) Niveau sonore résultant

(a) 500 Hz (b) 800 Hz

(c) 1000 Hz L_o = 60 dB

et la source primaire fonctionnent simultanément, on constate que, pour les fréquences inférieures à 400 Hz, le niveau sonore de l'onde primaire est considérablement réduit (fig; 8.16). Par exemple, à la fréquence 250 Hz, l'affaiblissement obtenu varie entre 15 dB et 40 dB, en tout point extérieur à la surface Σ. L'effet d'interférence totale disparait lorsque les écarts de niveau sonore entre la source primaire et les sources secondaires deviennent trop importants. Ainsi, à 500 Hz, on constate un renforcement de 2 à 3 dB du son primaire en quelques points.

Les renforcements sont plus nombreux lorsque la fréquence croît = à 1000 Hz par exemple, c'est dans la presque totalité de l'espace que le coefficient d'affaiblissement ΔL est positif.

8.6.- Réponse en fréquence d'un absorbeur acoustique actif.-

8.6.1.- Courbe de réponse d'un absorbeur acoustique actif.-

Nous avons défini, au chapitre 2, la courbe de réponse d'un absorbeur acoustique actif comme le graphe représentant les variations du coefficient d'affaiblissement ΔL en fonction de la fréquence. Nous avons tracé ce graphe (fig. 8.17) dans le cas des sources secondaires réparties sur un dodécaèdre. On constate que la réponse du dispositif est extrêmement sélective. Par exemple, la bande passante à 20 dB (c'est-à-dire l'ensemble des fréquences pour lesquelles ΔL est inférieur ou égal à - 20 dB) est de l'ordre d'une vingtaine de Hertz seulement. Ceci n'a rien d'étonnant si on considère que, dans notre montage l'ensemble dérivateur + inverseur + retardateur prévu par la théorie, est remplacé par un déphaseur.

Le réglage de phase, effectué par une fréquence donnée, ne pouvait donc pas subsister pour une autre fréquence. Il ne nous a pas été possible d'envisager dans le cadre de notre travail, le problème technologique de la réalisation d'un retardateur. On peut toutefois, en donner le principe, représenté par la figure 8.18.

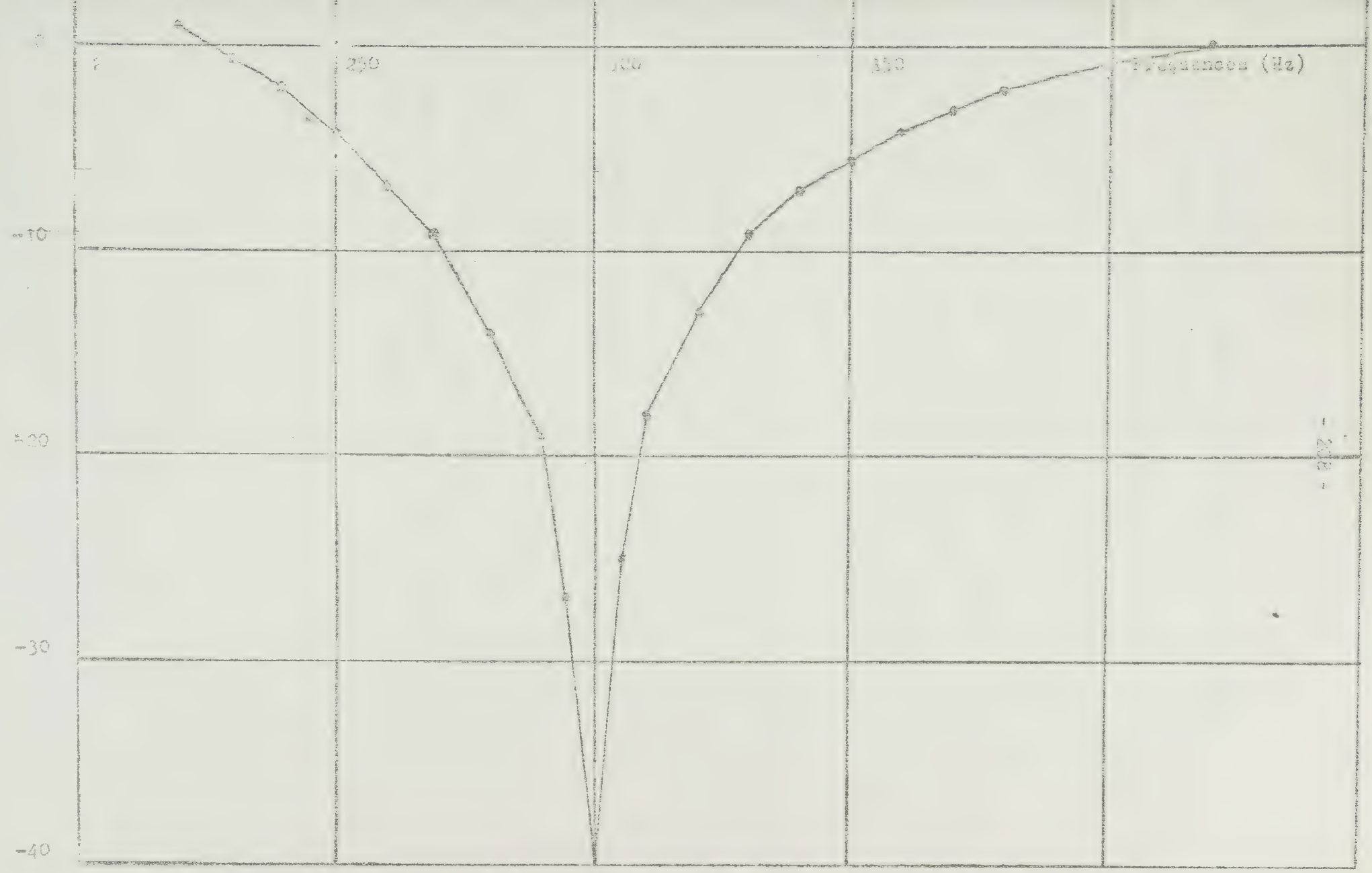


Fig. 5.17 COURBE DE REPONSE DE L'ARGENTEUR ACTIF TRIDIMENSIONNEL

8.6.2.- Fonctionnement de l'absorbeur acoustique actif en bruit blanc filtré.-

L'étude en bruit blanc filtré de l'absorbeur actif a confirmé les résultats du paragraphe précédent. Nous avons remplacé, dans la chaîne de mesure, le générateur de son pur par un générateur Bruel & Kjaer pouvant délivrer soit une fréquence pure soit un bruit blanc filtré autour d'une fréquence donnée sur une largeur de bande de 10 Hz, 30 Hz ou 100 Hz. La figure 8.19 montre que les affaiblissements obtenus à la fréquence 250 Hz demeurent très importants lorsque le bruit blanc est filtré sur une faible largeur de bande = de l'ordre d'une vingtaine de dB pour Δf = 10 Hz, d'une quinzaine de dB pour Δf = 30 Hz.

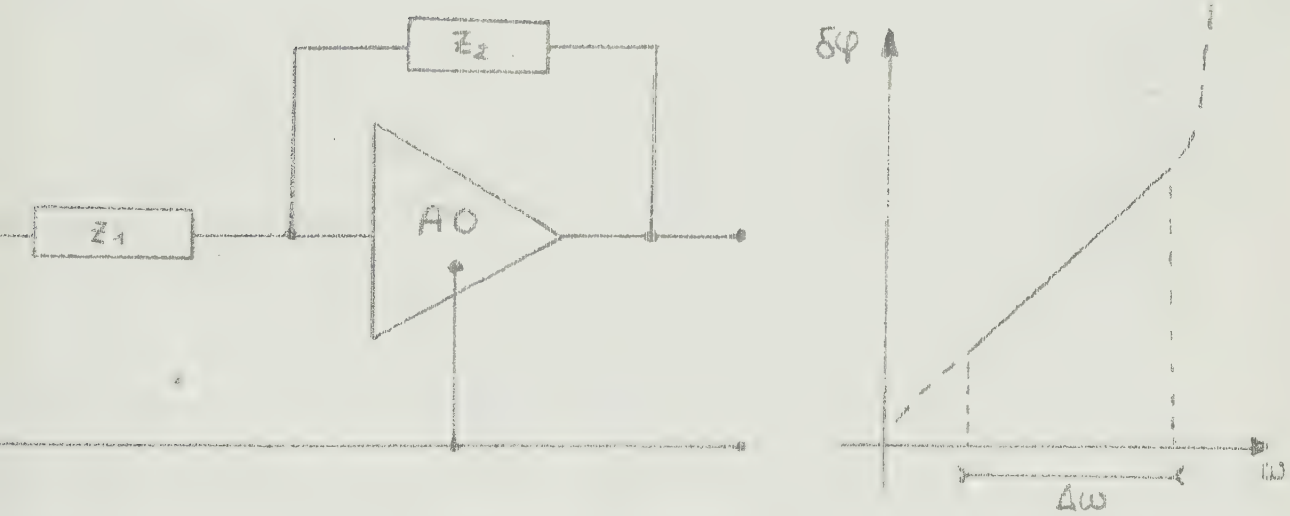
L'analyse spectrale des résultats a été rendue possible grâce à l'emploi d'un analyseur en temps réel Bruel & Kjaer couplé à un enregistreur graphique. Nous donnons (fig. 8.20) les résultats pour la fréquence 315 Hz. On constate, dans tous les cas, un affaiblissement important de la fréquence centrale et de ses harmoniques. Par exemple, on lit sur la figure 8.20.a que l'affaiblissement est supérieur à 40 dB à 315 Hz et égal à 9 dB à 730 Hz. Lorsque la largeur de la bande de filtrage augmente, les résultats se détériorent mais demeurent toutefois intéressants ainsi, lorsque Δf = 100 Hz, on voit (fig. 8.20 b) qu'entre 250 HZ et 400 Hz, l'affaiblissement reste supérieur à 10 dB. Lorsque le son incident est noyé dans un bruit blanc, une réduction de plus de 20 dB est encore enregistrée. (fig. 8.21.).

CAD : convertisseur analogique/digital

RD : retardateur digital

CDA : convertisseur digital/analogique

Fig. 8.18.a PRINCIPE D'UN RETARDATEUR ANALOGIQUE UTILISANT LA CAD



(Z_1, Z_2) : rétro-action sélective

AO : amplificateur opérationnel

$\Delta\omega$: domaine de linéarité de la réponse en phase

Fig. 8.18.b PRINCIPE D'UN RETARDATEUR PUREMENT ANALOGIQUE

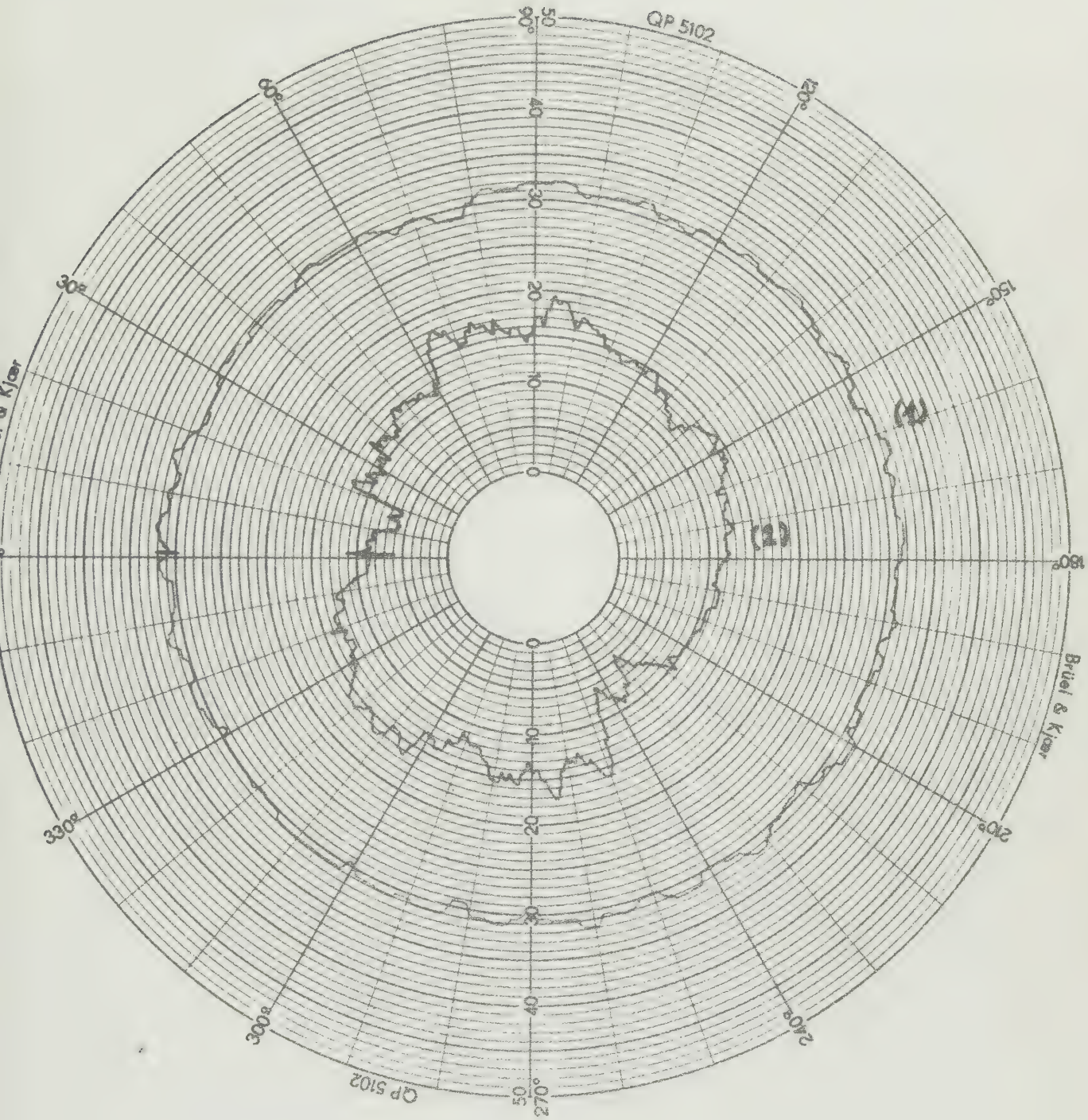


Fig. 8.19.a Réduction d'un bruit blanc filtré

(1) Niveau sonore initial L_0 = 60 dB

(2) Niveau sonore résultant f_0 = 250 Hz

Δf = 10 Hz

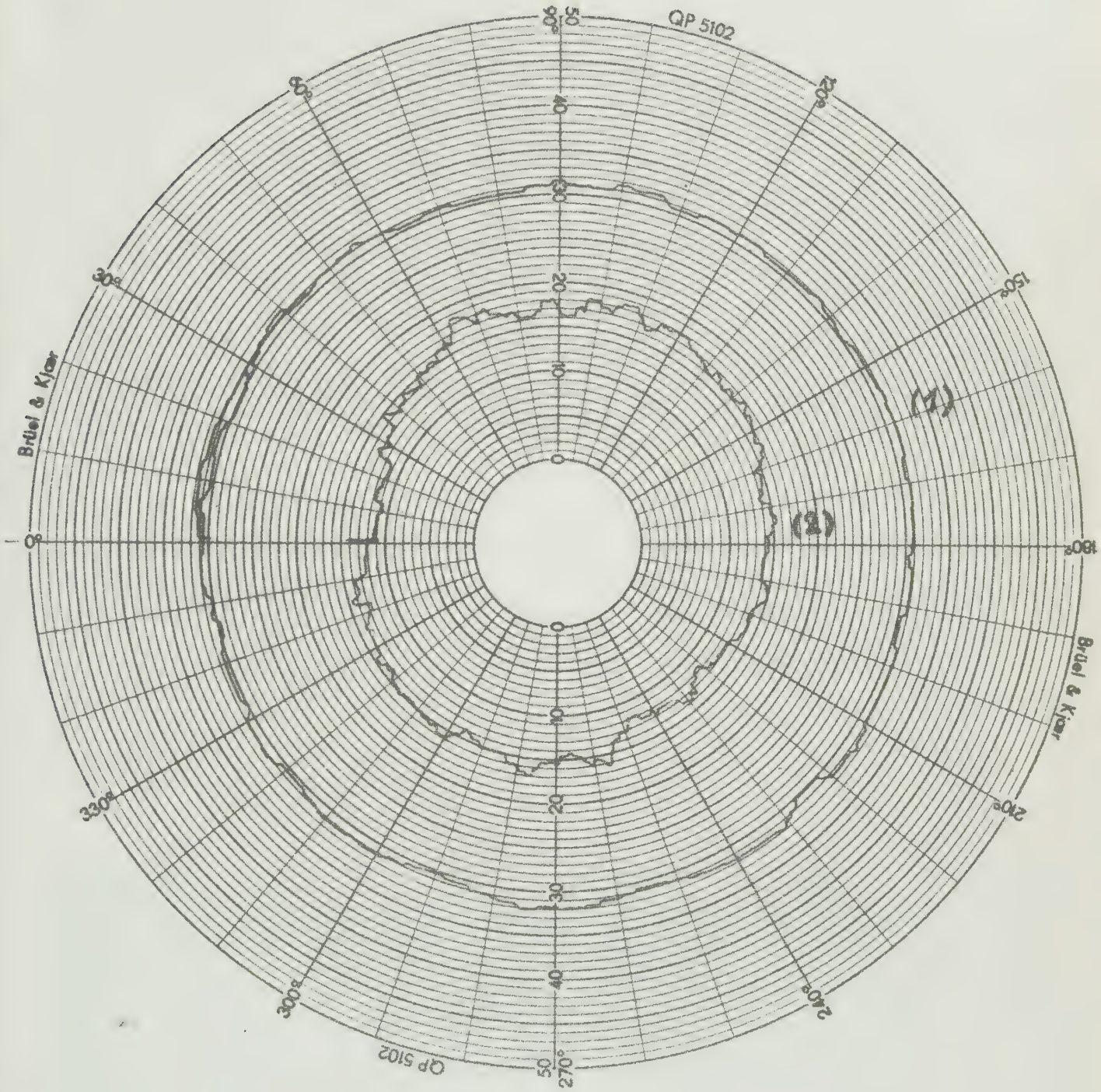


Fig. 8.19.b Réduction d'un bruit blanc filtré

(1) Niveau sonore initial L_o = 60 dB

(2) Niveau sonore résultant f_o = 250 Hz

Δf = 30 Hz

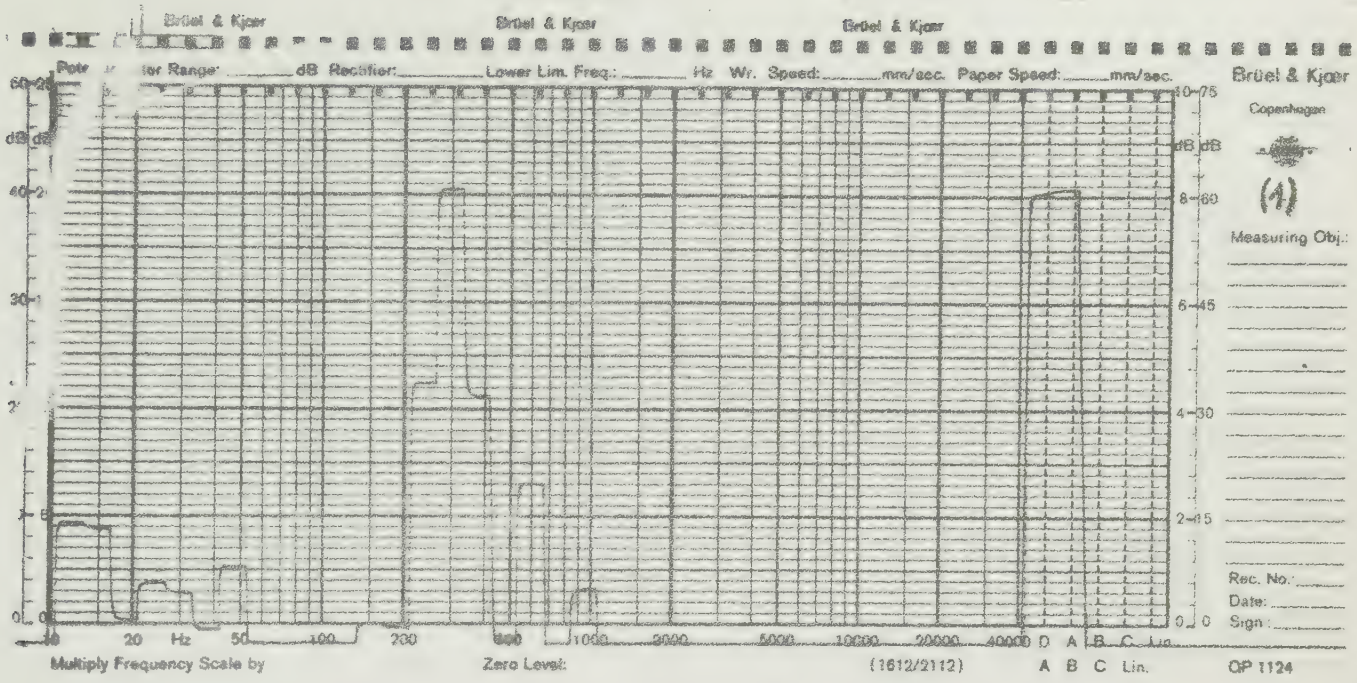
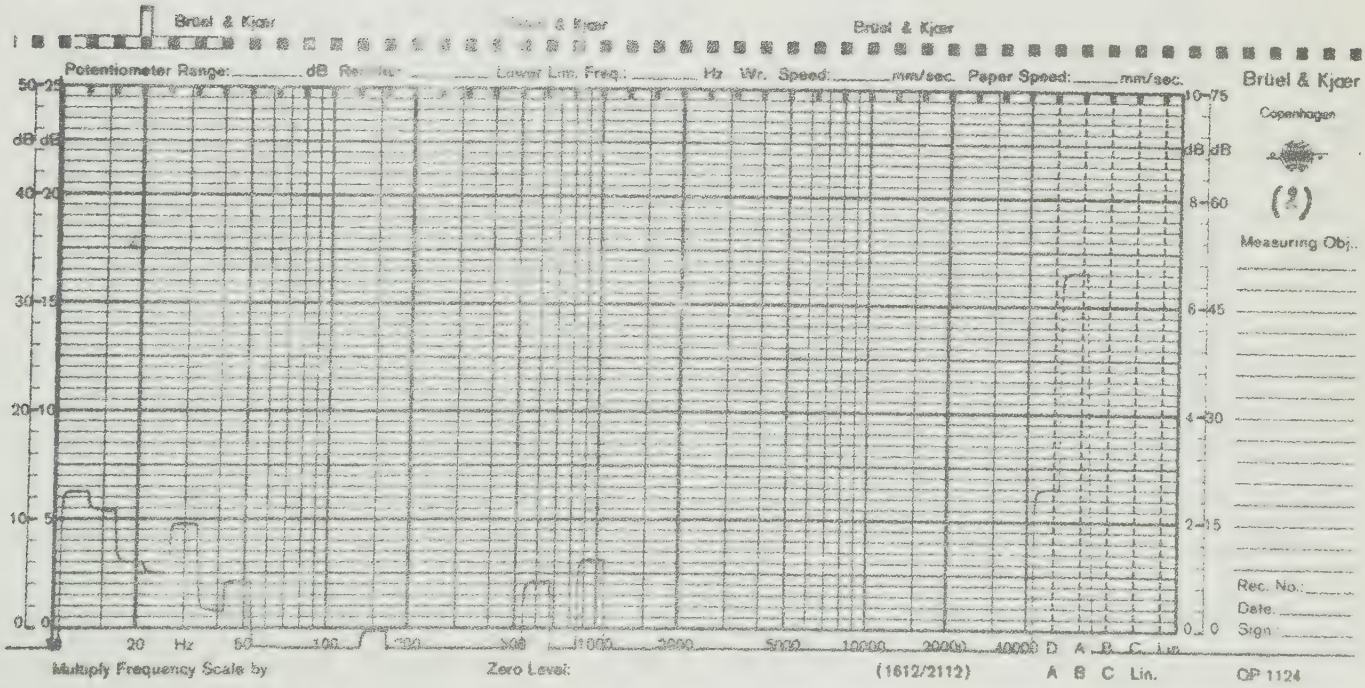


Fig. 8.20.a REDUCTION D'UN BRUIT BLANC FILTRE

(1) Spectre du champ incident

(2) Spectre du champ résultant

f_o = 315 Hz Δf = 0 L_o = 60 dB



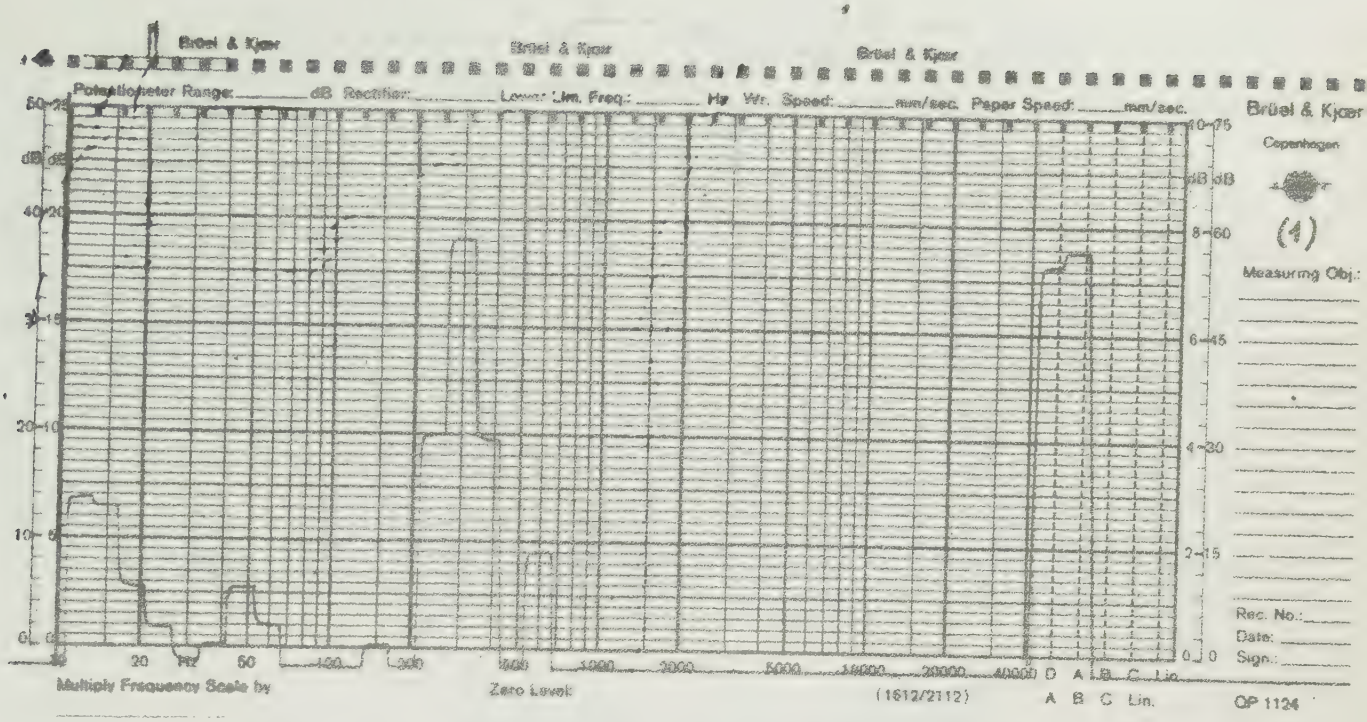
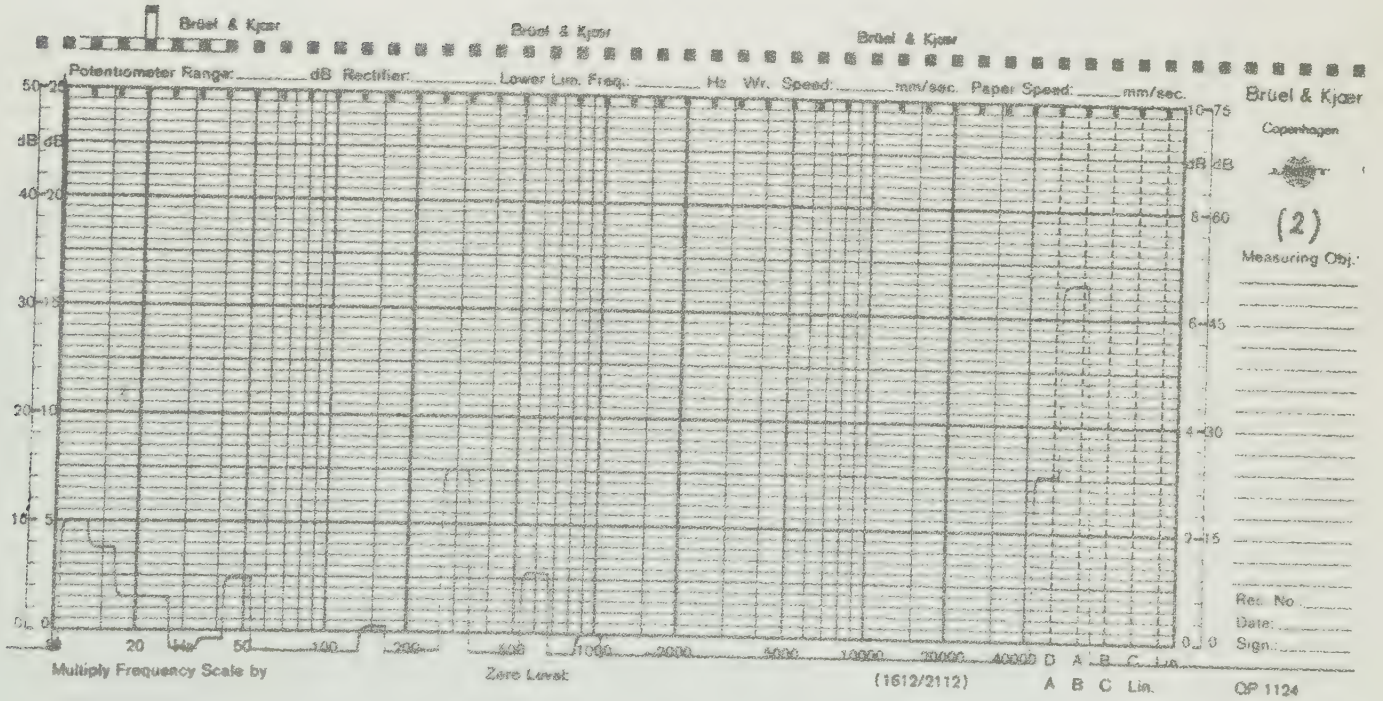


Fig. 8.20.b REDUCTION D'UN BRUIT BLANC FILTRE

(1) Spectre du champ incident

(2) Spectre du champ résultant

f_o = 315 Hz Δf = 10 Hz L_o = 60 dB



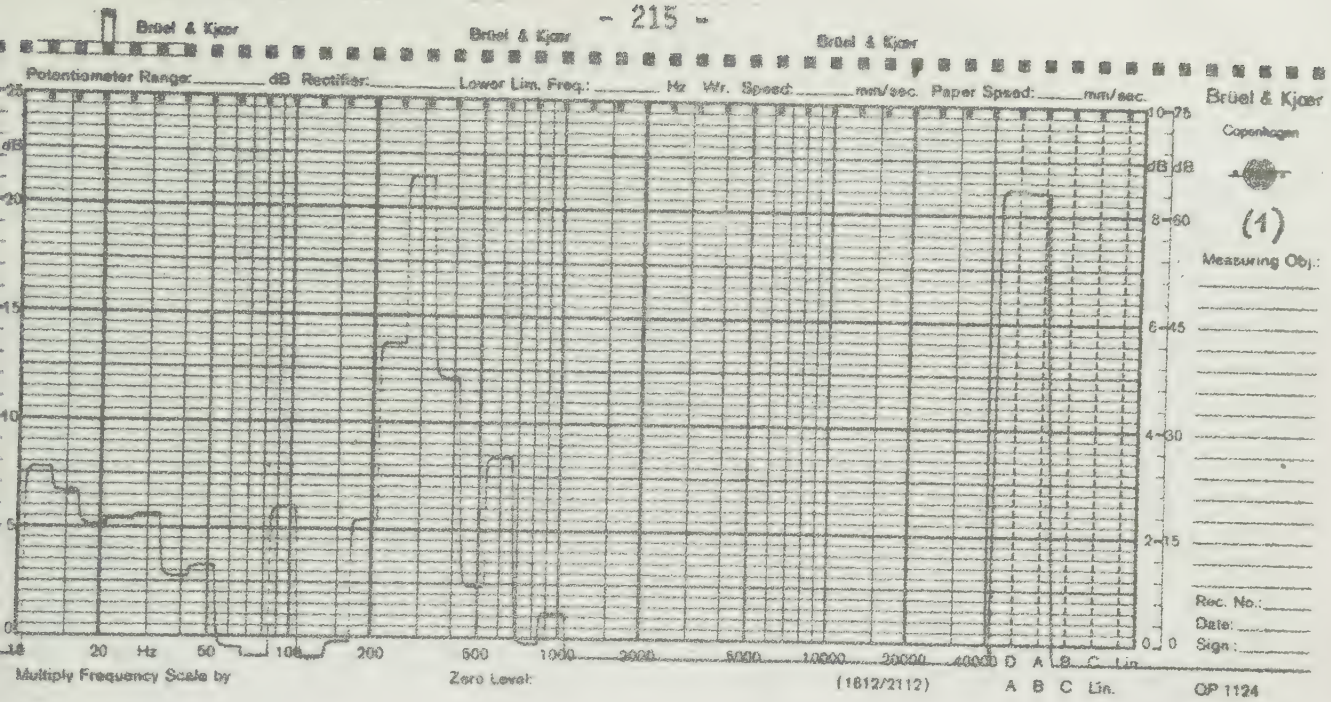
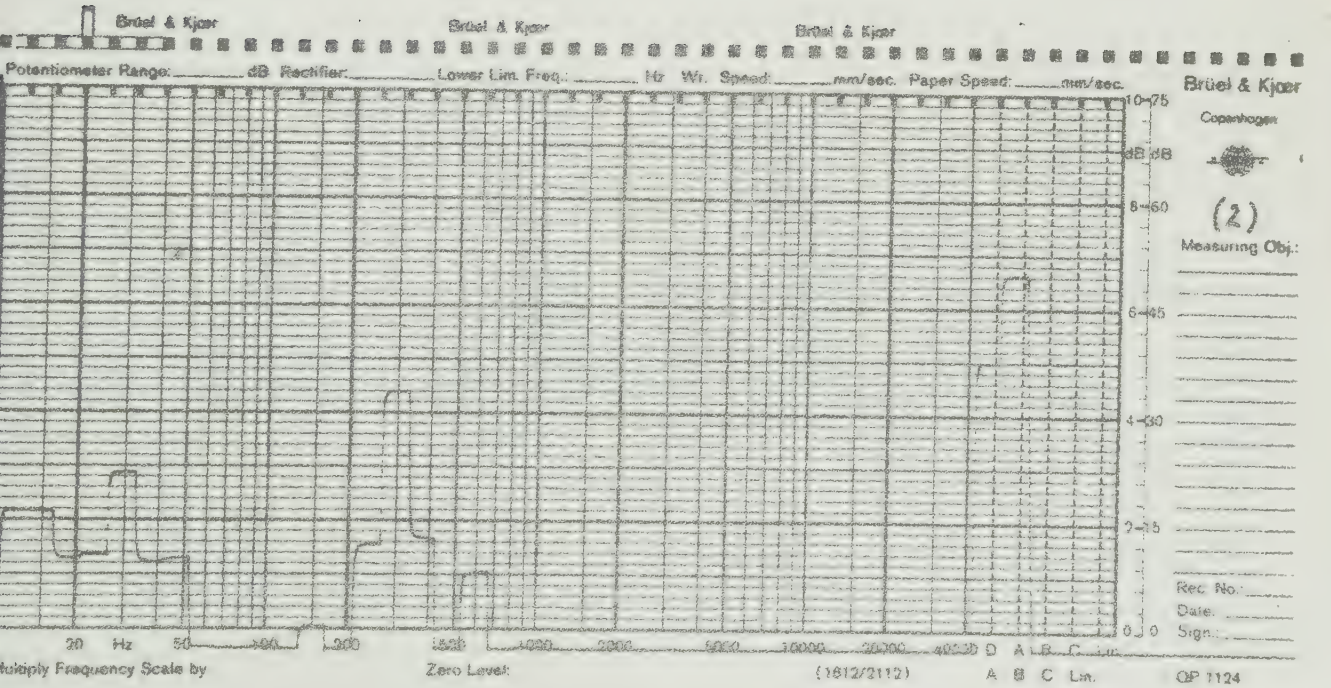


Fig. 8.20.c REDUCTION D'UN BRUIT BLANC FILTRE

(1) Spectre du champ incident

(2) Spectre du champ résultant

f_o = 315 Hz Δf = 30 Hz L_o = 60 dB



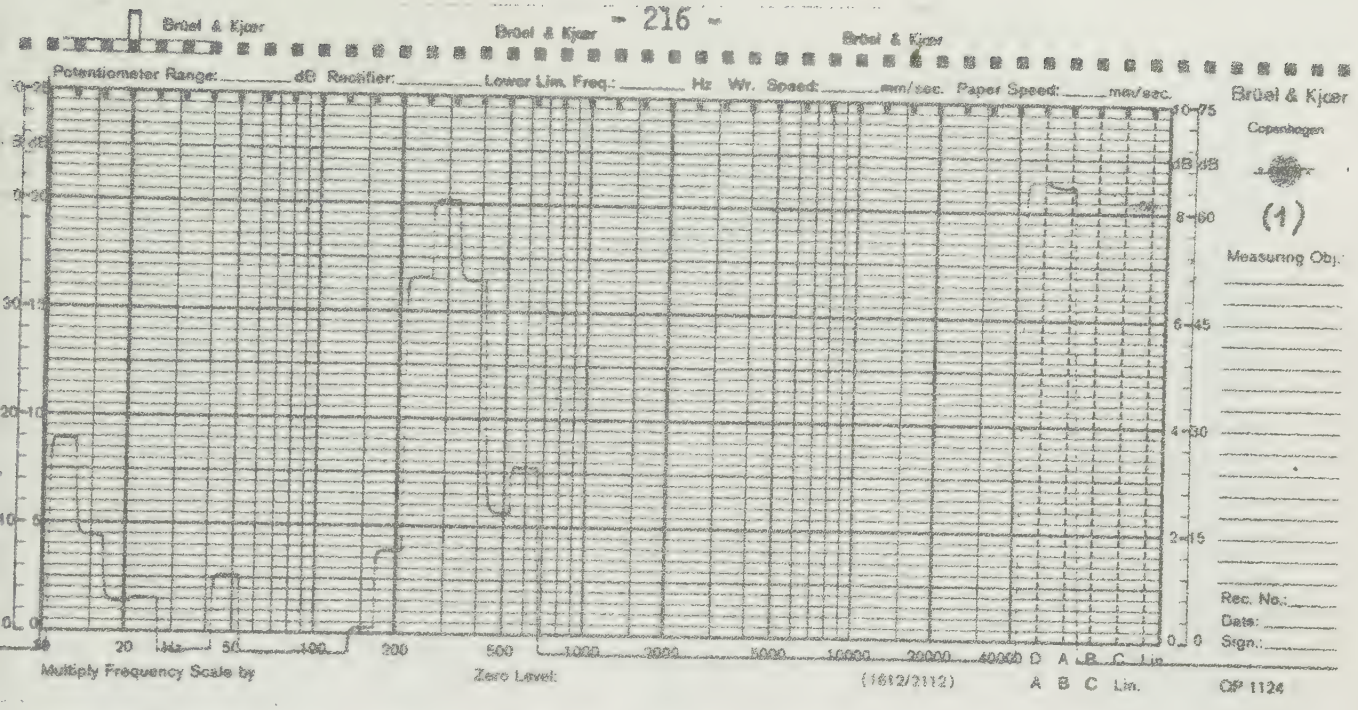
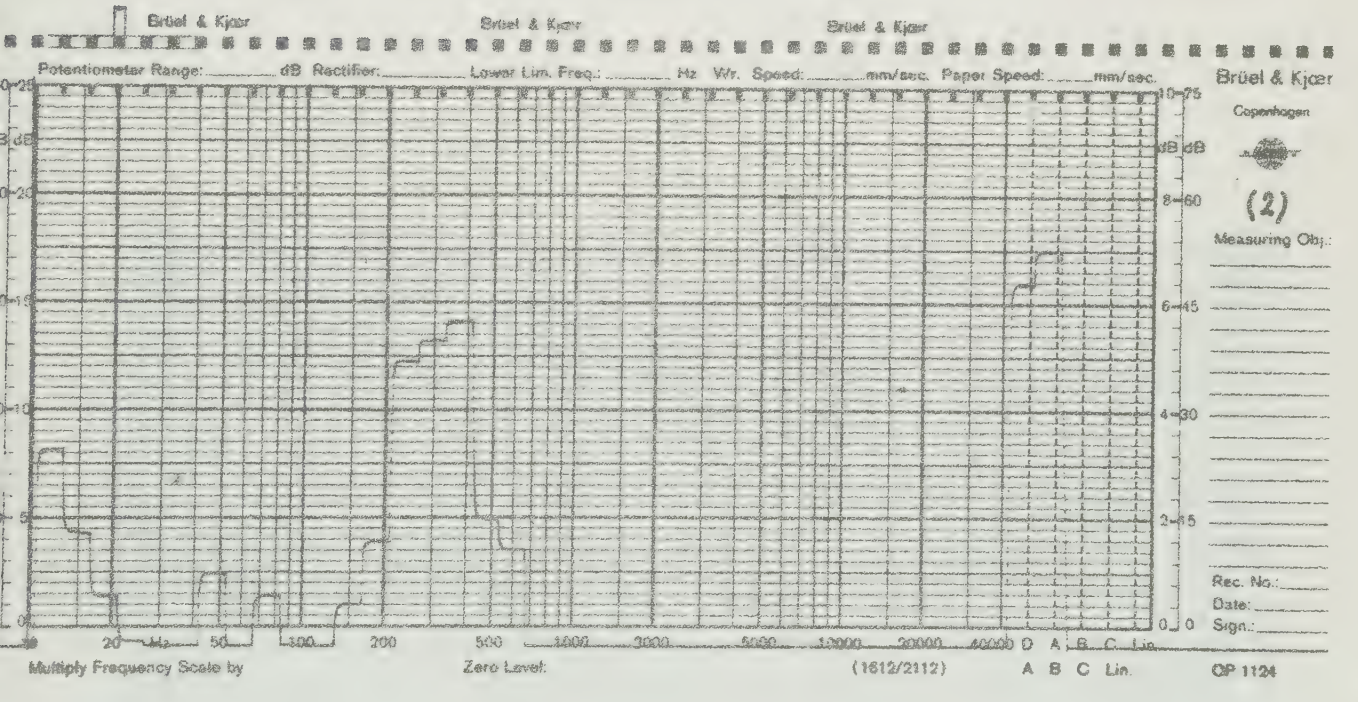


Fig. 8.20.d REDUCTION D'UN BRUIT BLANC FILTRE

(1) Spectre du champ incident

(2) Spectre du champ résultant

f_o = 315 Hz $\quad \Delta f$ = 100 Hz $\quad L_o$ = 60 dB



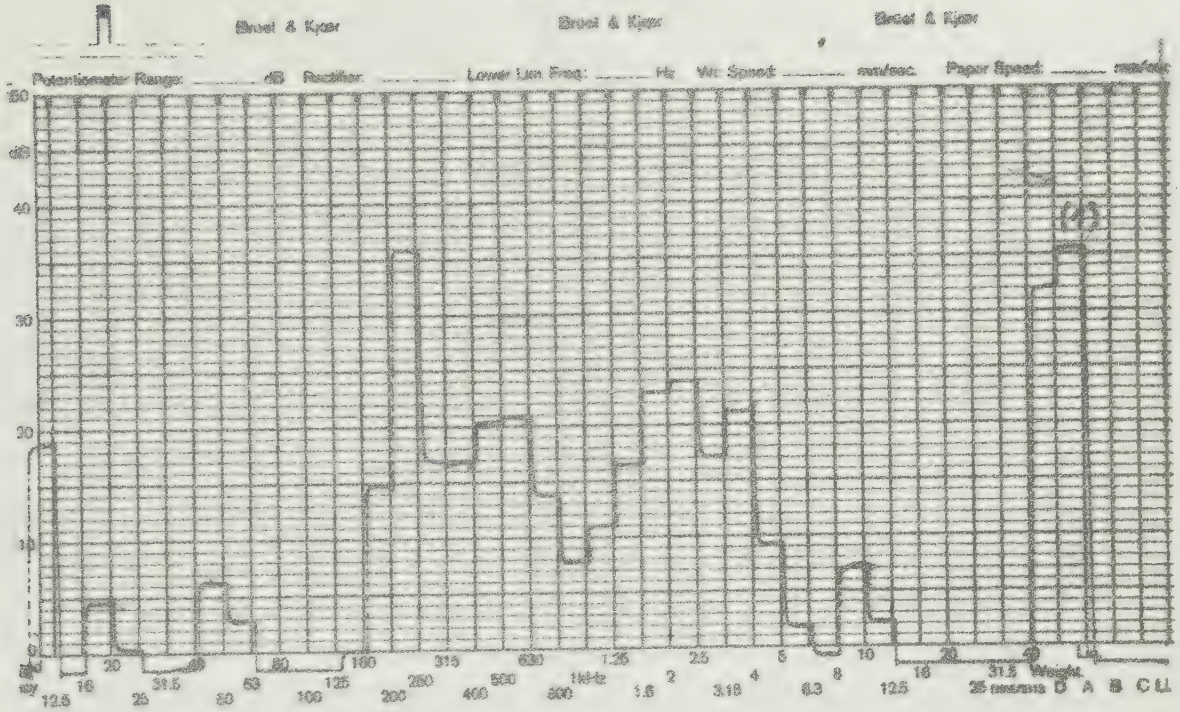
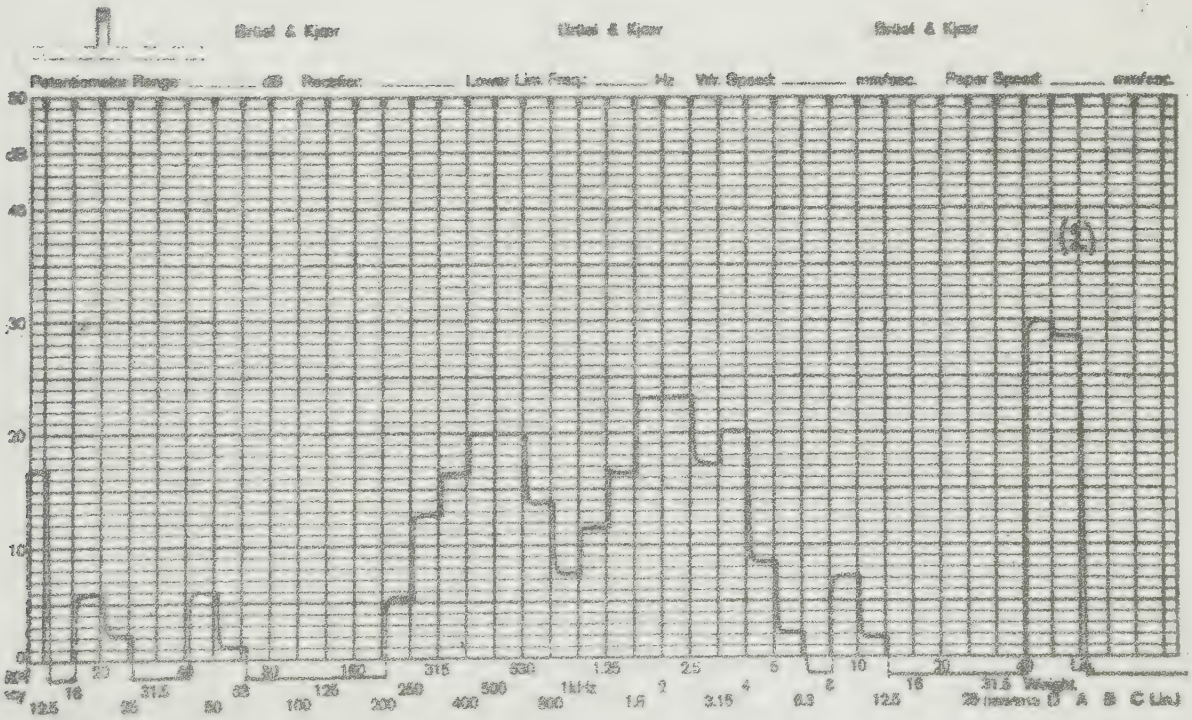


Fig. 8.21 FREQUENCE PURE NOYEE DANS UN BRUIT BLANC

(1) Spectre du champ incident

(2) Spectre du champ résultant

f_o = 250 Hz L_o = 60 dB



8.6.3.- Réduction de deux fréquences pures.-

Lorsqu'on ne dispose pas d'un retardateur, on peut élargir la bande passante d'un absorbeur acoustique actif en utilisant un dispositif multicanaux analogue à ceux de conover (17) ou Kido (32). Nous avons réalisé un tel montage, dont le schéma synoptique est représenté par la figure 8.22. (x) pour réduire deux fréquences pures simultanément. L'analyse spectrale des résultats (fig. 8.23) montre qu'une réduction du son incident supérieure à 35 dB a pu être constatée dans la bande de fréquence 160 Hz - 400 Hz. L'exploration du niveau sonore dans un plan horizontal de la chambre anéchoïque a mis en évidence un affaiblissement du niveau initial en tout point (fig. 8.24). Toutefois l'absence de sphéricité dans le rayonnement des sources secondaires fait que les résultats se détériorent fortement lorsqu'on s'éloigne du point de réglage du dispositif = l'affaiblissement moyen mesuré se situant alors entre 6 et 10 dB.

(x) *Le séparateur mentionné dans la légende de cette figure était constitué par de fortes résistances destinées à éviter des interactions entre les réglages de chaque voie.*

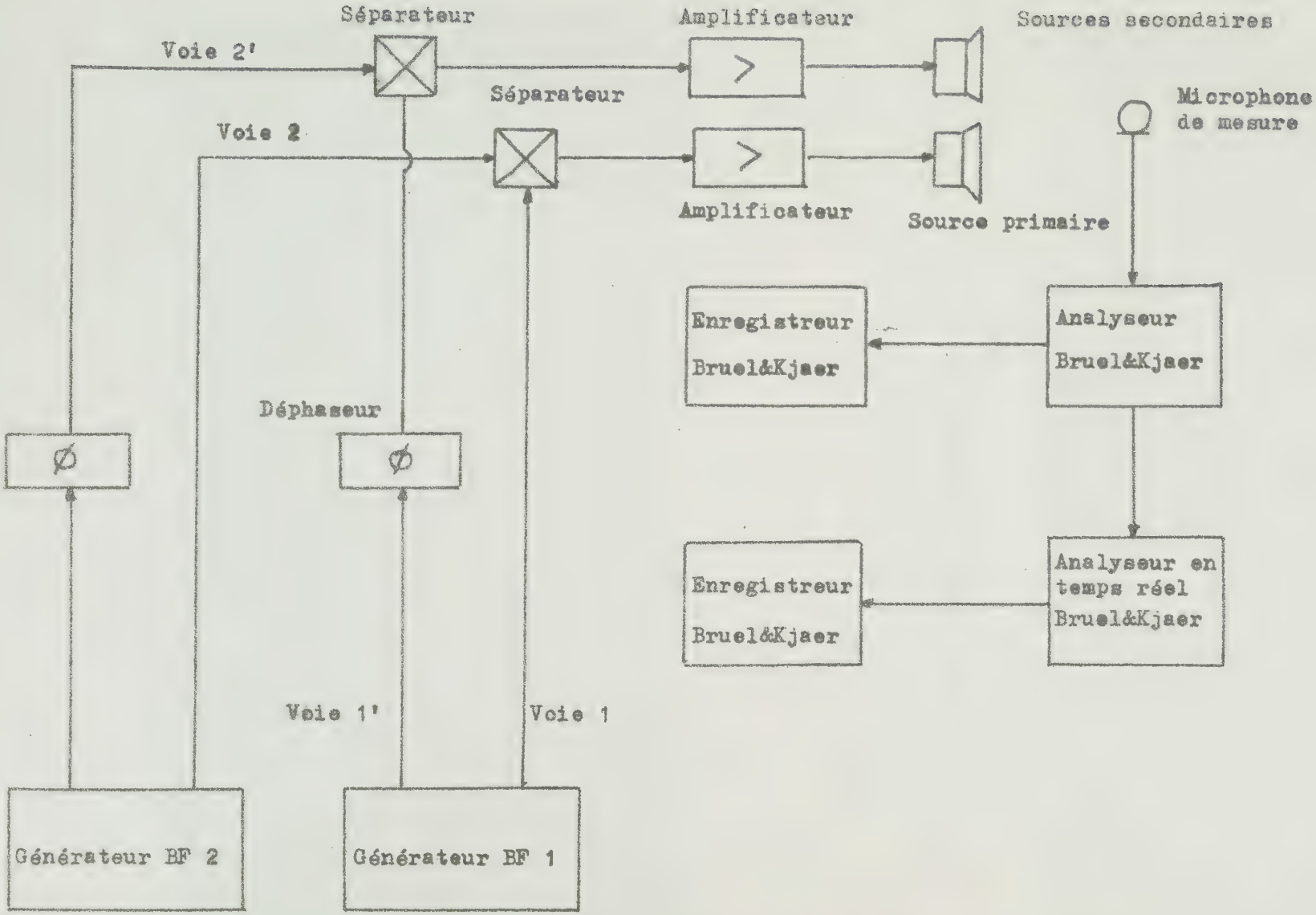


Fig. 8.22 REDUCTION DE DEUX FREQUENCES PURES

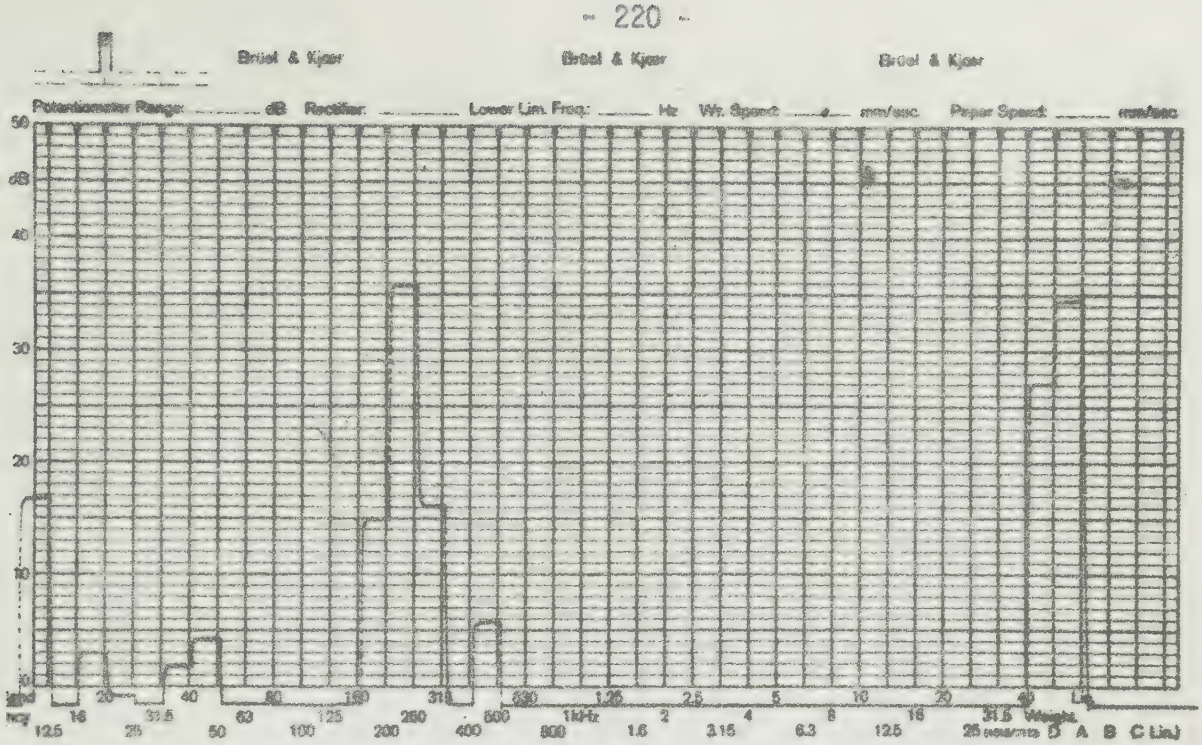
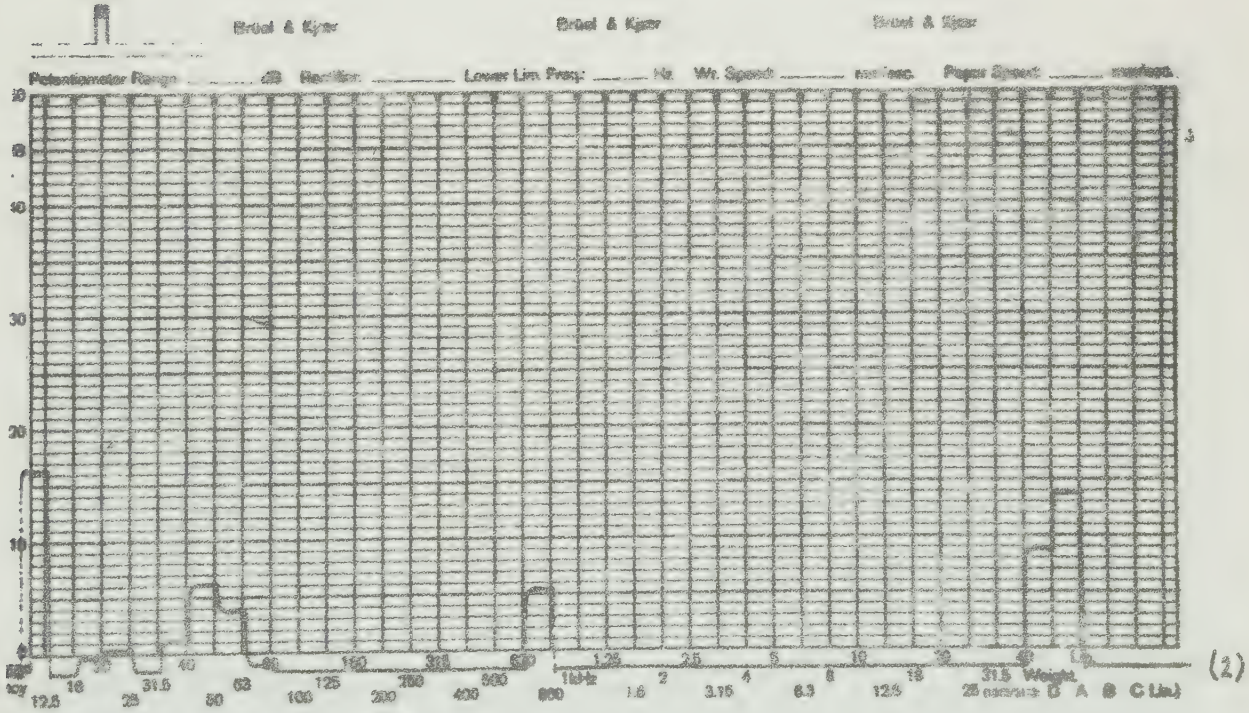


Fig. 8.23.a REDUCTION DE DEUX FREQUENCES PURES

(1) Spectre du champ incident

(2) Spectre du champ résultant

f_0 = 250 Hz f_1 = [illegible]



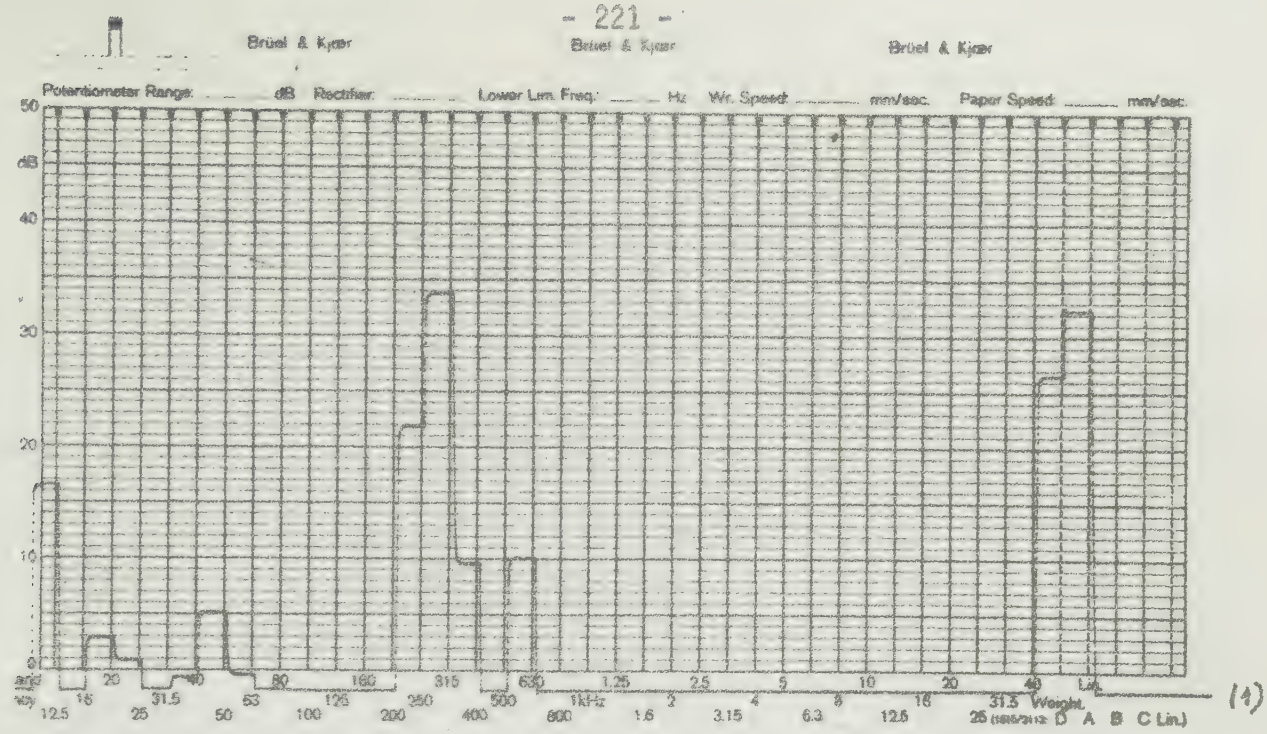
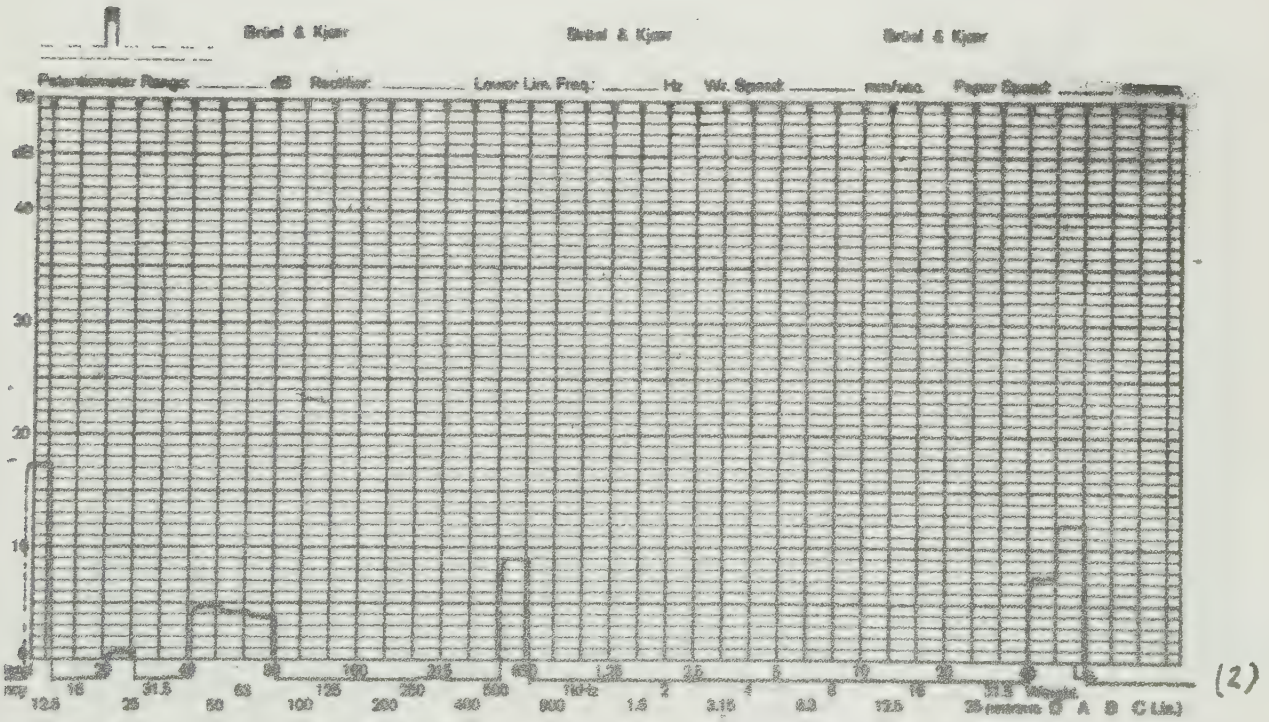


Fig. 8.23.b REDUCTION DE DEUX FREQUENCES PURES

(1) Spectre du champ incident

(2) Spectre du champ résultant

$f_0 = 0$ $f_1 = 300$ Hz



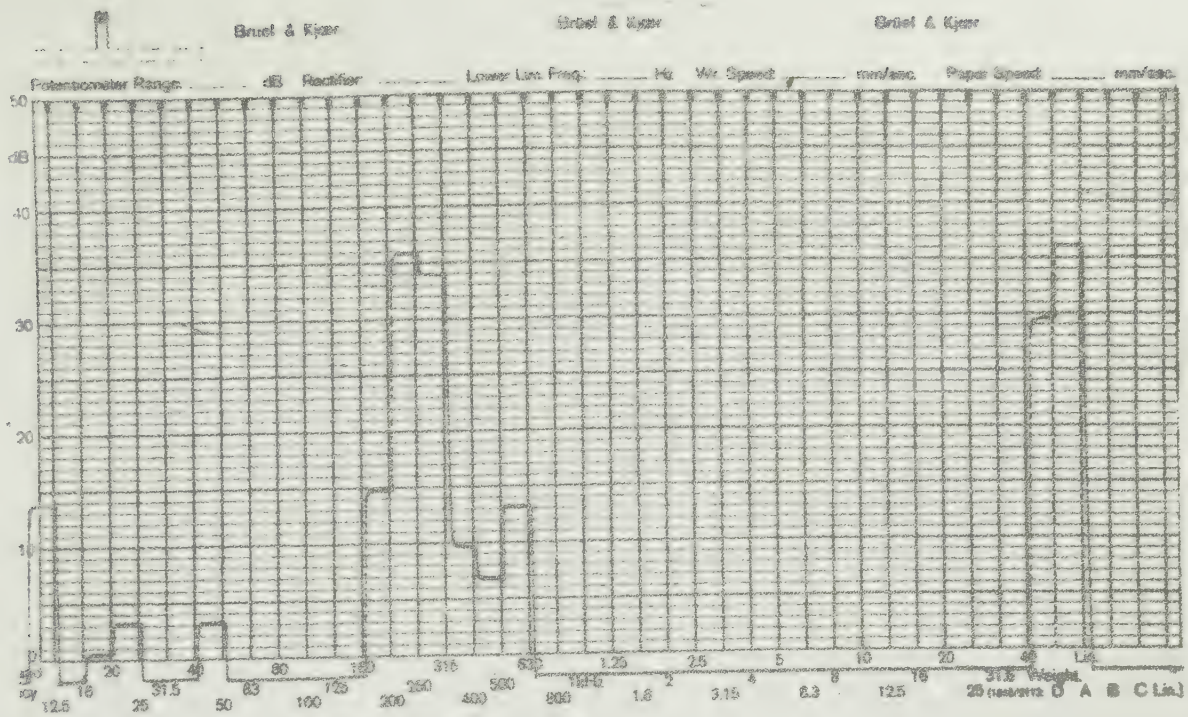
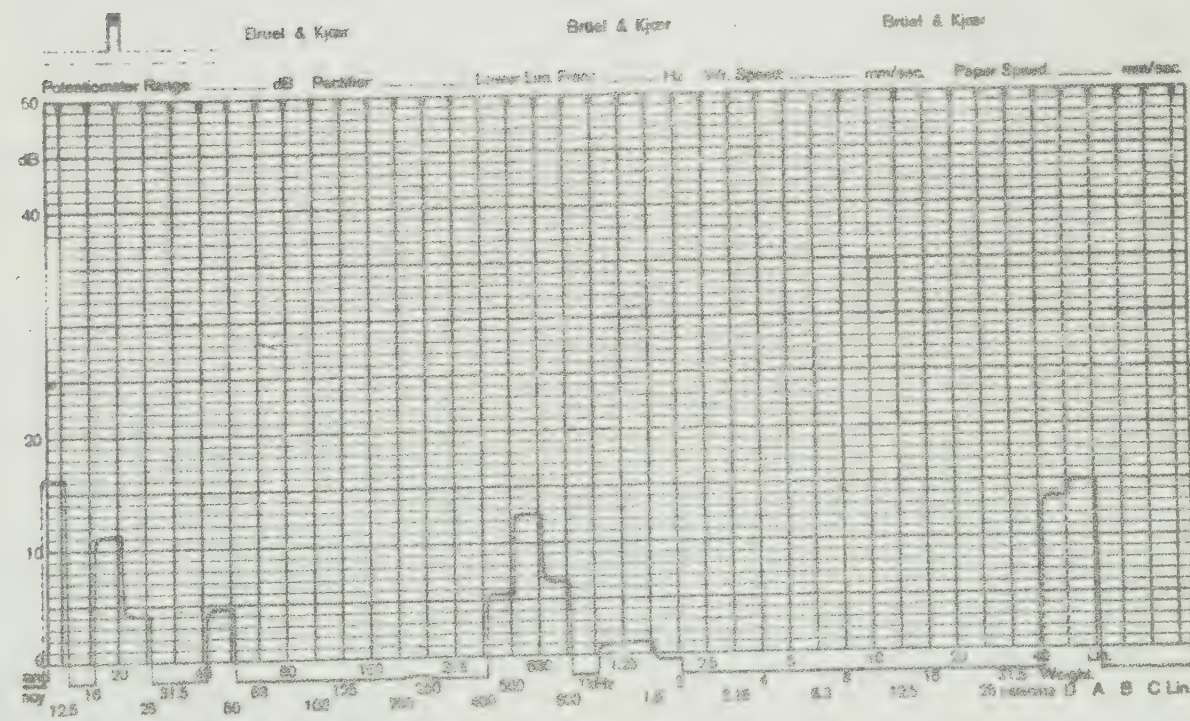


Fig. 8.23.c REDUCTION DE DEUX FREQUENCES PURES

(1) Spectre du champ incident

(2) Spectre du champ résultant

f_0 = 250 Hz f_1 = 300 Hz



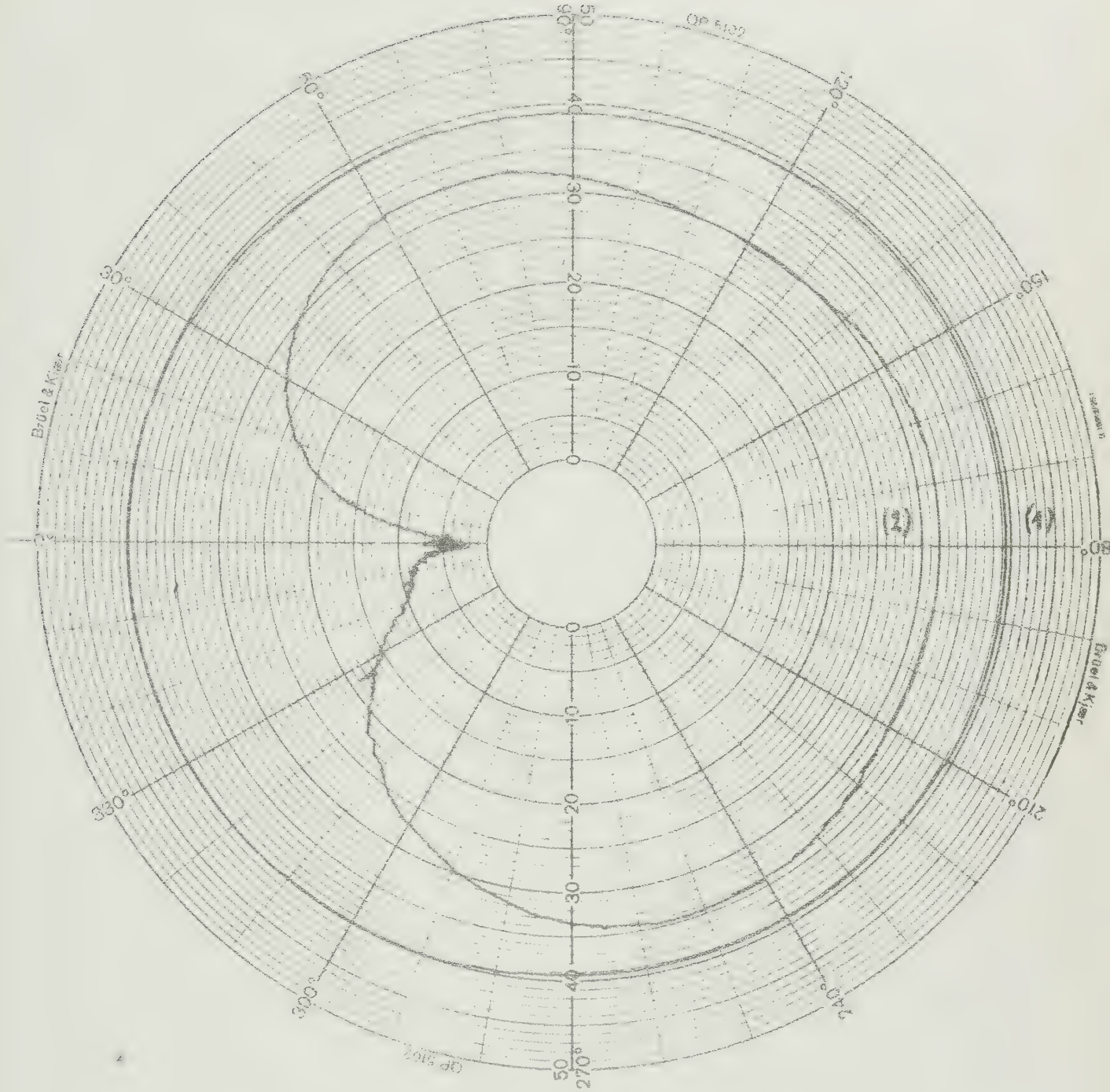


Fig. 8.24 REDUCTION DE DEUX FREQUENCES

(1) Niveau sonore incident
(2) Niveau sonore résultant

f_0 = 250 Hz
f_1 = 300 Hz
L_0 = 60 dB

8.7.- Conclusions.-

Les résultats des expériences en chambre anéchoïque ont confirmé les calculs théoriques, et pour la première fois, une réduction du son incident dans tout l'espace entourant les sources secondaires a pu être observée. L'étude de la réponse en fréquence de l'absorbeur actif et l'essai d'un dispositif à deux voies permettent de penser que la réduction d'un bruit de largeur de bande donnée pourra être envisagée avec de bonnes chances de succès dans un avenir assez proche. En effet, les problèmes qui subsistent : réalisation d'un retardateur, fabrication de sources sonores de bonne qualité, mise en place d'un microphone capteur, sont essentiellement technologiques et ne présentent pas de difficultés insurmontables.

x x x

CHAPITRE 9

QUELQUES ESSAIS D'ABSORPTION ACOUSTIQUE ACTIVE EN PLEIN AIR

9.- QUELQUES ESSAIS D'ABSORPTION ACOUSTIQUE ACTIVE EN PLEIN AIR.-

9.1.- Généralités.-

Les résultats encourageants obtenus lors des expériences effectuées au laboratoire nous ont conduits à tester notre dispositif anti-bruit en plein air. Nous avons choisi comme site le terrain de sport du Centre d'Instruction Naval de ST-MANDRIER, appartenant à la Marine Nationale. Plusieurs considérations nous ont guidé dans ce choix :

- possibilité de disposer d'un terrain plan de très grandes dimensions situé face à la mer, libre de tout obstacle ;
- absence de bruit de fond par temps calme ;
- existence d'une ligne électrique et d'un matériel de campagne permettant de recréer sur place les conditions de travail du laboratoire.

9.2.- Dispositif expérimental.-

Le dispositif expérimental de base était identique à celui employé en chambre anéchoïque.

- Les sources secondaires, disposées sur un dodécaèdre et la source primaire étaient montées sur une table tournante permettant leur rotation dans un plan horizontal.

- Un microphone fixe Bruel & Kjaer, de type capacitif, de 1 pouce de diamètre, disposé à 2 m de distance de l'ensemble des sources et relié à un analyseur permettait de choisir un niveau d'émission de référence (noté $L_{réf}$ dans les figures qui vont suivre)

- Un autre microphone, de même type, était utilisé à la réception. Monté sur un mât télescopique de hauteur variable entre 3 m 20 et 8 m 70, lui-même fixe sur un chassis de remorque pour faciliter ses déplacements, il permettait d'explorer tout plan vertical extérieur aux sources secondaires (fig. 9.1. et 9.2.)

- La chaîne électronique était celle décrite au chapitre précédent (fig. 9.3. et 9.4.). Toutefois, l'impossibilité de disposer sur le terrain d'un analyseur en temps réel nous a conduit à enregistrer sur magnétophone Nagra III les résultats des mesures qui ont été ensuite analysés en laboratoire.

9.3.- Résultats.-

9.3.1.- Résultats en son pur.-

Représentés par la figure 9.5., ils ont été enregistrés par beau temps en en l'absence de vent afin que le niveau de bruit de fond soit le plus faible possible. On notera que, pour les fréquences comprises entre 500 Hz et 1000 Hz ces résultats sont légèrement supérieurs à ceux obtenus en chambre anéchoïque, ceci à cause de la distance, plus grande, qui séparait les sources sonores et le microphone de réception.

Fig. 9.1.- Dispositif expérimental

On distingue de droite à gauche, le mât télescopique, en position haute et le microphone de mesure, la tente abritant les appareils de mesure, le microphone de référence et les sources sonores.

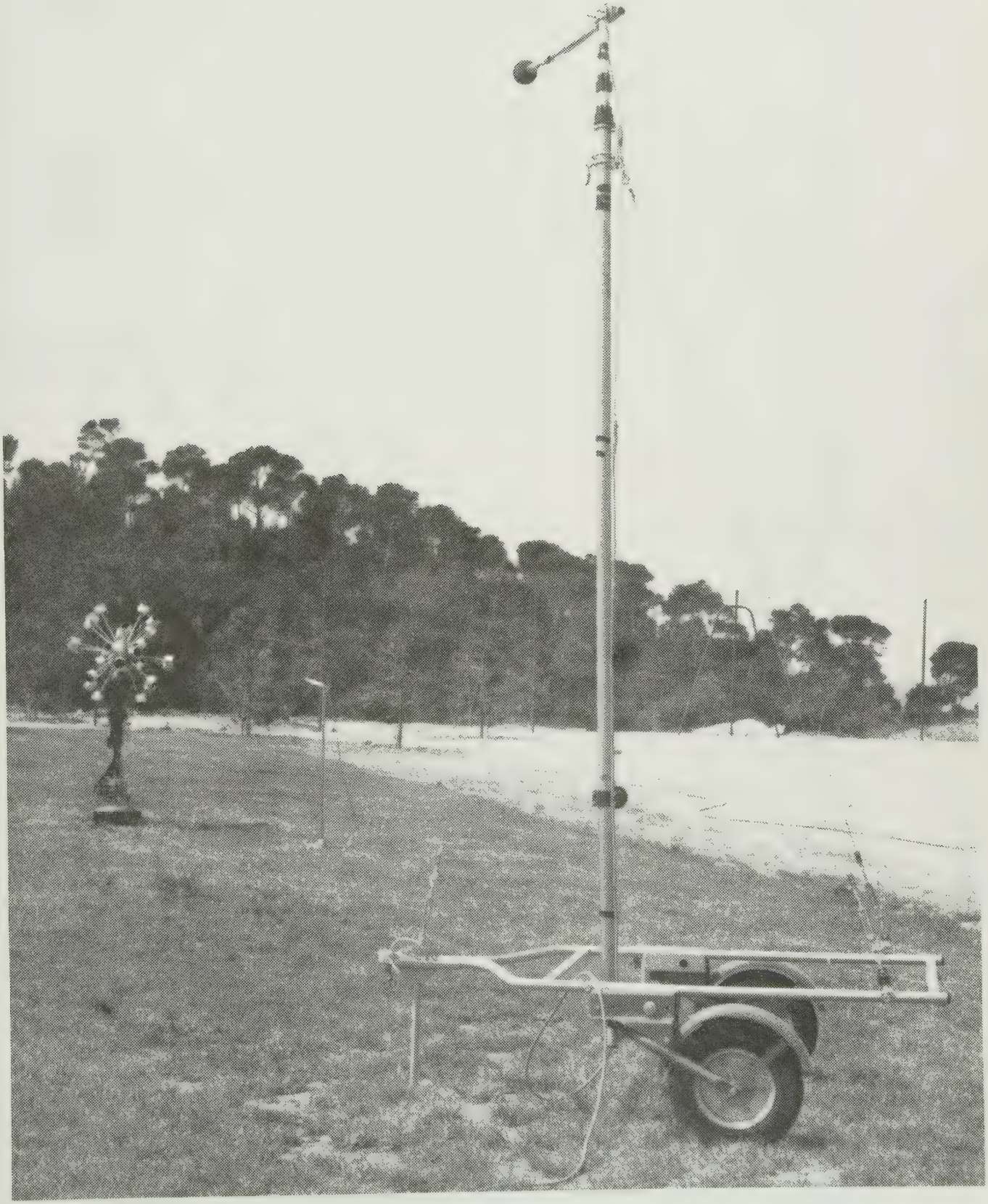


Fig. 9.2.- Mât télescopique en position basse.-

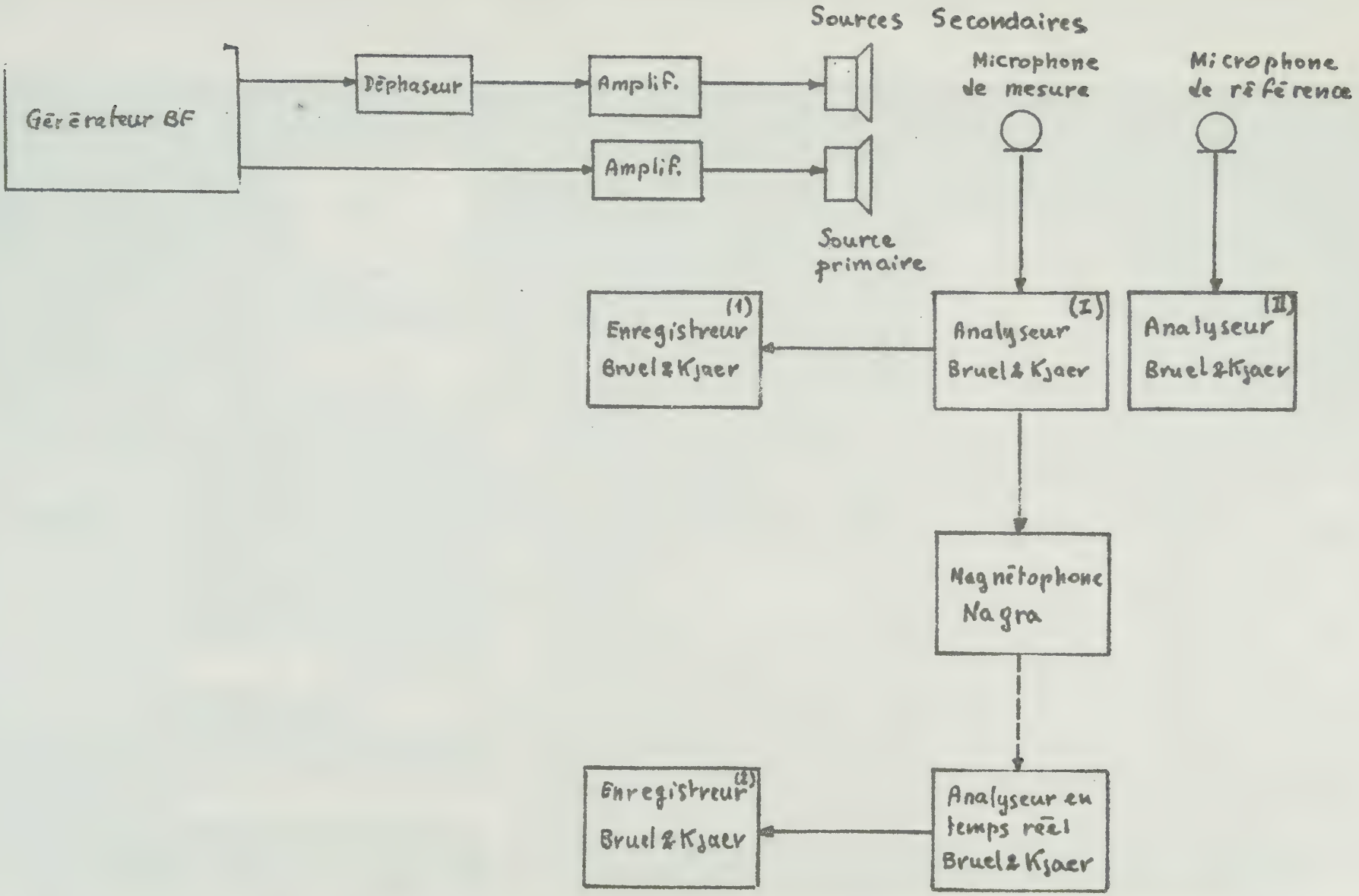


Fig. 9.3 PRINCIPE DES MESURES EN FREQUENCE PURE ET EN EXTERIEUR

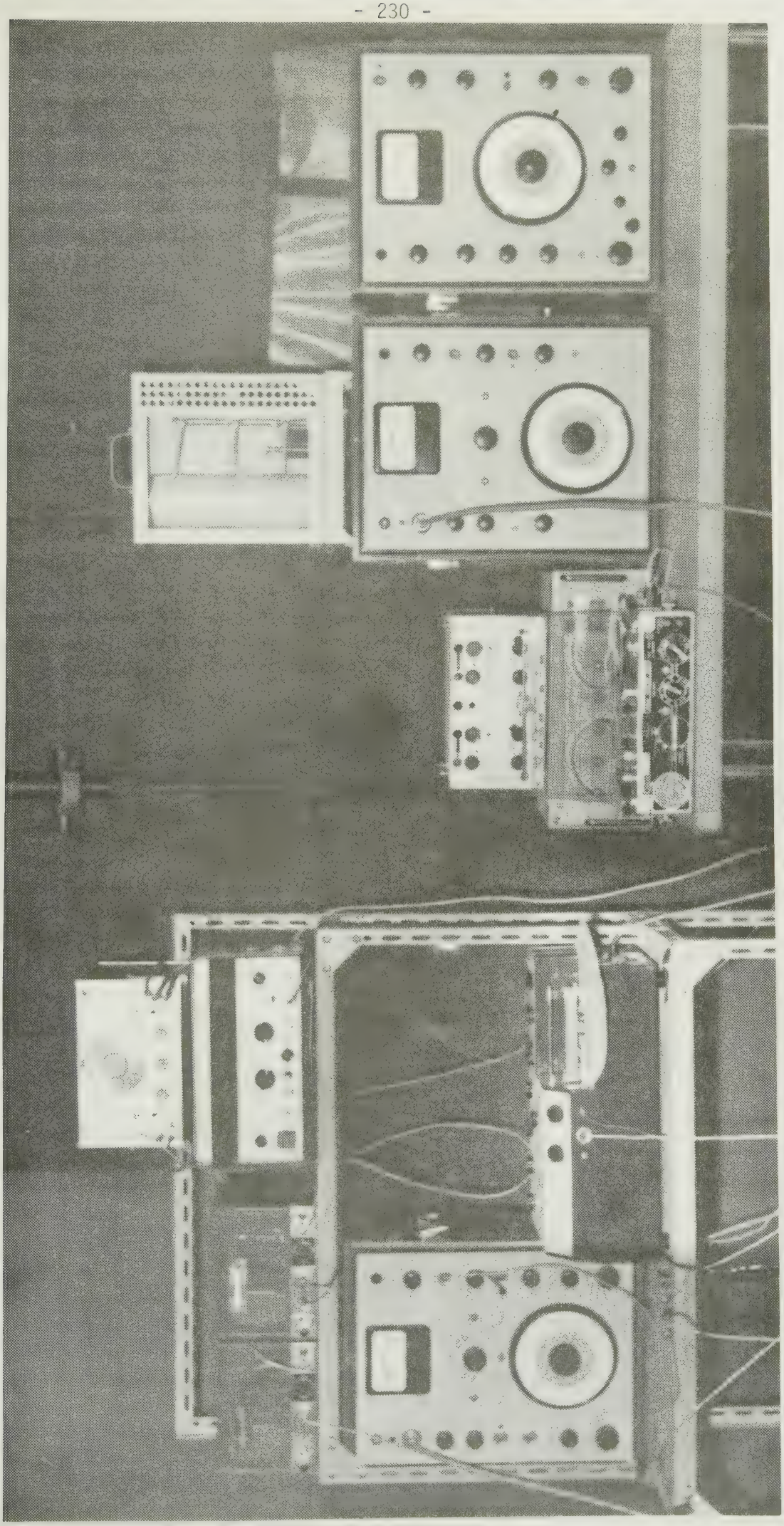


Fig. 9.4.- Matériel utilisé.-

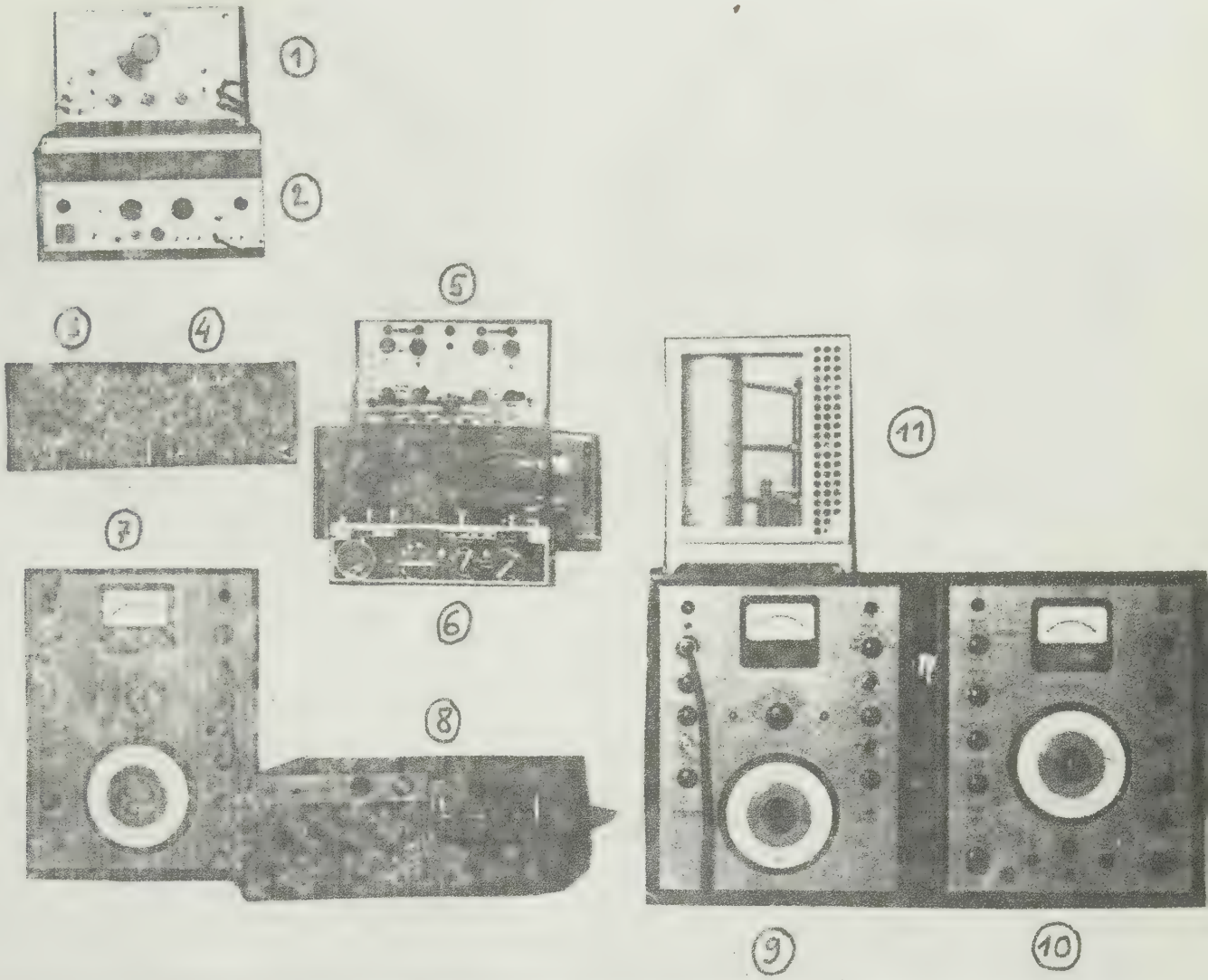


Fig. 9.4' MATERIEL UTILISE

(1) Générateur Philips à phase variable

(2) Compteur de fréquence Rochar

(3) Amplificateur Dynakit Mark III

(4) Id.

(5) Déphaseur

(6) Magnétophone Nagra III

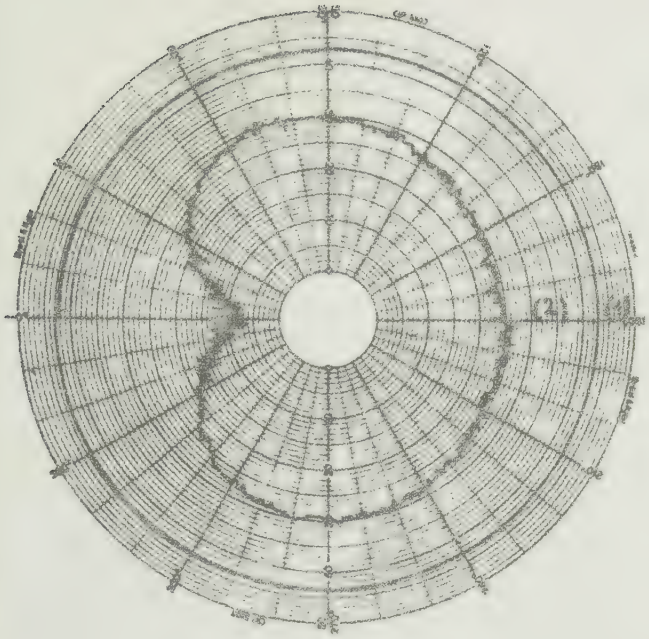
(7) Analyseur Bruel & Kjaer 2107

(8) Enregistreur Bruel & Kjaer 2305

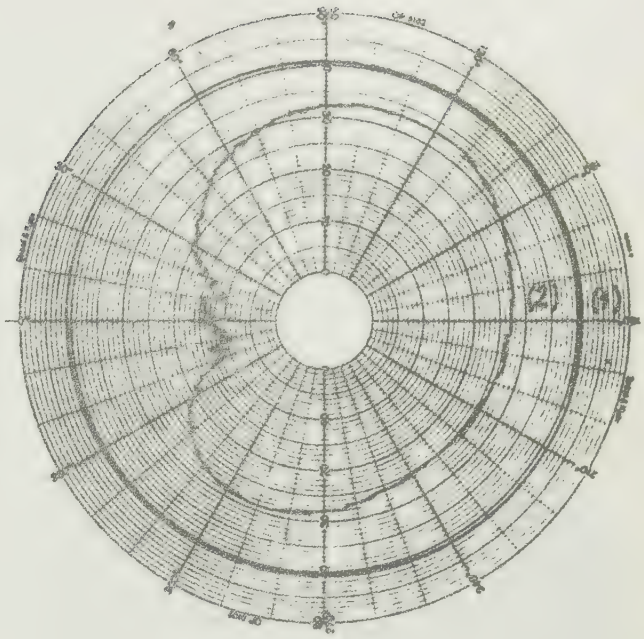
(9) Analyseur Bruel & Kjaer 2112

(10) Générateur Bruel & Kjaer de bruit bla

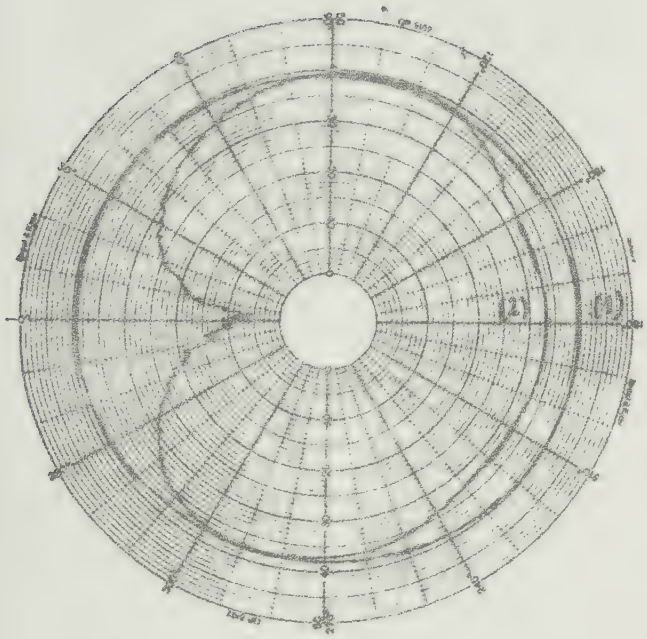
(11) Baromètre, Thermomètre et Hygromètre



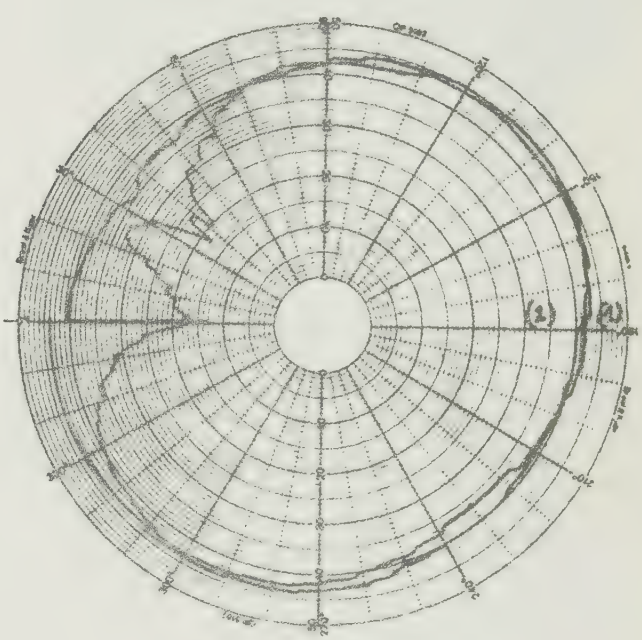
(a)



(b)



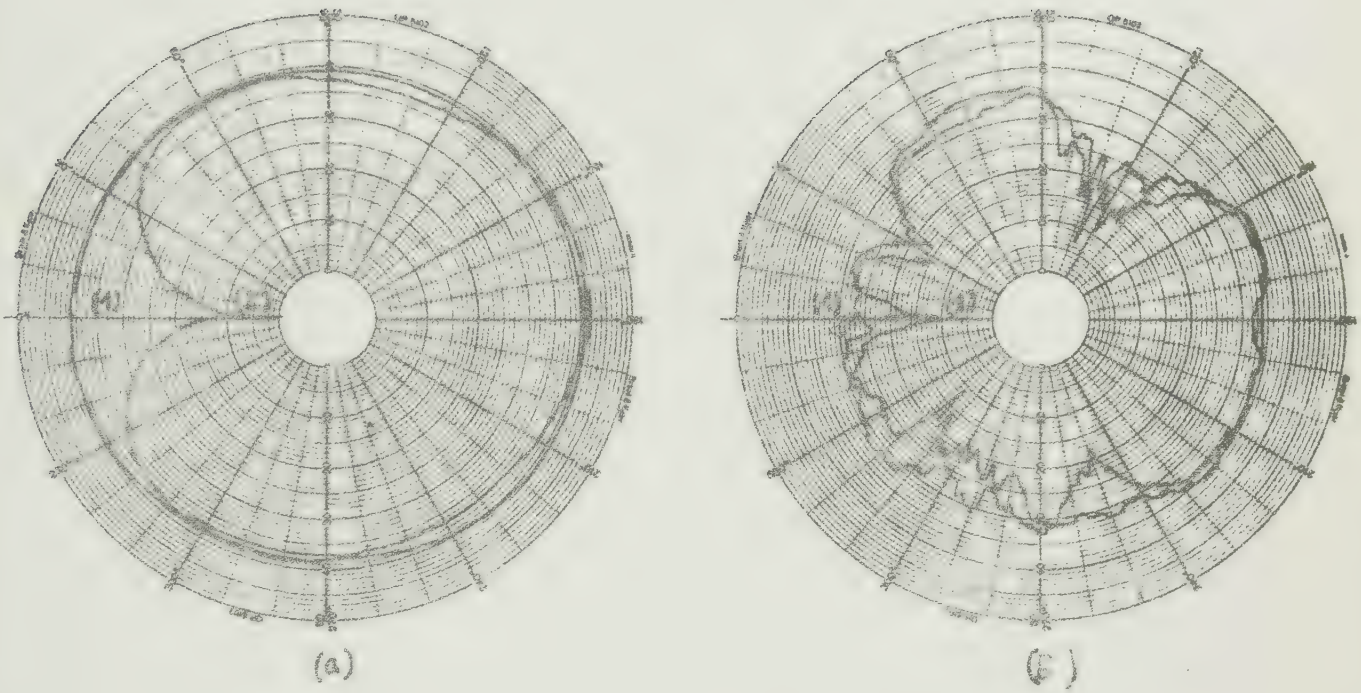
(c)



(d)

Fig. 9.5.a (1) Niveau sonore initial
(2) Niveau sonore résultant
(a) 250 Hz (b) 300 Hz
(c) 350 Hz (c) 400 Hz

L_0 = 71 dB $L_{réf}$ = 80 dB h = 3,2 m D = 5 m



(a) (b)

Fig. 9.5.b (1) Niveau sonore initial

(2) Niveau sonore résultant

(a) 500 Hz (b) 1000 Hz

L_0 = 71 dB $L_{réf}$ = 80 dB h = 3,2 m D = 5 m

9.3.2.- Réduction d'un bruit blanc filtré.-

Les résultats ont été enregistrés à la fréquence 250 Hz, pour des largeurs de bande de filtrage de 0, 10 Hz, 30 Hz et 100 Hz (fig. 9.6.) On voit que, le cas le plus défavorable, l'affaiblissement reste de l'ordre d'une dizaine de dB. L'analyse spectrale des résultats (fig. 9.7) appelle les remarques suivantes :

- le niveau sonore global et le niveau sonore dans la bande de filtrage sont réduits ;

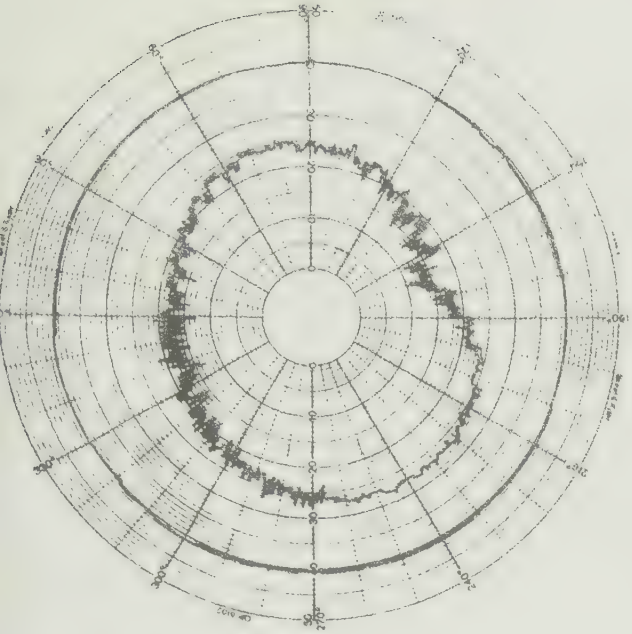
- on ne peut tirer aucune conclusion pour les fréquences situées à l'extérieur de cette bande puisque le bruit de fond variait pendant l'intervalle de temps séparant deux enregistrements ;

- il existe une raie parasite, entre 5 et 10 KHz, dont l'origine n'est certainement pas acoustique (x).

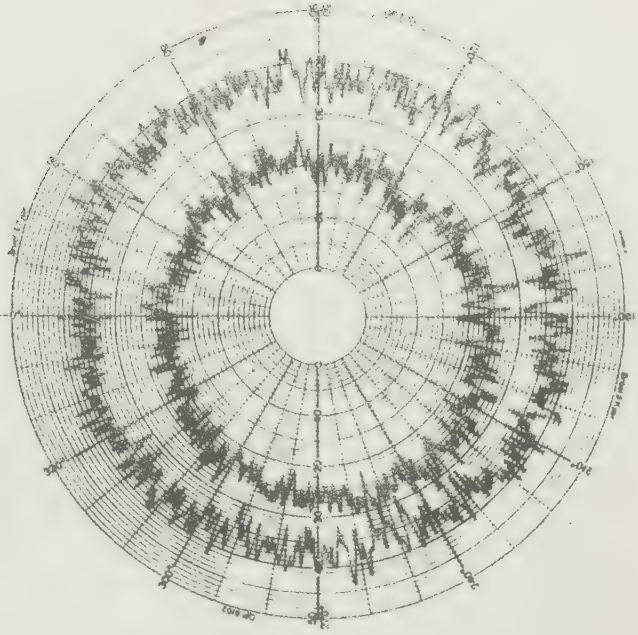
9.3.3.- Réduction de deux fréquences pures.-

L'affaiblissement moyen constaté est supérieur à 10 dB (fig. 9.8 et 9.9.).

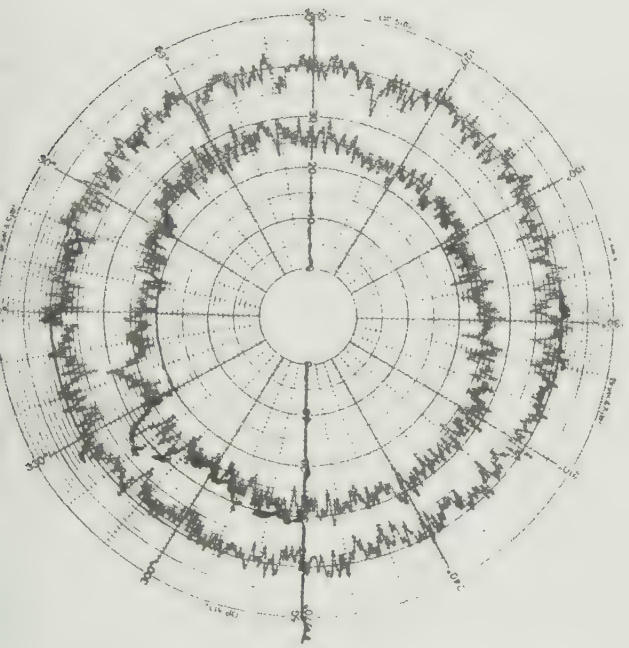
(x) *L'hypothèse la plus plausible quant à son origine est qu'elle a pris naissance à la suite d'un phénomène d'auto-oscillation dans la chaîne électronique.*



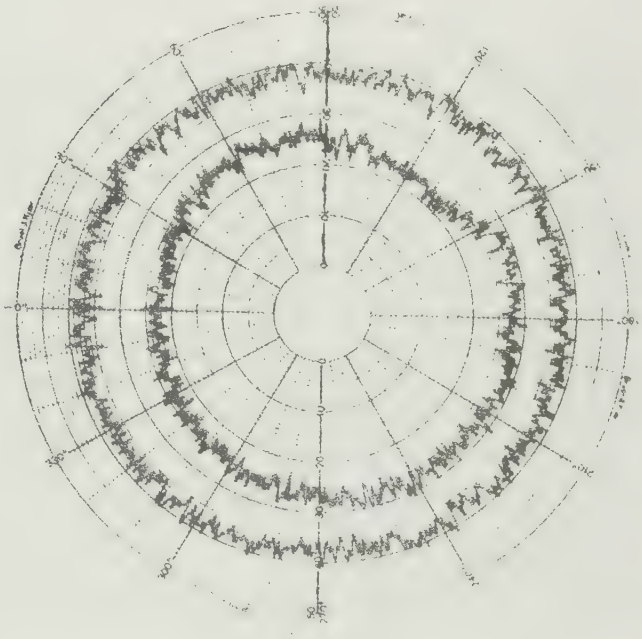
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 9.6 RÉDUCTION D'UN BRUIT BLANC FILTRE

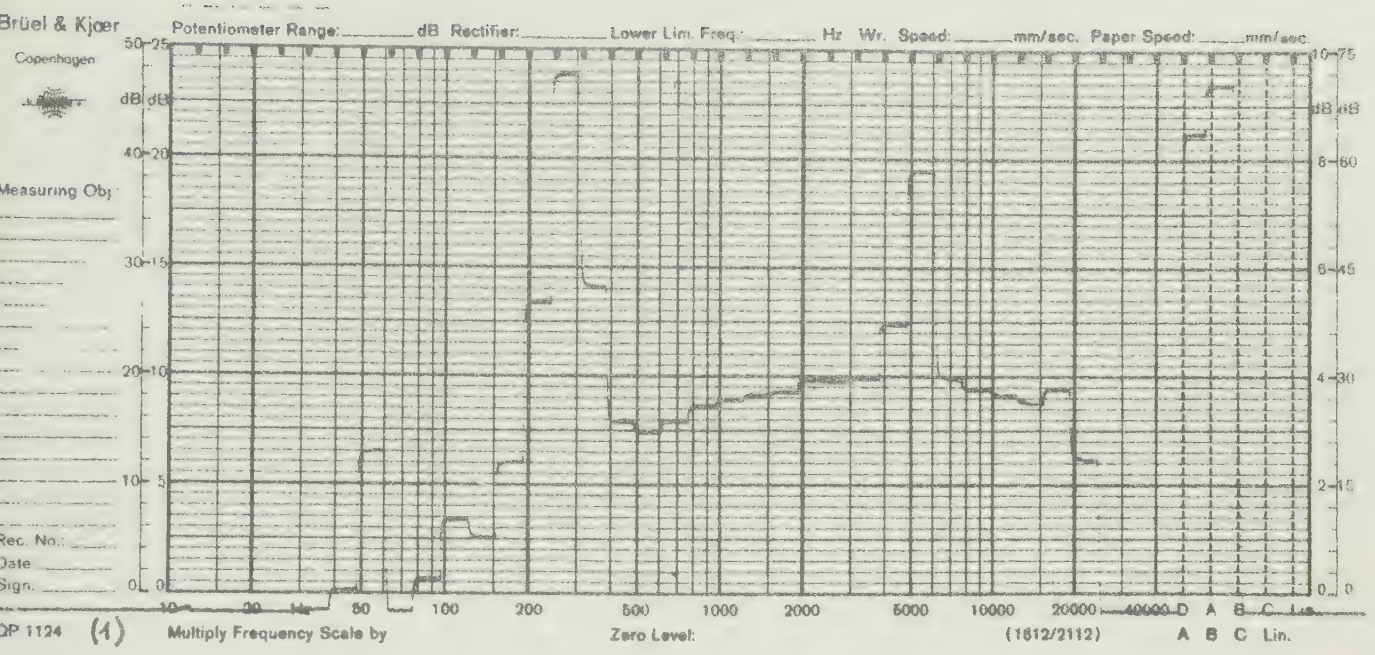
(1) Niveau sonore initial

(2) Niveau sonore résultant

(a) $\Delta f = 0$ (b) $\Delta f = 10$ Hz

$f_o = 250$ Hz (c) $\Delta f = 30$ Hz (d) $\Delta f = 100$ Hz

$L_0 = 65$ dB $L_{réf} = 80$ dB $h = 3,2$ m $D = 5$m



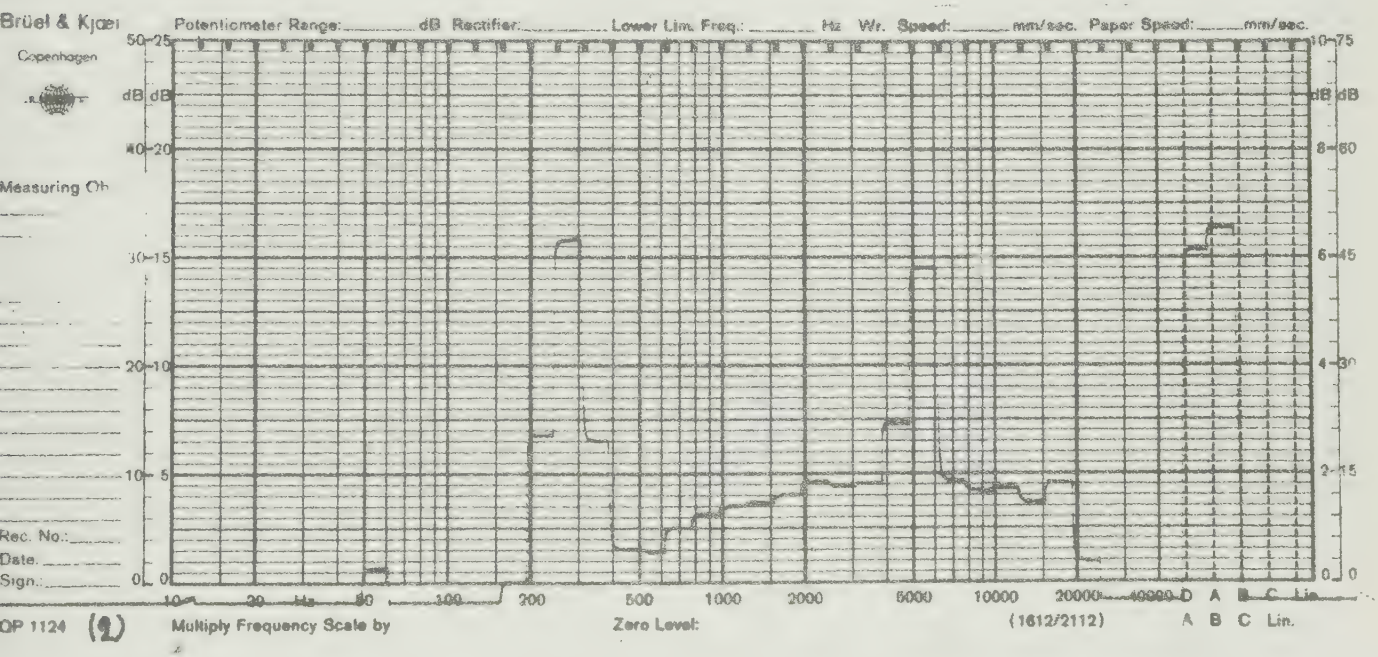


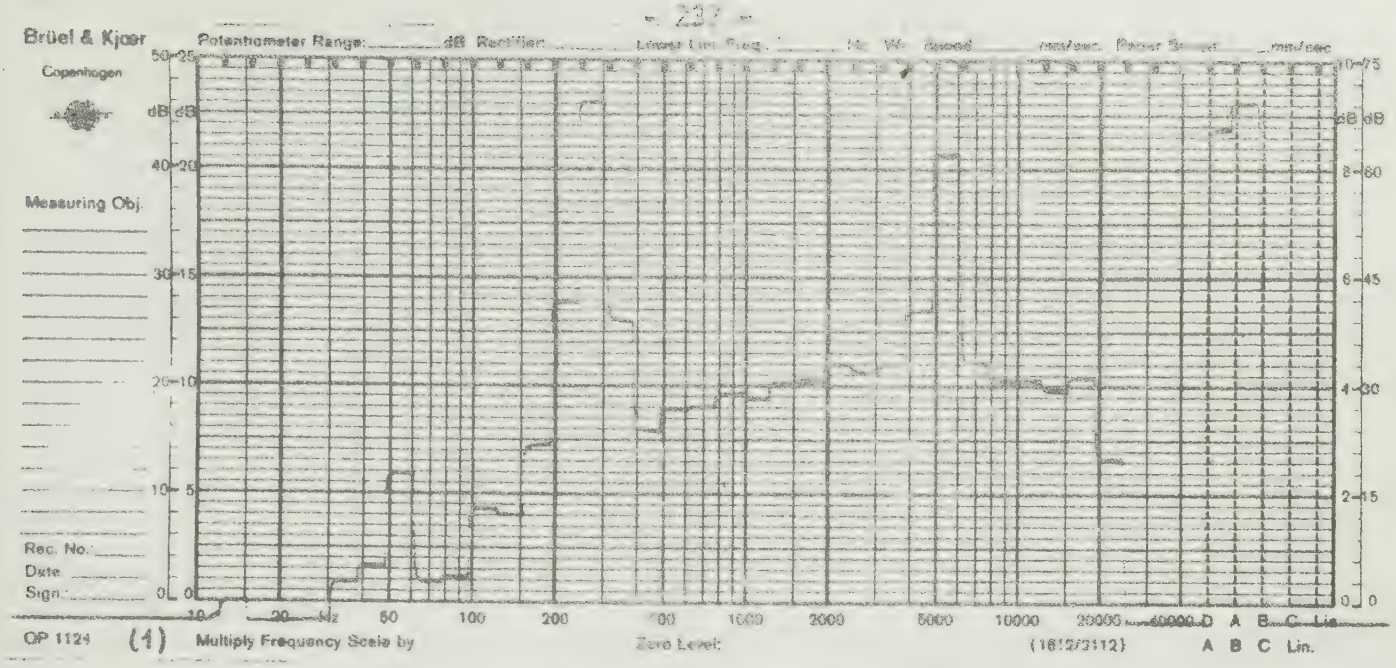
Fig.9.7.a REDUCTION D'UN BRUIT BLANC FILTRE

(1) Spectre du champ incident

(2) Spectre du champ résultant

f_0 = 250 Hz $\quad \Delta f$ = 0

L_0 = 60 dB



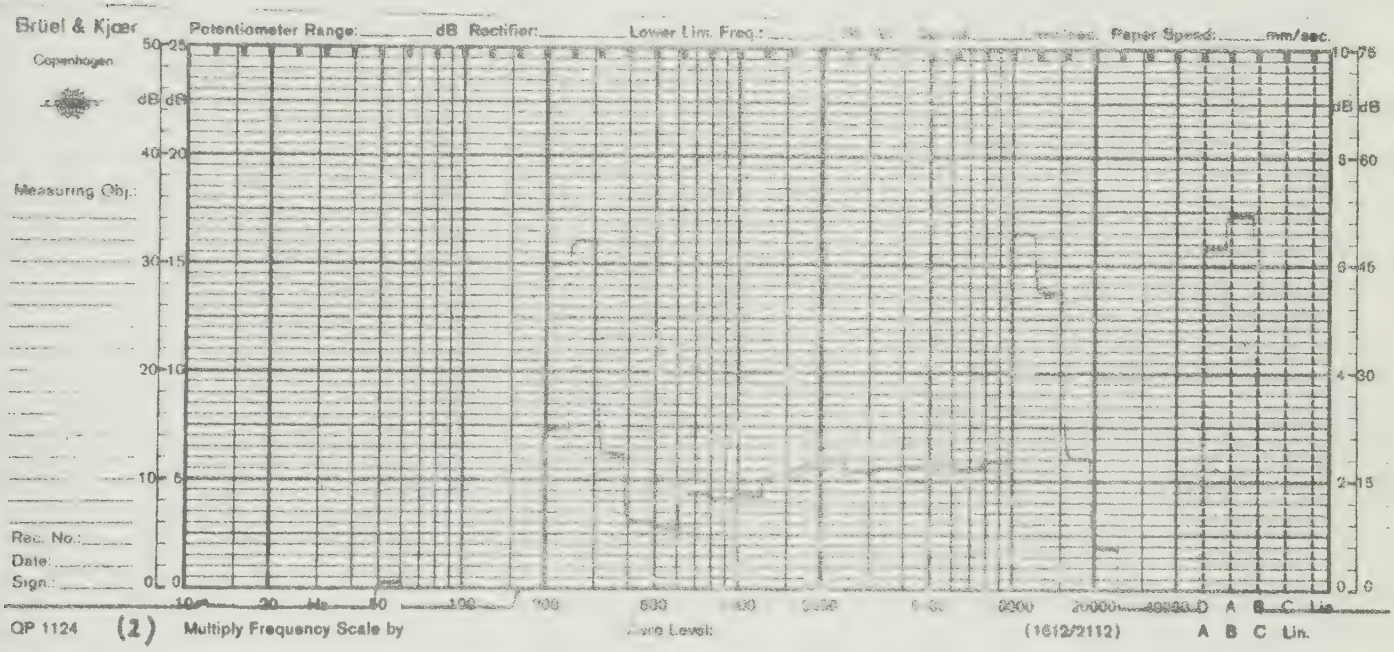


Fig. 9.7.b REDUCTION D'UN MUR BLANC FILTRE

(1) Spectre du champ incident

(2) Spectre du champ résultant

f_0 = 250 Hz Δf = 10 Hz

L_0 = 60 dB

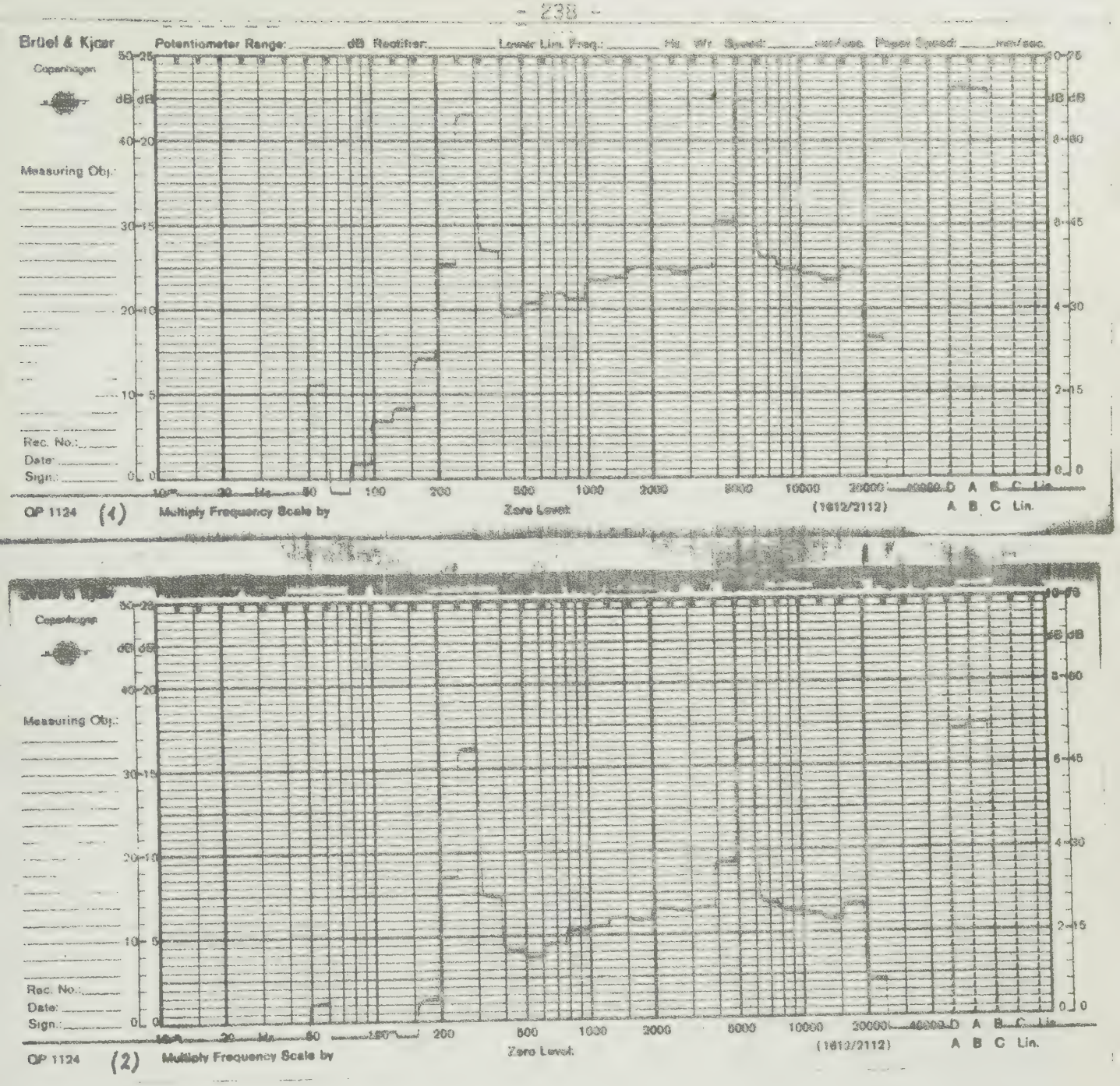


Fig. 9.7.c REDUCTION D'UN BRUIT BLANC FILTRE

(1) Spectre du champ incident

(2) Spectre du champ résultant

f_0 = 250 Hz $\quad \Delta_1$ = 30 Hz

L_0 = 60 dB

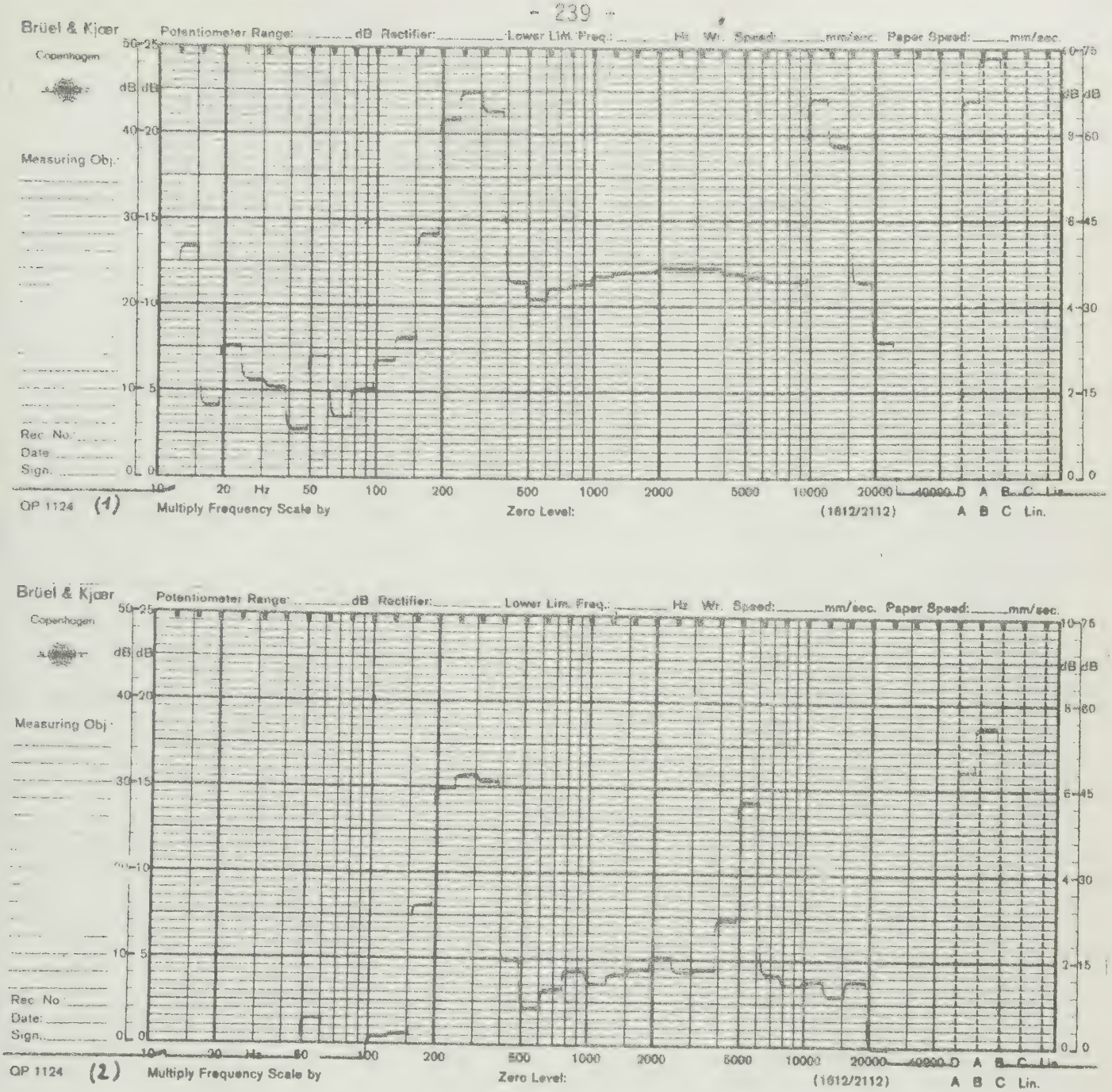


Fig. 9.7.d REDUCTION D'UN BRUIT BLANC FILTRE

(1) Spectre du champ incident

(2) Spectre du champ résultant

f_0 = 250 Hz f = 100 Hz

L_0 = 60 dB

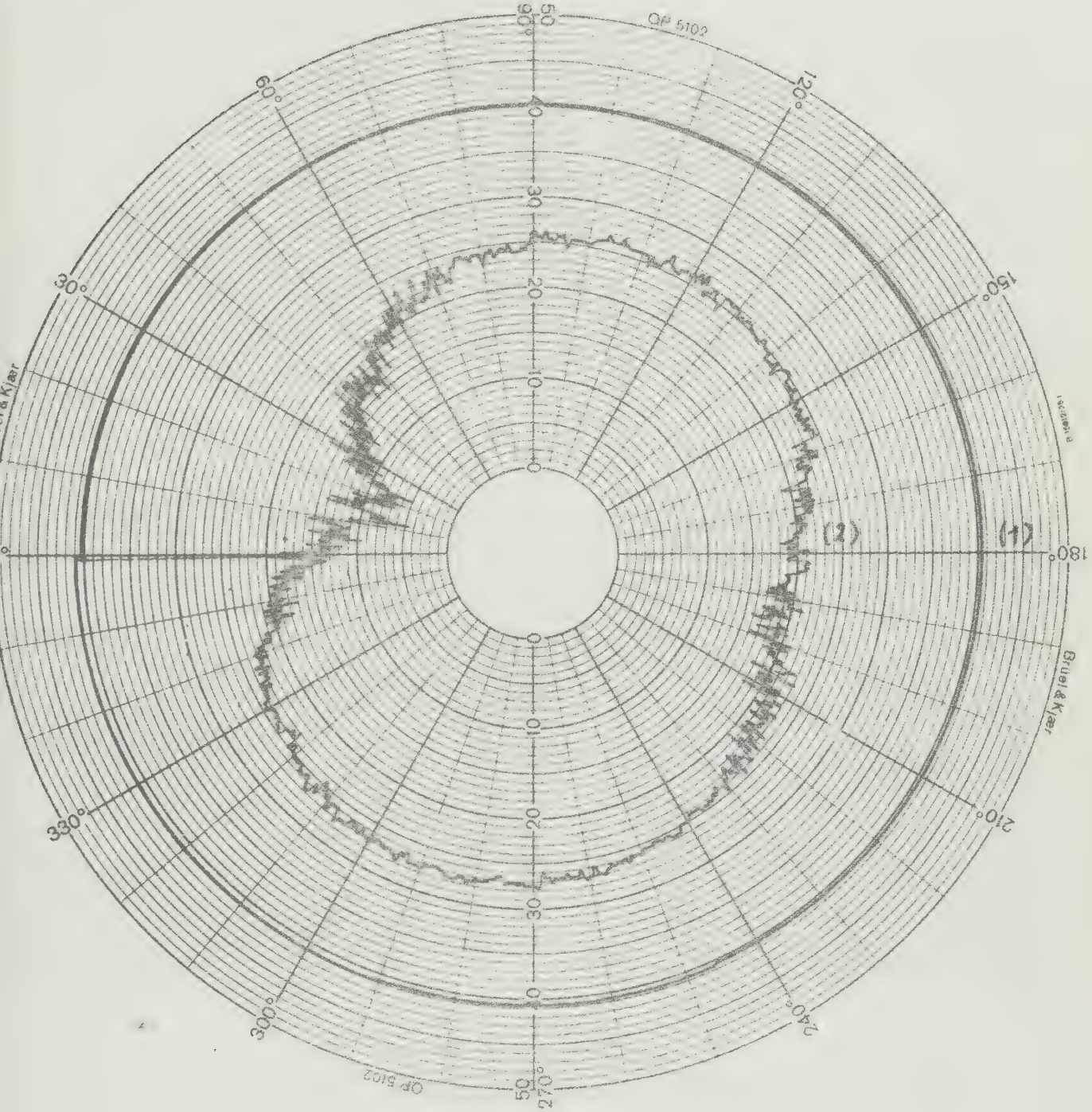


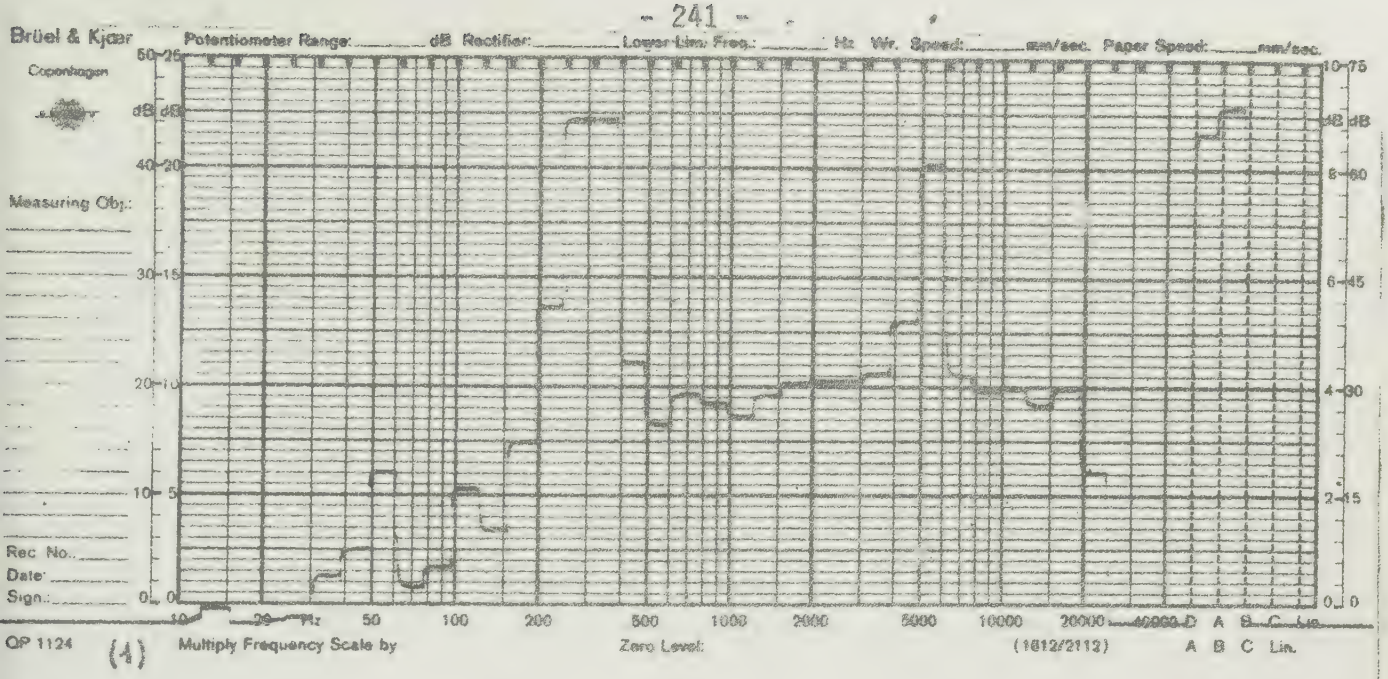
Fig. 9.8 REDUCTION DE DEUX FREQUENCES PURES

(1) Niveau sonore initial

(2) Niveau sonore résultant

f_1 = 250 Hz f_2 = 300 Hz

L_o = 60 dB $L_{réf}$ = 70 dB



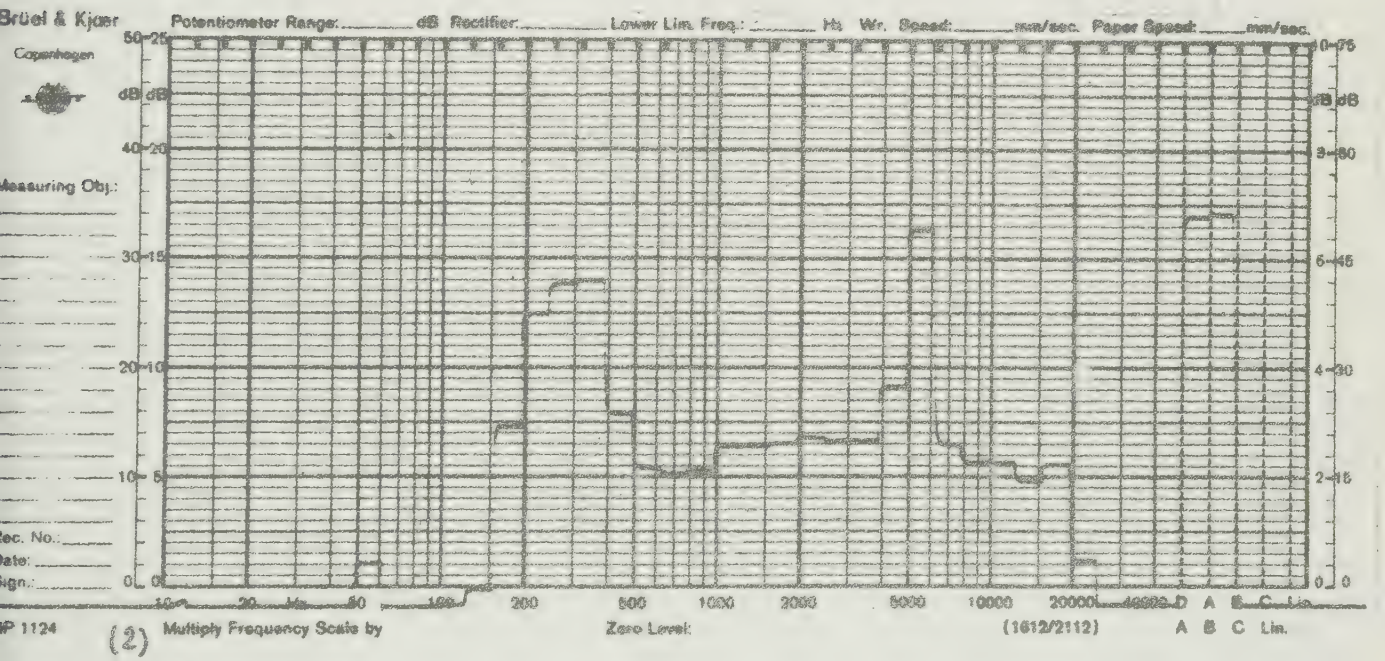


Fig. 9.9 REDUCTION DE DEUX FREQUENCES PURES

(1) Spectre du champ incident

(2) Spectre du champ résultant

L_0 = 60 dB $L_{réf}$ = 70 dB

f_1 = 250 Hz f_2 = 300 Hz

9.4.- Conclusions.-

Lorsque nous avons pu opérer par beau temps, les expériences en plein air ont confirmé les résultats obtenus en chambre anéchoïque. Par contre, la présence de vent, en plus des risques qu'elle faisait courir au matériel, a toujours relevé le bruit de fond à des niveaux tels qu'aucun affaiblissement ne pouvait être constaté. Il semblerait qu'on touche là à une des difficultés que tout dispositif destiné à fonctionner en plein air devra surmonter pour être efficace. L'utilisation d'écrans anti-vent et un filtrage énergique au niveau du microphone capteur devraient permettre d'y parvenir.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Les absorbeurs acoustiques actifs constituent un sujet vaste et complexe, que notre travail n'a pas épuisé. Nous avons seulement voulu apporter une contribution à la théorie générale de l'absorption active en montrant les avantages qu'offrait, dans ce domaine, l'application du Principe de Huygens. Les formules intégrales auxquelles nous sommes parvenus permettent de calculer les performances théoriques d'un dispositif anti - bruit, par l'intermédiaire du coefficient d'affaiblissement. Elles indiquent également quels éléments doivent le constituer. De plus, les résultats trouvés permettent de lever un certain nombre d'objections opposées aux absorbeurs acoustiques actifs car à la base de celles-ci on trouve presque toujours une méconnaissance profonde du mécanisme de l'absorption active.

Le premier type d'objections repose sur des "évidences" qui semblent écarter, à première vue, l'idée même d'annulatio d'un bruit par un autre. On peut facilement les réfuter car elles ne résistent pas à l'analyse du phénomène qu'elles décrivent. Examinons par exemple la proposition suivante, rapportée par LESCHOWSKI (6) : "On n'a jamais vu les sons émis par deux instruments, jouant le même morceau de musique, ou par deux compresseurs fonctionnant côte à côte, se neutraliser mutuellement. Dans ces conditions comment pourrait-on espérer détruire un son par un anti-son ?" Remarquons tout d'abord qu'une conclusion générale ("Les absorbeurs actifs ne peuvent exister"), est déduite de deux exemples particuliers, ce qui ne constitue, en aucun cas, un mode de raisonnement valable. Etudions maintenant ces deux exemples. Deux instruments de musique ne sont jamais parfaitement identiques, de même que les jeux des deux instrumentistes. Il en résulte que les conditions d'interférence totale des deux sons ont peu de chances d'être remplies, même en un seul point de l'espace. Tout au plus pourra-t-on observer les battements entre les différents harmoniques dont les instruments sont le plus souvent très riches. Les bruits rayonnés par des compresseurs, quant à eux, sont des signaux aléatoires. La probabilité de concordance des profils de

pression acoustique, avec opposition de phase, est donc extrêmement faible (*), ce qui explique qu'on observe, en moyenne, un renforcement du niveau sonore.

Le second type d'objections concerne les dimensions du domaine d'absorption active. On assimile très souvent celui-ci à un "point sourd" d'un système d'ondes stationnaires, et on en déduit que les dimensions maximales de la zone d'atténuation sont, dans le cas d'un son pur, de l'ordre du quart de la longueur d'onde. Cette confusion est dûe au fait que "l'absorbeur électronique" d'Olson, qui est le plus souvent cité dans la littérature relative aux absorbeurs actifs, est basé sur l'interférence de deux ondes progressant en sens inverse. Par une généralisation hâtive, beaucoup en ont conclu que tout absorbeur actif était dérivé du dispositif d'Olson et en présentait, en conséquence, les inconvénients. Nous avons vu au cours de ce travail qu'il n'en est rien et que l'utilisation du Principe de Huygens permet de reconstituer, en tout point de l'espace, le front d'onde incident, rendant ainsi possible l'absorption active dans un domaine aussi étendu qu'on le désire.

Ces objections étant levées, voyons quels problèmes de réalisation pratique peuvent se poser :

a) Il faut que le bruit à réduire soit décrit par des équations linéaires. Par conséquent si les sources primaires ont une intensité trop forte, il faudra choisir la surface Σ suffisamment loin de l'espace source pour que le champ sonore soit devenu linéaire ;

b) le champ primaire doit être connu avec une grande précision. Des capteurs de pression acoustique et des capteurs de vitesse vibratoire devront donc être placés sur le trajet de l'onde primaire, en nombre suffisant pour que le rayonnement des sources secondaires la reconstitue fidèlement ;

c) le dispositif devra posséder une marge de gain et une marge de phase suffisantes pour lui assurer un fonctionnement stable en toutes circonstances. Les sources de Huygens ayant un rayonnement nul vers les capteurs, la compensation d'un tel montage ne devrait pas présenter des difficultés insurmontables ;

(*) Bschorr l'évalue à 10^{-10000} pour une durée d'annulation de 1 seconde.

d) la bande passante du dispositif devra être suffisamment large pour couvrir toute la gamme de fréquences dans laquelle les absorbeurs passifs sont inopérants. On devrait y parvenir en utilisant un système retardateur ou un dispositif multicanaux ;

e) si l'absorbeur actif doit fonctionner en plein air, il devra être rendu insensible aux conditions atmosphériques : température, humidité, vent,... Ce dernier point sera certainement le plus difficile à résoudre ;

f) à tous ces problèmes pratiques s'ajoute celui du coût d'un tel dispositif qui sera évidemment, dans un premier temps très élevé, réservant l'usage des absorbeurs actifs aux collectivités. On peut toutefois penser que les progrès de la micro-électronique devraient entraîner un abaissement sensible de ce coût permettant par la suite une généralisation de l'emploi des absorbeurs actifs dans tous les cas où leurs homologues passifs sont inefficaces ou inutilisables.

Lorsque les problèmes évoqués en b), c), d) et e) seront résolus, il sera possible de bâtir une théorie complète des absorbeurs acoustiques actifs. Cette théorie devra s'appuyer sur le Principe de Huygens ou ses conséquences (zones de Fresnel ou Principe de Huygens au sens faible), et comporter deux parties :

- l'une, purement acoustique, donnant la répartition, le nombre, la nature et l'amplitude des sources secondaires. Elle sera obtenue en discrétisant les formules intégrales du Chapitre III puis en optimisant ces discrétisations afin de conduire aux réalisations pratiques les plus simples possible ;

- l'autre, électro-acoustique, permettra de traduire dans la réalité les résultats trouvés.

Les recherches menées actuellement au L.M.A. à Marseille, au C.S.T.B. à Grenoble, au Chelsea College à Londres et en U.R.S.S., devraient permettre à cette théorie générale de voir le jour dans un proche avenir.

x x x

Vu et Permis d'imprimer

Marseille, le 5 Décembre 1974

Le Président,

F. BOREL

BIBLIOGRAPHIE

B I B L I O G R A P H I E

{1} BLEAZEY (J.C.).- Electronic Sound Absorber.- J.Aud.Eng.Soc., 10, pp. 135-139 (1962).-

{2} BRUTE DE REMUR (M.).- Brevet français n° 1 243 491 (2.10.59).- Procédé pour l'annulation ou la réduction de l'intensité des ondes sonores.-

{3} BSCHORR (O.).- Schwingungsreduktion durch Antischwinger.- DOS 1 918 747 (1969).-

{4} BSCHORR (O.).- Schallabschirmung durch Schallgitter.-DOS 1 918 741 (1969).-

{5} BSCHORR (O.).- Schallreduktion durch Antischallgeber.- Deutsche Offenlegungschrift.- DOS 1 918 741 (1969).-

{6} BSCHORR (O.).- Lärmninderung durch Antischall.- Messerschmitt Bölkow-Blohm GmbH.- Tiré à Part des Annales 1970 du D.G.L.R.-

{7} BSCHORR (O.).- Lärmauslöshung durch gesteuerte interferenz.- 7th I.C.A. Budapest (1971), Report 21 N 8, pp. 381-4.-

{8} BSCHORR (O.).- Verminderung der Fluglärms durch gesteuerte Interferenz.- 8th I.C.A.- London (1974).-

{9} BYCHOWSKY (A.W.).- Patent n° 403 353/26, U.S.S.R. (1949).-

{10} CANEVET (G.) & JESSEL (M.).- Les absorbeurs acoustiques actifs.- 7th I.C.A., Budapest (1971).- Report 20 E 5,pp.337-40.-

{11} CANEVET (G.) & MANGIANTE (G.).- Absorption acoustique active et anti-bruit à une dimension.- Acustica, 30, n° 1 (1974), pp. 40-48.-

{12} CECCONI (E.).- Active Sound Absorption in a Duct.- Chelsea College, University of London, Dept of Physics (1974).-

{13} CHEN (Y.R.).- Analog simulation and interference approach to tractor exhaust noise control.- M.S. thesis Department of Biological and Agricultural Engineering, North Carolina State University.-

{14} CHEN (Y.R.), HUANG (B.K.), SUGGS (S.W.).- Noise Control by acoustic interference.- American Society of Agricultural Engineers Meeting, Minneapolis, July 7-10 (1970).-

{15} CHEN (Y.R.), HUANG (B.K.), SUGGS (S.W.).- Transactions of the A.S.A.E. (1971), pp. 424-7.-

{16} CHOCHOLLE (R.) & AUGUSTYNSKA (D.).- Quelques expériences préliminaires sur la réduction du bruit par déphasage.- Journal de Psychologie Normale et Pathologique, n°3, Juil-Sept.69, pp.261-79.-

{17} CONOVER (W.B.).- Fighting noise by noise.- Noise Control, March 1956, pp. 78-82 & 92.-

{18} CONOVER (W.B.) & RINGLEE (R.).- Recent contributions to transformer audible noise control.- A.I.I.E. Winter General Meeting, New-York (1955).-

{19} CZARNECKI (S.).- Investigations of sound transmission properties of a medium resulting from sound wave compensation caused by other sources.- J.S.Vib., 11 (1970), 2, pp. 225-33.-

{20} HARRINGTON (W.), OSLAC (M.J.) & REETHOF (G.).- The active control of higher order modes in cylindrical ducts.- 85th Meeting of Ac.Soc. of America (1974).-

{21} HAWLEY (M.E.).- Acoustic interferences for noise control.- Noise Control, March 1956, pp. 61-3 & 94.-

{22} HESSELMANN (N.).- Eine Einrichtung zur aktiven Lärmninderung am Ohr.- 8th I.C.A., Londres (1974).-

{23} JESSEL (M.).- Contribution aux théories du Principe de Huygens et de la diffraction.- Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, n°401, 1963, Sedocar,Paris.-

{24} JESSEL (M.).- Brevet français n° 1 494 967 (4.8.66).-

{25} JESSEL (M.).- Sur les absorbeurs actifs.- Reports of the 6th I.C.A., Tokyo (1968), vol.4, F-5-6.-

{26} JESSEL (M.).- La question des absorbeurs acoustiques actifs.- Note C.R.P. n° 1142, Janvier 1971.-

{27} JESSEL (M.).- La question des absorbeurs actifs.- Revue d'Acoustique, 5, n°18, (1972), pp.37-42.-

{28} JESSEL (M.).- L'avenir des absorbeurs actifs.- Symposium on Noise Prevention, Miskolc, 26-30 Août 1971.-

{29} JESSEL (M.) & MANGIANTE (G.).- Active Sound Absorbers in an Air Duct.- J.S.Vib., 23, n° 3 (1972), pp. 383-90.-

{30} JESSEL (M.).- Acoustique Théorique - Propagation & Holophonie.- Ed. Masson & C°, Paris (1973).-

{31} JESSEL (M.).- Théorie et pratique des absorbeurs acoustiques actifs dans les conduits et les pavillons.- 4ème Colloque d'Acoustique Aéronautique, Paris (Mars 1974).-

{32} KIDO (K.) & ONODA (S.).- Automatic control of acoustic noise emitted from power transformer by synthetizing directivity.- Reports of R.I.E.C. Tohoku Univ., 23, n° 3-4 (1972), pp. 97-110.-

{33} KNYASEV (A.S.) & TARTAKOWSKI (B.D.).- Abatement of radiation from flexurally vibrating plates by means of active local vibrating dampers.- Akust. Zhurnal, 13, n° 1 (1967), pp. 141-3.-

{34} KNYASEV (A.S.) & TARTAKOWSKI (B.D.).- Vibrational frequency characteristics of bars constrained by electromechanical feedback.- Akust. Zhurnal, 12, n°1, (1966), p. 36.-

{35} KNYASEV (A.S.) & TARTAKOWSKI (B.D.).- Emploi du couplage électromagnétique inverse pour affaiblir les vibrations et le bruit émis par des plaques.- Akust. Zhurnal, 12, (1966), pp. 382-4.-

{36} KOSAKA (Y.), ONODA (S.) & KIDO (K.).- Application of feedback control to sound sources.- Reports of R.I.E.C., Tohoku Univ., 19, n° 3 (1967), pp. 127-157.-

{37} LUEG (P.).- Process of Silencing Sound Oscillations.- U.S. Patent n° 2 043 416 (1936).-

{38} MEEKER (W.F.).- W.A.D.C.- Tech. Rept. n° 57, Feb. 1957.-

{39} MANGIANTE (G.).- Application du Principe de Huygens en acoustique unidimensionnelle - Réalisation d'un anti-bruit.- D.E.S. Fac.Sciences Marseille (1968).-

{40} MANGIANTE (G.).- Réduction du bruit par absorbeurs actifs.- 8th I.C.A. London (1974).-

{41} MANGIANTE (G.).- Les absorbeurs acoustiques actifs.- 3rd Conference on Noise Abatement, Varsovie (1973).-

{42} MANGIANTE (G.) & CANEVET (G.).- Anti-bruit électroacoustique.- Mémoire non publié.- Prix Phirama (1972).-

{43} OLSON (H.F.).- Acoustical Engineering.- Princeton, Van Nostrand (1957).-

{44} OLSON (H.F.) & MAY (M.E.).- Electronic Sound Absorbers.- J.A.S.A., 25, n°6 (1953), pp. 1130-6.-

{45} ONODA (S.) & KIDO (K.).- Automatic Control of stationnary noise by means of directivity synthesis.- Reports of the 6th I.C.A Tokyo (1968), vol.4, F-5-13, p. F 185-8.-

{46} ROCARD (V.).- Dynamique générale des vibrations.- Masson & C°, Paris (1971).-

{47} ROCKWELL (T.H.) & LAWTHER (J.M.).- Theoretical and experimental results on active vibration dampers.- J.A.S.A.,36, n°8 (1964), pp. 1507-15.-

{48} SIMSHAUSER (E.D.) & HAWLEY (M.E.).- The noise cancelling headset, an active ear defender.- J.A.S.A., 27, n°1 (1955), p. 207.-

{49} SWINBANKS (M.A.).- The active control of sound propagation in long ducts.- J.S.Vib., 27, (1973), pp. 411-36.-

{50} TARTAKOWSKI (B.D.).- On vibration and sound field compensation methods using multichannel systems.- Reports of the 6th I.C.A., Tokyo (1968), vol.4, F-5-14, p. F 189-92.-

{51} THIESSEN (G.J.).- Noise control by phase control of entended sources.- Noise Control, Mars 1957, pp. 33-9 & 86.-

{52} VIAN (J.P.).- Etude sur la faisabilité des dispositifs électroacoustiques susceptibles d'éliminer le bruit par opposition de phase.- Janvier 1972, Compte-Rendu de fin de contrat, Centre Scientifique & Technique du Bâtiment, Grenoble, Division Acoustique.-

{53} VIAN (J.P.).- Contre-Bruit, Janvier 1973, C.S.T.B., Grenoble, Division Acoustique.-

{54} VIAN (J.P.).- Contre-Bruit, Juin 1974, C.S.T.B., Grenoble, Division Acoustique.-

x x x

BIBLIOGRAPHIE COMPLEMENTAIRE

{55} FILIPPI (P.) & TAVERA (G.).- Diffraction et potentiels de multicouches.- 7th I.C.A., Budapest, 1971.-

{56} BOLOMEY (J.Ch.) & TABBARA (W.).- Sur la résolution de l'équation des ondes pour des problèmes complémentaires, C.R.A.S., Paris, B.271 (1970), p.933.-

{57} FILIPPI (P.).- Diffraction et potentiels de multicouches.- Acustica, vol.26 (1972), pp.323-8.-

{58} WYRZYKOWSKI (R.).- Critères comparatifs et bases de calcul des coagulateurs de poussière (en polonais), Mechanika, 12, (1963), p.79.-

{59} WYRZYKOWSKI (R.).- Sur les possibilités de calcul de la fréquence optimale pour la coagulation acoustique des aérosols (en polonais).- Archivum Akustyki, 7 (1972), p.173.-

{60} JESSEL (M.) & TIMOSHENKO (V.).- Sur la dynamique des processus de coagulation acoustique.- C.R.A.S., Paris B.272 (1971), p.1457.-

{61} OLSON (H.F.).- Gradient loudspeakers.- Journal of the Audio-Engineering Society, vol. 21, n° 2 (1973), pp. 86-93.-

{62} HUSSON (R.).- Théorie des pavillons à section fonction du temps.- Cahiers d'Acoustique, n° 138 (1966), pp. 37-45.-

x x x

BIBLIOGRAPHIE SUPPLEMENTAIRE

{A} ZAVADSKAIA (M.P.), POPOV (A.V.), FEDORIUK (M.V.) & EGEL'SKII (B.L.).- Sur une méthode d'extinction active des champs ondulatoires (en russe).- 6ème Symposium pansoviétique sur la diffraction et la propagation des ondes (Tsachkadzor 1973), Sommaires des rapports, Erevan 1973, vol. 2, pp.71-75.-

{B} TARTAKOVSKII (B.L.).- Méthodes actives de compensation des vibrations et des champs sonores.- 8ème Conférence pansoviétique d'Acoustique (Moscou 1973), Sommaires des rapports, tome I, p.25.-

{C} AKOL'ZIN (A.N.), VIAL'SHEV (A.I.) & TARTAKOVSKII (B.L.).- Sur la question de la compensation des vibrations sinusoïdales dans les barreaux avec amortissement.- 8ème Conférence pansoviétique d'Acoustique (Moscou 1973), Sommaires des Rapports, tome 2, p.115.-

{D} GENKIN (M.D.), ELEZOV (V.G.) & IABLONSKII (V.V.).- Quelques questions au sujet de l'absorption active des vibrations dans une large bande de fréquences.- 8ème Conférence pansoviétique d'Acoustique (Moscou 1973), Sommaires des Rapports, tome 2,p.115.-

{E} FEDORIUK (M.V.).- Sur les travaux de G.D.Maliuzhinets concernant la théorie des potentiels d'ondes.- Publications de l'Institut d'Acoustique de l'Académie des Sciences de l'U.R.S.S. (Trudy Akustuceskogo Instituta), vol. XV, 1971, pp.169-179.-

{F} CZARNECKI (S.), VOGT (M.P.) & CZECHOWICZ (M.).- Sound Absorbing and Sound insulating properties of acoustic resonant systems.- 7th ICA, Budapest, 1971, 21 V 4, pp.609-612.-

{G} CZARNECKI (S.).- Analyse des conditions de couplage entre résonateurs acoustiques et sources sonores (En polonais).- Archivum Akustyki, 3. 1. p.3-13 (1973).-

{H} POOLE (J.H.B.).- The active absorption of sound propagating in long ducts. Chelsea College, Univ. of London, 1974.-